ISSN 2616-7182
eISSN 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N. Gumilyov Eurasian National University

ВЕСТНИК
Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

№3(140)/2022

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2022
Astana, 2022

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 402 бөлме.
Тел: +7 (7172) 709-500 (ішкі 31-410). E-mail: *vest_math@enu.kz*

Жауапты редактор: А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы
Меншіктенуші: Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.
Мерзімділігі: жылына 4 рет.
Қазақстан Республикасы Ақпарат және қоғамдық даму министрлігімен тіркелген. 02.02.2021 ж.
№ KZ65VPY00031936 қайта есепке қою туралы куәлігі.
Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі ,12/1,
тел: +7 (7172)709-500 (ішкі 31-410).

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 402, Astana, Kazakhstan, 010008.
Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-410). E-mail: *vest_math@enu.kz*

Responsible Editor-in-Chief: Aksaule Zhubanysheva

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series
Owner: L.N. Gumilyov Eurasian National University. Periodicity: 4 times a year.
Registered by the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan. Rediscount certificate № KZ65VPY00031936 dated 02.02.2021.

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008; tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-410).

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 402
Тел: +7 (7172) 709-500 (вн. 31-410). E-mail: *vest_math@enu.kz*

Ответственный редактор: А.Ж. Жубанышева

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА

Собственник: Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.

Периодичность: 4 раза в год.

Зарегистрировано Министерством информации и общественного развития Республики Казахстан.

Свидетельство о постановке на переучет № KZ65VPY00031936 от 02.02.2021 г.

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1, тел.: +7 (7172)709-500 (вн.31-410).

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы, №3(140)/2022**

**Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer science. Mechanics series, №3(140)/2022**

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Компьютерные науки. Механика, №3(140)/2022**

МАЗМҰНЫ
CONTENTS
СОДЕРЖАНИЕ

Bulletin of L.N. Gumilyov ENU. Mathematics. Computer science. Mechanics series, 2022, Vol. 140, №3, P.6-14
http://bulmathmc.enu.kz, E-mail: vest_math@enu.kz

IRSTI: **27.17.21**

S.M. Lutsak, O.A. Voronina

Kozybayev University, 86 Pushkin str., Petropavlovsk, 150000, Kazakhstan
(E-mail: sveta_lutsak@mail.ru, oavy@mail.ru)

On some properties of quasivarieties generated by specific finite modular lattices [1]

Abstract: A finite algebra A with discrete topology generates a topological quasivariety consisting of all topologically closed subalgebras of non-zero direct powers of A endowed with the product topology. This topological quasivariety is standard if every Boolean topological algebra with the algebraic reduct in Q(A) is profinite. In the article it is constructed the specific finite modular lattice T that does not satisfy one of Tumanov's conditions but quasivariety Q(T) generated by this lattice is not finitely based. We investigate the topological quasivariety generated by the lattice T and prove that it is not standard. And we also would like to note that there is an infinite number of lattices similar to the lattice T.

Keywords: lattice, finite lattice, modular lattice, Tumanov's conditions, quasivariety, topological quasivariety, standard topological quasivariety.

DOI: https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2022/3.1

2000 Mathematics Subject Classification: 06B15, 08C15.

Introduction. The present work considers quasivarieties generated by specific finite modular lattices and investigates their property "to be finitely based" and "to be standard".

According to R. McKenzie [1], any finite lattice has a finite basis of identities. The similar result for quasi-identities is not true, that was established by V.P. Belkin [2]. In 1979 he proved that there is a finite lattice that has no finite basis of quasi-identities. In particular, the smallest lattice that does not have a finite basis of quasi-identities is the ten-element modular lattice M_{3-3}. In this regard, the following question naturally arises. Which finite lattices have finite bases of quasi-identities? This problem was suggested by V.A. Gorbunov and D.M. Smirnov [3] in 1979. V.I. Tumanov [4] in 1984 found sufficient condition consisting of two parts under which the locally finite quasivariety of lattices has no finite (independent) basis for quasi-identities. Also he conjectured that a finite (modular) lattice has a finite basis of quasi-identities if and only if a quasivariety generated by this lattice is a variety. In general, the conjecture is not true. W. Dziobiak [5] found a finite lattice that generates finitely axiomatizable proper quasivariety. Tumanov's problem is still unsolved for modular lattices.

The paper [6] introduces the concept of a finite standard structure, investigates its basic properties and provides many examples of standard and non-standard structures. The standardness of algebras was further studied by D.M. Clark, B.A. Davey, R.S. Freese and M.G. Jackson in [7], who established a general condition guaranteeing the standardness of a set of finite algebras. Theorem 2.13 from [8] extendes this result. The problem "Which finite lattices generate a standard topological prevariety?" was suggested by D.M. Clark, B.A. Davey, M.G. Jackson and J.G. Pitkethly in the same paper [8]. The paper [9] investigated the questions of the standardness of

[1]This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP09058390).

quasivarieties and found sufficient conditions under which a quasivariety contains a continuum of non-standard subquasivarieties without an independent basis of quasi-identities and a continuum of non-standard subquasivarieties with the so-called finitely split basis of quasi-identities.

In this paper we construct a finite modular lattice that does not satisfy one of Tumanov's conditions [4] but the quasivariety generated by this lattice is not finitely based (has no finite basis of quasi-identities). We investigate the topological quasivariety generated by the constructed lattice and prove that it is not standard. And we would like to note that there is an infinite number of lattices similar to this lattice.

Materials and research methods. We recall some basic definitions and results for quasivarieties that we will refer to. For more information on the basic notions of general algebra introduced below and used throughout this paper, we refer to [10] and [11].

A *quasivariety* is a class of algebras of the same type that is closed with respect to subalgebras, direct products (including the direct product of an empty family), and ultraproducts. Equivalently, a *quasivariety* is the same thing as a class of lattices axiomatized by a set of quasi-identities. A *quasi-identity* means a universal Horn sentence with the non-empty positive part, that is of the form

$$(\forall\bar{x})[p_1(\bar{x}) \approx q_1(\bar{x}) \wedge \cdots \wedge p_n(\bar{x}) \approx q_n(\bar{x}) \to p(\bar{x}) \approx q(\bar{x})],$$

where p, q, $p_1, q_1, \ldots, p_n, q_n$ are lattice's terms. A *variety* is a quasivariety which is closed under homomorphisms. According to Birkhoff theorem [12], a variety is a class of similar algebras axiomatized by a set of identities, where by an identity we mean a sentence of the form $(\forall\bar{x})[s(\bar{x}) \approx t(\bar{x})]$ for some terms $s(\bar{x})$ and $t(\bar{x})$.

The smallest quasivariety containing a class $\mathbf{K}$ is denoted by $\mathbf{Q}(\mathbf{K})$. If $\mathbf{K}$ is a finite family of finite algebras then $\mathbf{Q}(\mathbf{K})$ is called finitely generated. If $\mathbf{K} = \{A\}$ we write $\mathbf{Q}(A)$.

Let $\mathbf{K}$ be a quasivariety. A congruence α on algebra A is called a $\mathbf{K}$*-congruence* or *relative congruence* provided $A/\alpha \in \mathbf{K}$. The set $\mathrm{Con}_{\mathbf{K}}(A)$ of all $\mathbf{K}$-congruences of A forms an algebraic lattice with respect to inclusion $\subseteq$ which is called a *relative congruence lattice.*

The least $\mathbf{K}$-congruence $\theta_{\mathbf{K}}(a,b)$ on algebra $A \in \mathbf{K}$ containing pair $(a,b) \in A \times A$ is called a *principal* $\mathbf{K}$*-congruence* or a *relative principal congruence.* In case when $\mathbf{K}$ is a variety, relative congruence $\theta_{\mathbf{K}}(a,b)$ is usual principal congruence that we denote by $\theta(a,b)$.

An algebra A belonging to a quasivariety $\mathbf{K}$ is *(finitely) subdirectly irreducible relative to* $\mathbf{K}$, or *(finitely) subdirectly* $\mathbf{K}$*-irreducible*, if intersection of any (finite) number of nontrivial $\mathbf{K}$-congruences is again nontrivial; in other words, the trivial congruence 0_A is a (meet-irreducible) completely meet-irreducible element of $\mathrm{Con}_{\mathbf{K}}(A)$.

Let $(a] = \{x \in L \mid x \leq a\}$ ($[a) = \{x \in L \mid x \geq a\}$) be a principal ideal (coideal) of a lattice L. A pair $(a,b) \in L \times L$ is called *dividing* (*semi-dividing*) if $L = (a] \cup [b)$ and $(a] \cap [b) = \varnothing$ ($L = (a] \cup [b)$ and $(a] \cap [b) \neq \varnothing$).

For any semi-dividing pair (a,b) of a lattice M we define a lattice

$$M_{a-b} = \langle\{(x,0),(y,1) \in M \times 2 \mid x \in (a], y \in [b)\}; \vee, \wedge\rangle \leq_s M \times \mathbf{2},$$

where $\mathbf{2} = \langle\{0,1\}; \vee, \wedge\rangle$ is a two element lattice.

Theorem 1 (Tumanov's theorem [4])**.** *Let* $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ *(*$\mathbf{N} \subset \mathbf{M}$*) be locally finite quasivarieties of lattices satisfying the following conditions:*

a) in any finitely subdirectly $\mathbf{M}$*-irreducible lattice* $M \in \mathbf{M}\backslash\mathbf{N}$ *there is a semi-dividing pair* (a,b) *such that* $M_{a-b} \in \mathbf{N}$*;*

b) there exists a finite simple lattice $P \in \mathbf{N}$ *which is not a proper homomorphic image of any subdirectly* $\mathbf{N}$*-irreducible lattice.*

Then the quasivariety $\mathbf{N}$ *has no coverings in the lattice of subquasivarieties of* $\mathbf{M}$*. In particular,* $\mathbf{N}$ *has no finite basis of quasi-identities provided* $\mathbf{M}$ *is finitely axiomatizable.*

A finite algebra A with discrete topology τ generates a topological quasivariety $\mathbf{Q}_\tau(A)$ consisting of all topologically closed subalgebras of non-zero direct powers of A endowed with the product topology. Profinite algebras are exactly those that are isomorphic to inverse limits of finite algebras. Such algebras are naturally equipped with Boolean topologies. A topology

τ is Boolean if it is compact, Hausdorff, and totally disconnected. A topological quasivariety $\mathbf{Q}_\tau(A)$ is standard if every Boolean topological algebra with the algebraic reduct in $\mathbf{Q}(A)$ is profinite. In this case, we say that algebra A generates a standard topological quasivariety. For more information on the topological quasivarieties we refer to [7] and [8].

Results and discussion. Let T be a modular lattice displayed in Figure 1. And let $\mathbf{N} = \mathbf{Q}(T)$ and $\mathbf{M} = \mathbf{V}(T)$ be the quasivariety and variety generated by T, respectively. Since every subdirectly $\mathbf{N}$-irreducible lattice is a sublattice of T, we have that a class $\mathbf{N}_{si}$ of all subdirectly $\mathbf{N}$-irreducible lattices consists of the lattices $\mathbf{2}$, M_3, M_{3-3} and T (see Figures 1 and 2). It easy to see that M_3 is a unique non-distributive simple lattice in $\mathbf{N}_{si}$ and is a homomorphic image of T. Thus, the condition $a)$ of Tumanov's theorem is not valid for quasivarieties $\mathbf{N} \subset \mathbf{M}$.

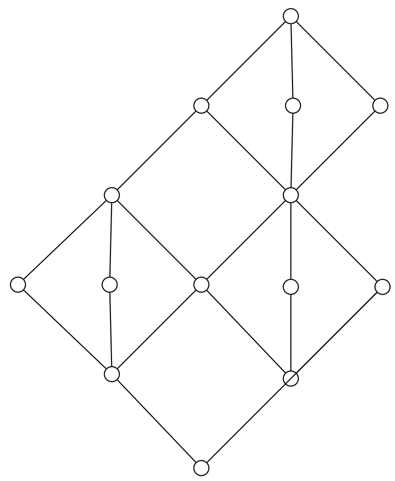

Figure 1 – **Lattice** T

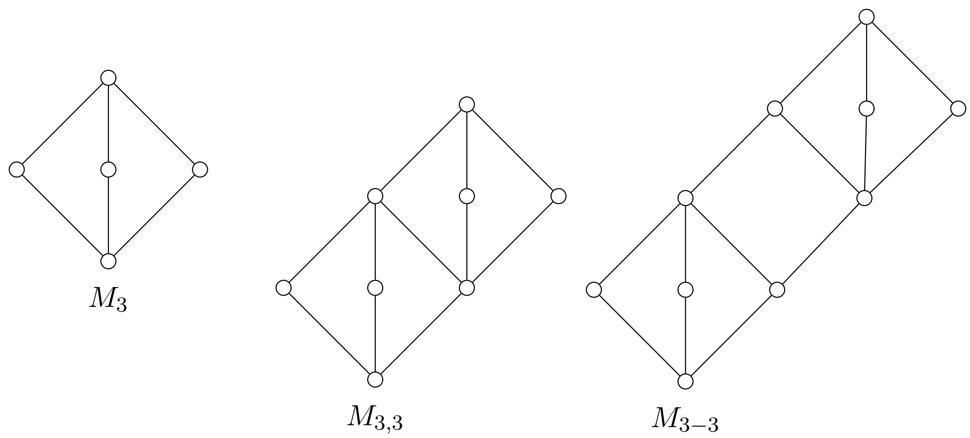

Figure 2 – **Lattices** M_3 **,** $M_{3,3}$ **and** M_{3-3}

Let S be a non-empty subset of lattice L. Denote by $\langle S \rangle$ the sublattice of L generated by S.

We define a modular lattice L_n by induction:

$n = 1$. $L_1 \cong M_{3-3}$ and $L_1 = \langle \{a_1, b_1, c_1, e, d\} \rangle$ (see Figure 3);

$n = 2$. L_2 is a modular lattice generated by $L_1 \cup \{a_2, b_2, c_2, d\}$ such that $b_1 = c_2$, $\langle \{a_2, b_2, c_2, e, b_1\} \rangle \cong M_3$, and $a_2 \vee b_2 = e \wedge d_1$, $d \vee b_1 = d_1$, and $b_2 < d$ (see Figure 3).

$n > 2$. L_n is a modular lattice generated by the set $\{a_i, b_i, c_i \mid i \leq n\} \cup \{e, d\}$ such that a_i is not comparable with a_j and b_k for all $j \neq i$ and $k \leq n$, $b_{i-1} = c_i$, $\langle \{a_i, b_i, c_i\} \rangle \cong M_3$ for all $i < n$, $b_i \vee d = d_i$ for all $i < n$, and $b_n < d$ (see Figure 4).

One can see that L_n is a subdirect product of the lattices L_{n-1} and M_3 for any $n > 2$.

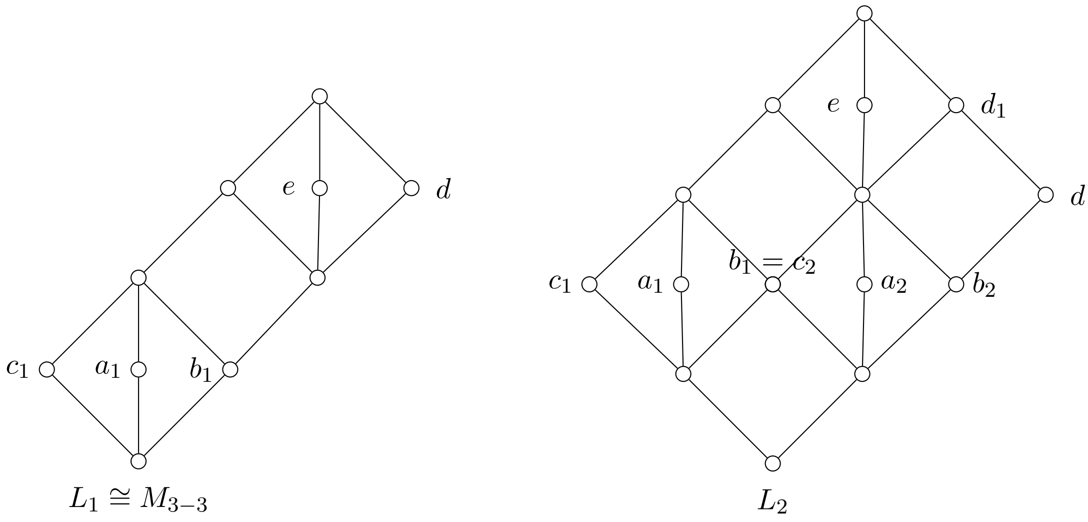

Figure 3 – **Lattices** L_1, L_2

Let L_n^- be a sublattice of L_n generated by the set $\{a_i, b_i, c_i \mid i \leq n\}$.

First, we prove two lemmas that will be used in proving the main result, Theorems 2 and 3.

Lemma 1. *For any $n > 1$ and a non-trivial congruence $\theta \in \mathrm{Con}(L_n)$ there is $1 < m < n$ such that $L_n/\theta \cong L_m$ or $L_n/\theta \cong M_{3,3}$ provided $(a_1, b_1) \notin \theta$, otherwise $L_n/\theta \cong L_m^-$.*

Proof of Lemma 1.

We prove by induction on $n > 2$. One can check that it is true for $n = 3$ because of $L_3/\theta \cong L_2$ or $L_3/\theta \cong M_{3,3}$ if $(a_1, b_1) \notin \theta$ and $L_3/\theta \cong L_2^-$ or $L_3/\theta \cong M_3$ for any non-trivial congruence $\theta \in \mathrm{Con}(L_3)$.

Let $n > 3$. And let u cover v in L_n and $\theta(u,v) \subseteq \theta$. By construction of L_n, we have $L_n/\theta(u,v) \cong L_{n-1}$ or $L_n/\theta(u,v) \cong L_{n-1}^-$.

Assume $(a_1, b_1) \notin \theta$. Since for every non-trivial congruence $\theta \in \mathrm{Con}(L_n)$ there are $u, v \in L_n$ such that u covers v and $\theta(u,v) \subseteq \theta$, we get

$$L_n/\theta \cong (L_n/\theta(u,v))/(\theta/\theta(u,v)).$$

Since $L_n/\theta(u,v) \cong L_{n-1}$ we obtain

$$L_n/\theta \cong (L_n/\theta(u,v))/(\theta/\theta(u,v)) \cong L_{n-1}/\theta',$$

for some $\theta' \in \mathrm{Con}(L_{n-1})$. And, by induction, $L_{n-1}/\theta' \cong L_m$ or $L_{n-1}/\theta' \cong M_{3,3}$ for some $m > 0$. Thus $L_n/\theta \cong L_m$ or $L_n/\theta \cong M_{3,3}$.

Now assume $(a_1, b_1) \in \theta$. Then $\theta(a_1, b_1) = \theta(u,v)$ and $L_n/\theta(u,v) \cong L_n^-$. Hence

$$L_n/\theta \cong (L_n/\theta(u,v))/(\theta/\theta(u,v)) \cong L_n^-/\theta',$$

for some $\theta' \in \mathrm{Con}(L_n^-)$. It is not difficult to check that $L_n^-/\theta' \cong L_m^-$ for some $m > 0$ (see Lemma 3.1 [13]). Thus $L_n/\theta \cong L_m$ or $L_n/\theta \cong L_m^-$.

Corollary 1. For all $n > 1$, there is no proper homomorphism from L_n to M_{3-3} and T.

Proof of Corollary 1.

We provide the proof for a proper homomorphism from L_n into M_{3-3}. It is not difficult to check that the same arguments hold for a proper homomorphism from L_n into T.

Assume $h : L_n \to M_{3-3}$, $n > 1$, is a proper homomorphism. Hence $\ker h$ is not a trivial congruence on L_n. By Lemma 1, $L_n/\ker h \cong L_m$ or $L_n/\theta \cong M_{3,3}$ or $L_n/\ker h \cong L_m^-$ for some $m > 1$. Thus $L_m = h(L_n) \leq M_{3-3}$. It is impossible because, by definition of L_m, $|L_m| > |M_{3-3}|$ for all $m > 1$, hence L_n is not a sublattice of M_{3-3}. Obviously, $M_{3,3}$ and L_M^- are not sublattices of M_{3-3}. Thus there is no such homomorphism h.

Lemma 2. *For every $n > 2$, a lattice L_n has the following properties:*
i) $L_n \leq_s L_{n-1} \times L_{n-1}$ *;*
ii) $L_n \in \mathbf{V}(M_{3,3}) = \mathbf{V}(T)$ *;*
iii) $L_n \notin \mathbf{Q}(T)$ *;*
iv) Every proper subalgebra of L_n *belongs to* $\mathbf{Q}(T)$*.*

Proof of Lemma 2.

i). One can check that $L_n/\theta(a_i,b_i) \cong L_{n-1}$ for all $1 < i \leq n$. Since $n > 2$ then $\theta(a_2,b_2), \theta(a_3,b_3) \in \mathrm{Con}(L_n)$ and $\theta(a_2,b_2) \cap \theta(a_3,b_3) = \Delta$. This means that $L_n \leq_s L_{n-1} \times L_{n-1}$.

ii). One can see that T is a subdirect product of M_3 and $M_{3,3}$. Hence $T \in \mathbf{V}(M_{3,3})$. On the other hand, by Jonsson lemma [14], every subdirectly irreducible lattice in $\mathbf{V}(T)$ is a homomorphic image of some sublattice of T. Hence $M_{3,3} \in \mathbf{V}(T)$. Thus $\mathbf{V}(M_{3,3}) = \mathbf{V}(T)$, and, by $i)$ and induction on n, we get $L_n \in \mathbf{V}(T)$.

iii). Suppose $L_n \in \mathbf{Q}(T)$ for some $n > 1$. Then L_n is a subdirect product of subdirectly $\mathbf{Q}(T)$-irreducible algebras. Since every subdirectly $\mathbf{Q}(T)$-irreducible algebra is a subalgebra of T, we get that L_n is a subdirect product of subalgebras of T. By Lemma 1, there is no proper homomorphism from L_n onto T or M_{3-3}. Hence $L_n \in \mathbf{Q}(M_3)$ for all $n > 1$. It is impossible because $M_{3-3} \leq L_n$ and $M_{3-3} \notin \mathbf{Q}(M_3)$.

iv). We prove by induction on n. It is true for $n \leq 2$ by manual checking. Let $n > 2$ and let S be a maximal sublattice of L_n. Since the lattice L_n is generated by the set of double irreducible elements $\{a_1, \ldots, a_n, c_1, e, d\}$, there is $0 < i \leq n$ such that $a_i \notin S$ or $c_1 \notin S$ or $e \notin S$ or $d \notin S$.

Suppose $c_1 \notin S$. One can see that $\langle S \rangle \leq_s \mathbf{2} \times M_3 \times L^-_{n-1}$. Since $L_{n-1} \leq_s M_3^{n-1}$ we get $\langle S \rangle \in \mathbf{Q}(M_3) \subset \mathbf{Q}(T)$.

Suppose $e \notin S$. Then $\langle S \rangle \leq_s \mathbf{2} \times L^-_n \leq_s \mathbf{2} \times M_3^n \in \mathbf{Q}(M_3) \subset \mathbf{Q}(T)$.

Suppose $d \notin S$. Put $S_m = \{\{a_1, \ldots, a_m, c_1, e\}$, $m < n$, and $T_m = \langle S_m \rangle$. One can see that $T_m/\theta(a_i,b_i) \cong T_{m-1}$ for all $1 < i < m$. And $T_m/\theta(a_1,b_1) \cong L^-_{m-1}$. Since $\theta(a_1,b_1) \cap \theta(a_i,b_i) = \Delta$, by distributivity of $\mathrm{Con}(T_m)$, we have $\theta(a_1,b_1) \cap (\bigvee\{\theta(a_i,b_i) \mid 1 < i < m\}) = \Delta$. Since $T_m/(\bigvee\{\theta(a_i,b_i) \mid 1 < i < m\}) \cong T$ we obtain $\langle S_m \rangle \leq_s T \times L^-_{n-1} \leq_s T \times M_3^{n-1} \in \mathbf{Q}(T)$.

Suppose $a_i \notin S$. Since $n > 1$ and S is a maximal sublattice, then there are $i \neq k \neq l \neq i$ such that $\theta(b_k,c_k), \theta(b_l,c_l) \in \mathrm{Con}(L_n)$,

$$\theta(b_k,c_k) \cap \theta(b_l,c_l) = \Delta.$$

and

$$L_n/\theta(b_k,c_k) \cong L_n/\theta(b_l,c_l) \cong L_{n-1} \quad \text{or} \quad \{L_n/\theta(b_k,c_k), L_n/\theta(b_l,c_l)\} = \{L_{n-1}, L^-_{n-1}\}.$$

We provide the proof for the first case, $L_n/\theta(b_k,c_k) \cong L_n/\theta(b_l,c_l) \cong L_{n-1}$. These isomorphisms mean that $L_n \leq_s L_{n-1} \times L_{n-1}$ and $S \leq L_{n-1} \times L_{n-1}$. Let $h_k : L_n \to L_{n-1}$ and $h_l : L_n \to L_{n-1}$ are homomorphisms such that $\ker h_k = \theta(b_k,c_k)$ and $\ker h_l = \theta(b_l,c_l)$. Since $(a_i,b_i) \notin \theta(b_k,c_k) \cup \theta(b_l,c_l)$ then $h_k(S)$, $h_l(S)$ are proper sublattices of L_{n-1}. And, by induction, $h_k(S), h_l(S) \in \mathbf{Q}(T)$. As $b_k, c_k, b_l, c_l \in S$, the restrictions of congruences $\theta(b_k,c_k)|_S$ and $\theta(b_l,c_l)|_S$ on the algebra S are not trivial congruences on S. Moreover $\theta(b_k,c_k)|_S \cap \theta(b_l,c_l)|_S = \Delta$. It means $S \leq_s h_k(S) \times h_l(S)$. Hence $S \in \mathbf{Q}(T)$. Since every maximal proper subalgebra of L_n belongs to $\mathbf{Q}(T)$ then every proper subalgebra of L_n belongs to $\mathbf{Q}(T)$.

It is not difficult to check that for $\{L_n/\theta(b_k,c_k), L_n/\theta(b_l,c_l)\} = \{L_{n-1}, L^-_{n-1}\}$ the same arguments hold.

For quasivariety $\mathbf{Q}(T)$ generated by the lattice T, the lattice L_n satisfies the conditions of the following folklore fact: A locally finite quasivariety $\mathbf{K}$ is not finitely axiomatizable if for any positive integer $n \in N$ there is a finite algebra L_n such that $L_n \notin \mathbf{K}$ and every n-generated subalgebra of L_n belongs to $\mathbf{K}$. Indeed, by Lemma 2(iii), $L_n \notin \mathbf{Q}(T)$ for all $n > 1$. Since L_n is generated by at least $n+1$ double irreducible elements then every n-generated subalgebra of L_n is a proper subalgebra. By Lemma 2(iv), every n-generated subalgebra of L_n belongs to $\mathbf{Q}(T)$. Hence $\mathbf{Q}(T)$ has no finite basis of quasi-identities. Thus, we establish the following fact.

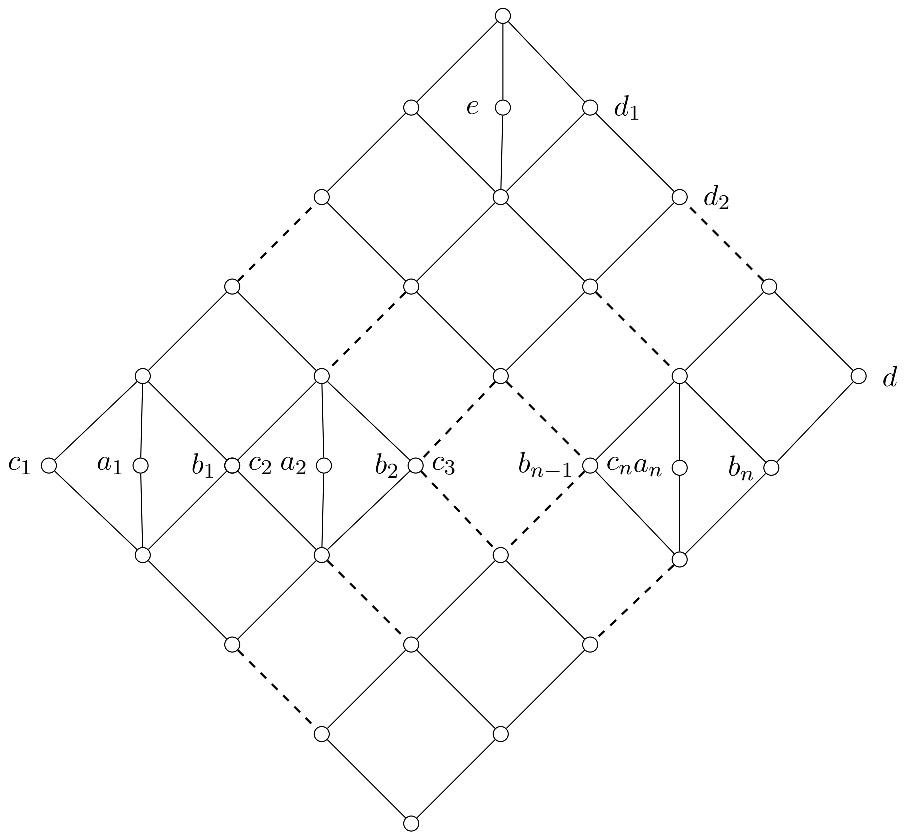

Figure 4 – Lattice L_n **,** $n \geq 2$

Theorem 2. *The quasivariety generated by the lattice* T *has no finite basis of quasi-identities.*

Now to prove that T generates a non-standard topological quasivariety, we will use the following lemma. It can be obtained from Lemma 3.3 of the paper [8]:

Lemma 3. *Let* $\mathbf{R}$ *be a quasivariety, and let* $A = \varprojlim\{A_n \mid n \in N\}$ *be a surjective inverse limit of finite algebras. Suppose that* $A \in \mathbf{R}$ *and there are* $a, b \in A$ *such that* $a \neq b$ *and* $\varphi(a) = \varphi(b)$ *for any homomorphism* $\varphi : A \to M$ *with* $M \in \mathbf{R}$ *and* M *is finite. Then* $\mathbf{R}$ *is not standard.*

The following theorem is true.

Theorem 3. *The topological quasivariety generated by the lattice* T *is not standard.*

Proof of Theorem 3.

So, to prove this statement, we need to check the feasibility of the conditions of Lemma 3.

Let $\varphi_{n,n-1}$ be a homomorphism from L_n to L_{n-1} such that $\ker \varphi_{n,n-1} = \theta(a_n, b_n)$, and $\varphi_{n,n}$ an identity map for all $n > 1$ and $m < n$. And let $\varphi_{n,m} = \varphi_{m+1,m} \circ \cdots \circ \varphi_{n,n-1}$. It can be seen that $\{L_n; \varphi_{n,m}, N\}$ forms inverse family, where N is the linear ordered set of positive integers.

We denote $L = \varprojlim\{L_n \mid n \in N\}$ and show that $L \in \mathbf{Q}(T)$.

Let α be a quasi-identity of the following form

$$\&_{i \leq r} p_i(x_0, \ldots, x_{n-1}) \approx q_i(x_0, \ldots, x_{n-1}) \to p(x_0, \ldots, x_{n-1}) \approx q(x_0, \ldots, x_{n-1}).$$

Assume that α is valid on $\mathbf{Q}(T)$ and

$$L \models p_i(a_0, \ldots, a_{n-1}) = q_i(a_0, \ldots, a_{n-1}) \quad \text{for all} \quad i < r,$$

for some $a_0, \ldots, a_{n-1} \in L$. From the definition of inverse limit we have that $L \leq_s \prod_{i \in I} L_i$. Therefore

$$L_s \models p_i(a_0(s), \ldots, a_{n-1}(s)) = q_i(a_0(s), \ldots, a_{n-1}(s)) \quad \text{for all} \quad i < r.$$

Each at most n spawned subalgebra of L_s belongs to $\mathbf{Q}(T)$ for all $s > n$, by Lemma 2(iv). Hence α is true in L_s for all $s > n$. And this in turn entails

$$L_s \models p(a_0(s), \ldots, a_{n-1}(s)) = q(a_0(s), \ldots, a_{n-1}(s)).$$

Since $a_i(m) = \varphi_{s,m}(a_i(s))$ for all $0 \leq i < n$ and $m < s$, we get

$$L_m \models p(a_0(m), \ldots, a_{n-1}(m)) = q(a_0(m), \ldots, a_{n-1}(m)) \quad \text{for all} \quad m < s.$$

So

$$L \models p(a_0, \ldots, a_{n-1}) = q(a_0, \ldots, a_{n-1}).$$

Hence $L \models \alpha$, for every α that is valid on $\mathbf{Q}(T)$. This proves that $L \in \mathbf{Q}(T)$.

We obtain $\varphi_{n,m}(a_1) = a_1$ and $\varphi_{n,m}(b_1) = b_1$, by definition of $\varphi_{n,n-1}$. And $a = (a_1, \ldots, a_1, \ldots)$, $b = (b_1, \ldots, b_1, \ldots) \in L$, by definition of inverse limit. Let $\varphi : L \to M$ be a homomorphism, $M \in \mathbf{Q}(T)$ and M finite. There is $n > 2$ and homomorphism $\psi_M : L_n \to M$ such that $\alpha = \varphi_n \circ \psi_M$ for some surjective homomorphism $\varphi_n : L \to L_n$ (by universal property of inverse limit). Since $\psi_M(L_n) \leq M \leq (T)^k$ for some $k > 0$, by Corollary 1 of Lemma 1, we obtain that $\psi_M(L_n)$ is trivial. That is $\psi_M(x) = 1$ for all $x \in L_n$. So we get $\alpha(a) = \alpha(b)$.

Thus, we obtain that the topological quasivariety generated by T is not standard.

We note that there is an infinite number of lattices similar to the lattice T.

The proof of Theorem 3 gives us the following more general result.

Theorem 4. *Let L be a finite lattice such that $M_{3,3} \not\leq L$, $T \leq L$ and $L_n \not\leq L$ for all $n > 1$. Then the topological quasivariety generated by the lattice L is not standard.*

Conclusion. In the present work we construct the finite modular lattice T that does not satisfy one of Tumanov's conditions but the quasivariety generated by this lattice is not finitely based. It has no finite basis of quasi-identities. We investigate the topological quasivariety generated by the constructed lattice and prove that it is not standard. And we would like to note that there is an infinite number of lattices similar to this lattice T.

Acknowledgments. The authors thank A.M. Nurakunov for his attention and useful remarks and the reviewer for constructive comments that made it possible to improve this manuscript.

References

1 McKenzie R. Equational bases for lattice theories //Math. Scand. –1970. –Vol. 27. –P.24-38.
2 Belkin V.P. Quasi-identities of finite rings and lattices //Algebra and Logic. –1979. –Vol. 17. –P.171-179.
3 Gorbunov V.A., Smirnov D.M. Finite algebras and the general theory of quasivarieties //Colloq. Mathem. Soc. Janos Bolyai. Finite Algebra and Multipli-valued Logic. –1979. –Vol. 28. –P.325-332.
4 Tumanov V.I. On finite lattices having no independent bases of quasi-identities //Math. Notes. –1984. –Vol. 36. –P.625-634.
5 Dziobiak W. Finitely generated congruence distributive quasivarieties of algebras //Fund. Math. –1989. –Vol. 133. –P.47-57.
6 Clark D.M., Davey B.A., Haviar M., Pitkethly J.G., Talukder M.R. Standard topological quasi-varieties //Houston J. Math. –2003. –Vol.29. –P.859–887.
7 Clark D.M., Davey B.A., Freese R.S., Jackson M.G. Standard topological algebras: syntactic and principal congruences and profiniteness //Algebra Univ. –2004. –Vol. 52. –P.343–376.
8 Clark D.M., Davey B.A., Jackson M.G., Pitkethly J.G. The axiomatizability of topological prevarieties //Advances in Mathematics. –2008. -Vol. 218. –P.1604-1653.
9 Kravchenko A.V., Nurakunov A.M., Schwidefsky M.V. Structure of quasivariety lattices. IV. Nonstandard quasivarieties //Siberian Math. J. –2021. –Vol.62. –№5. –P.850–858.
10 Burris S., Sankappanavar H.P. A Course in Universal Algebra. - New York: Springer, 1980. 315 p.
11 Gorbunov V.A. Algebraic Theory of Quasivarieties. - New York: Consultants Bureau, 1998. 368 p.
12 Birkhoff G. Subdirect union in universal algebra //Bull. Amer. Math. Soc. –1944. –Vol. 50. –P.764-768.
13 Basheyeva A.O., Mustafa M., Nurakunov A.M. Properties not retained by pointed enrichments of finite lattices //Algebra Univers. –2020. –Vol. 81. –№4. –P.1-11.
14 Jonsson B. Algebras whose congruence lattices are distributive //Math. Scand. –1967. –Vol. 21. –P.110-121.

С.М. Луцак, О.А. Воронина

Манаш Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Пушкин көш. 86, Петропавл, 150000, Қазақстан

Белгілі бір ақырлы модулярлық торлардан пайда болған квазикөпбейнелердің кейбір қасиеттері туралы

Аннотация: Дискретті топологиялы ақырлы A алгебрасы оның бос емес декарттық дәрежелерінің сәйкес декарттық топологияларда тұйық барлық топологиялық тұйық ішкі алгебраларынан тұратын топологиялық квазикөпбейне тудырады. Егер Q(A)-де алгебралық редукторы бар әр бульдік топологиялық алгебра профинит болса, онда бұл топологиялық квазикөпбейне стандартты болып табылады. Мақалада Тумановтың бір шартын қанағаттандырмайтын, бірақ ол арқылы құрылған Q(T) квазикөпбейне ақырлы негіздік болмайтын T ақырлы модулярлы торы құрылады. T торы арқылы пайда болған топологиялық квазикөпбейне зерттеліп, оның стандартты емес екендігі дәлелденді. Сонымен қатар, T торына ұқсас шексіз торлар бар екенін атап өткіміз келеді.

Түйін сөздер: тор, ақырғы тор, модулярлық тор, Туманов шарттары, квазикөпбейне, топологиялық квазикөпбейне, стандартты топологиялық квазикөпбейне.

С.М. Луцак, О.А. Воронина

Северо-Казахстанский университет имени Манаша Козыбаева, ул. Пушкина, 86, Петропавловск, 150000, Казахстан

О некоторых свойствах квазимногообразий, порожденных определенными конечными модулярными решетками

Аннотация: Конечная алгебра A с дискретной топологией порождает топологическое квазимногообразие, состоящее из всех топологически замкнутых подалгебр непустых декартовых степеней алгебры A, замкнутых в соответствующих декартовых топологиях. Это топологическое квазимногообразие является стандартным, если каждая булева топологическая алгебра с алгебраическим редуктом в Q(A) является профинитной. В статье проводится построение конечной модулярной решетки T, которая не удовлетворяет одному из условий Туманова, но квазимногообразие Q(T), порожденное этой решеткой, не является конечно базируемым. Исследуется топологическое квазимногообразие, порожденное решеткой T, и доказано, что оно не является стандартным. Также необходимо отметить, что существует бесконечное множество решеток, подобных решетке T.

Ключевые слова: решетка, конечная решетка, модулярная решетка, условия Туманова, квазимногообразие, топологическое квазимногообразие, стандартное топологическое квазимногообразие.

References

1 McKenzie R. Equational bases for lattice theories, Math. Scand., 1970. Vol. 27. P.24-38.
2 Belkin V.P. Quasi-identities of finite rings and lattices, Algebra and Logic. 1979. Vol. 17. P.171-179.
3 Gorbunov V.A., Smirnov D.M. Finite algebras and the general theory of quasivarieties, Colloq. Mathem. Soc. Janos Bolyai. Finite Algebra and Multipli-valued Logic. 1979. Vol. 28. P.325-332.
4 Tumanov V.I. On finite lattices having no independent bases of quasi-identities, Math. Notes. 1984. Vol. 36. P.625-634.
5 Dziobiak W. Finitely generated congruence distributive quasivarieties of algebras, Fund. Math. 1989. Vol. 133. P.47-57.
6 Clark D.M., Davey B.A., Haviar M., Pitkethly J.G., Talukder M.R. Standard topological quasi-varieties, Houston J. Math. 2003. Vol.29. P.859–887.
7 Clark D.M., Davey B.A., Freese R.S., Jackson M.G. Standard topological algebras: syntactic and principal congruences and profiniteness, Algebra Univ. 2004. Vol. 52. P.343–376.
8 Clark D.M., Davey B.A., Jackson M.G., Pitkethly J.G. The axiomatizability of topological prevarieties, Advances in Mathematics. 2008. Vol. 218. P.1604-1653.
9 Kravchenko A.V., Nurakunov A.M., Schwidefsky M.V. Structure of quasivariety lattices. IV. Nonstandard quasivarieties, Siberian Math. J. 2021. Vol.62. №5. P.850–858.
10 Burris S., Sankappanavar H.P. A Course in Universal Algebra. New York: Springer, 1980. 315 p.
11 Gorbunov V.A. Algebraic Theory of Quasivarieties. New York: Consultants Bureau, 1998. 368 p.
12 Birkhoff G. Subdirect union in universal algebra, Bull. Amer. Math. Soc. 1944. Vol. 50. P.764-768.
13 Basheyeva A.O., Mustafa M., Nurakunov A.M. Properties not retained by pointed enrichments of finite lattices, Algebra Univers. 2020. Vol. 81. №4. P.1-11.
14 Jonsson B. Algebras whose congruence lattices are distributive, Math. Scand. 1967. Vol. 21. P.110-121.

Сведения об авторах:

Луцак С.М. – ***Байланыс үшін автор***, 6D060100-Математика мамандығы бойынша PhD, "Математика және информатика" кафедрасының доценті, Манаш Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Пушкин көш. 86, Петропавл, 150000, Қазақстан.

Воронина О.А. –физика-математика ғылымдарының кандидаты, "Математика және информатика" кафедрасының аға оқытушысы, Манаш Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Пушкин көш. 86, Петропавл, 150000, Қазақстан.

Lutsak S.M. – ***Corresponding author,*** PhD in the specialty 6D060100 - Mathematics, Associate Professor of the Department of Mathematics and Computer Science of Kozybayev University, 86 Pushkin str., Petropavlovsk, 150000, Kazakhstan.

Voronina O.A. – candidate of physical and mathematical sciences, Senior Lecturer of the Department of Mathematics and Computer Science of Kozybayev University, 86 Pushkin str., Petropavlovsk, 150000, Kazakhstan.

Received 09.06.2022

Bulletin of L.N. Gumilyov ENU. Mathematics. Computer science. Mechanics series, 2022, Vol. 140, №3, P.15-22
http://bulmathmc.enu.kz, E-mail: vest_math@enu.kz

МРНТИ: 27.43

А.Ж. Жубанышева, Г.Е. Таугынбаева, Н.Ж. Наурызбаев, Н. Темиргалиев

Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, Сатпаева, 2, Нур-Султан, 010008, Казахстан
(E-mail: zhubanysheva_azh@enu.kz)

Об одном проблемном моменте в учебниках по Теории вероятностей [1]

Аннотация: Изучается, на наш взгляд, имеющийся в учебниках по Теории вероятностей проблемный момент "*Произвели эксперимент, известен исход. Произошло ли событие?*" и связанные с ним вычисления частот осуществления данного события в контексте определения вероятности. Именно, проводятся теоретические и практические развернутые обсуждения этих тем с обоснованиями.

Ключевые слова: вероятностное пространство, событие, реализация события, исход, вероятность, эксперимент с конечным числом исходов.

DOI: https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2022/3.2

2000 Mathematics Subject Classification: 97K50.

Введение. Еще в древности сказано "*Подвергай все сомнению*" с постоянным критическим восприятием всего сущего. Так, например, учебник А.Н. Колмогорова и С.В. Фомина [1] носит название "Элементы теории функций и функционального анализа", в то время как текст по содержанию выполнен в обратном порядке, что существенно ограничило первую часть "Функциональный анализ", оставив без иллюстраций важнейшие объекты типа "Гильбертовы пространства", основной реализацией которого является Лебегово пространство $L^2(\Omega)$. Невозможность применения Лебеговского интегрирования моментально отражается на полноте изложения обобщенных функций (см. [2]).

Другого сорта проблемы в усвоении темы "Теория пределов" в знаменитом учебнике Г.М. Фихтенгольца [3] вызывает фраза "Для любого сколь угодно малого положительного ε". При применении сразу же возникает вопрос "Взяли $\varepsilon > 0$, оно малое? Или надо взять еще меньше?". Тогда как каждое отдельно взятое число не обладает свойством быть "большим" или "малым". Это свойство возникает при сравнении с другим числом: число 5 одновременно "малое" по сравнению с числом 6 и "большое" по сравнению с числом 4, - об этом казахи давно сказали "Берушіге бесеу көп, алушыға алтау аз". Продолжая этот эпизод отметим, что учебник Фихтенгольца был бы более понятным, если рассуждения велись бы с объяснениями "Число $\varepsilon > 0$ одновременно и фиксированное, и произвольное". "Фиксированное" по той причине, что "$\varepsilon > 0$" конкретное число - это с одной стороны, с другой стороны "ε произвольное положительное число", поскольку на ε, кроме быть положительным, никакое другое условие не налагается. И так можно продолжить в большом количестве, но ограничимся еще двумя примерами. По определению дифференциала как "Главной линейной части приращения функции, являющейся бесконечно малой более высокого порядка по сравнению с приращением аргумента", в котором разъяснение о бесконечной малости дифференциала переводит эту обычную линейную функцию на совершенно другой уровень неверного понимания. Точно также, Числовой ряд в контексте "Бесконечная сумма" приобретает смысл только через предельный переход, поскольку можно сложить два числа, три числа и любое конечное

[1] Работа выполнена в рамках проекта AP14872564 МОН РК.

множество чисел, но нельзя сложить числа в бесконечном количестве, что не разъясняется опять же в ущерб пониманию.

Данная статья посвящена одному такому же проблемному эпизоду, одному, но оказывающему принципиальное влияние на усвоение всей теории в классических и новейших учебниках Теории вероятностей.

Необходимые предварительные сведения. В самом общем понимании Теория вероятностей изучает различные явления (эксперимент, наблюдение, опыт и с такими же подобными названиями) с непредсказуемым исходом, но возможное множество которых в том или ином смысле известно.

Математической моделью эксперимента является вероятностная тройка $(\Omega, \sigma F, P)$. Здесь Ω - множество всевозможных исходов, называемых элементарными событиями, σF - σ-алгебра подмножеств множества Ω, называемых событиями и P вероятность - числовая функция на этой σ-алгебре, удовлетворяющая следующим условиям: $P(\Omega) = 1$, для любого A из σ-алгебры событий σF вероятность неотрицательна, т.е. для всех A из σF выполняется $P(A) \geq 0$ и является σ-аддитивной, т.е. для любой конечной или счетной последовательности непересекающихся множеств A_i из σF выполняется равенство $P(\sum\limits_i A_i) = \sum\limits_i P(A_i)$.

В Теории вероятностей необходимо четко отличать "эксперимент", "реализация эксперимента", "исход (реализации) эксперимента", "элементарное событие", "событие" и "вероятность события".

Теперь сформулируем вопрос, чему посвящена данная статья и который, на наш взгляд, в отчетливо-ясном виде не описывается ни в одном, по крайней мере, из доступных нам учебниках: "*Произвели эксперимент, известен исход. Произошло ли событие?*". То же по-другому: Имеем конкретное событие, произведен эксперимент, известен его исход. Что означает "*В результате эксперимента зафиксированное событие произошло*" и что означает "*В результате эксперимента зафиксированное событие не произошло*"?

Ответ такой: если полученный исход как элементарное событие есть элемент зафиксированного события, то говорят, что произошло *зафиксированное событие.* Понятно, что другие элементарные события, в их числе и из зафиксированного события, если таковые имеются, при произведенном эксперименте произойти не могут.

Если же полученный исход не есть элемент зафиксированного события, то говорят, что *зафиксированное событие* не произошло.

Особо подчеркнем, что всякое конкретное событие состоит из элементарных событий, каждое из которых является шансом для реализации всего события, реализация одного из шансов - одного элементарного события обеспечивает выполнение всего события, а остальные можно понимать как еще не реализованные шансы.

В статье мы ограничимся только экспериментом с конечным числом исходов, тогда σ-алгебра σF превращается в алгебру F, состоящую из всех подмножеств множеств Ω, а само событие, относящееся к центральным понятиям, есть произвольное подмножество множества Ω.

Пример эксперимента (который на протяжении всей статьи будем обозначать готической буквой $\Re$), **состоящего из последовательного подбрасывания двух монет, затем одной игральной кости и его полное вероятностное описание.**

Имеем, $\Re$: Монета №1 и Монета №2 со сторонами "Герб" и "Решетка", Игральная кость.

В таблице 1 для данного примера представлены "эксперимент", "реализация эксперимента" и "исход эксперимента":

Таблица 1

Эксперимент $\Re$	Последовательное подбрасывание двух монет, затем одной игральной кости
Реализация эксперимента $\Re$	Сначала подбрасывается Монета №1, затем - Монета №2 и, наконец, - Игральная кость
Всевозможные исходы эксперимента $\Re$ - элементарные события	$(\Gamma,\Gamma,1),(\Gamma,\Gamma,2),(\Gamma,\Gamma,3),(\Gamma,\Gamma,4),(\Gamma,\Gamma,5),(\Gamma,\Gamma,6),$ $(\Gamma,\mathrm{P},1),(\Gamma,P,2),(\Gamma,P,3),(\Gamma,P,4),(\Gamma,P,5),(\Gamma,P,6),$ $(P,\Gamma,1),(P,\Gamma,2),(P,\Gamma,3),(P,\Gamma,4),(P,\Gamma,5),(P,\Gamma,6),$ $(P,P,1),(P,P,2),(P,P,3),(P,P,4),(P,P,5),(P,P,6)$

В рассматриваемом нами примере событием является любое подмножество множества
$\Omega=\{(\Gamma,\Gamma,1),(\Gamma,\Gamma,2),(\Gamma,\Gamma,3),(\Gamma,\Gamma,4),(\Gamma,\Gamma,5),(\Gamma,\Gamma,6),(\Gamma,P,1),(\Gamma,P,2),(\Gamma,P,3),(\Gamma,P,4),$ $(\Gamma,P,5),(\Gamma,P,6),(P,\Gamma,1),(P,\Gamma,2),(P,\Gamma,3),(P,\Gamma,4),(P,\Gamma,5),(P,\Gamma,6),(P,P,1),(P,P,2),$ $(P,P,3),(P,P,4),(P,P,5),(P,P,6)\}$.

Так как количество элементов в Ω равно 24, то множество всевозможных подмножеств, т.е. алгебра событий F состоит из $2^{24}=16777216$ элементов. На данном этапе рассмотрений вероятность остается неконкретизированной произвольной.

Из теоретически всех возможных событий 16 777 216 данного эксперимента выберем четыре:

$A=\{(\Gamma,P,5),(P,P,3)\}$,

B - на игральной кости выпало четное число:

$B=\{(\Gamma,\Gamma,2);(\Gamma,\Gamma,4);(\Gamma,\Gamma,6);(\Gamma,P,2);(\Gamma,P,4);$
$(\Gamma,P,6);(P,\Gamma,2);(P,\Gamma,4);(P,\Gamma,6);(P,P,2);(P,P,4);(P,P,6)\}$,

$C=A\cup B=\{(\Gamma,\Gamma,2);(\Gamma,\Gamma,4);(\Gamma,\Gamma,6);(\Gamma,P,2);(\Gamma,P,4);(\Gamma,P,5);(\Gamma,P,6);(P,\Gamma,2);$
$(P,\Gamma,4);(P,\Gamma,6);(P,P,2);(P,P,3)\}$,

$D=\{(\Gamma,\Gamma,1),(\Gamma,\Gamma,3),(\Gamma,\Gamma,6),(\Gamma,P,2),(\Gamma,P,3),(\Gamma,P,4),(P,\Gamma,1),(P,\Gamma,3),$
$(P,\Gamma,4),(P,P,3),(P,P,4),(P,P,5)\}$.

Читателю предлагается самостоятельно подготовить материальную базу эксперимента из двух монет "Сначала подбрасывается Монета №1, затем - Монета №2, и, наконец, - Игральная кость". ,

затем провести реализацию эксперимента из двух упорядоченных монет и одной игральной кости, и проводить в нужном количестве сами эксперименты, с фиксацией в каждом случае исхода эксперимента - элементарного события. Затем провести реализацию эксперимента "Сначала подбрасывается Монета №1, затем - Монета №2, и, наконец, - Игральная кость". В результате эксперимента имеем элементарное событие - ровно один элемент множества Ω. Задача заключается в том, чтобы определить какое из выделенных нами событий A,B,C,D произошло, а какое нет.

Реализация № 1 Эксперимента $\Re$ с исходом $(\Gamma,P,5)$. Произведен эксперимент - подбрасывается Монета №1, фиксируется исход "Г" или "Р", далее подбрасывается Монета №2, фиксируется исход "Г" или "Р" и затем подбрасывается Игральная кость, фиксируется исход, - одно из чисел $1,2,3,4,5,6$. В итоге формируется исход эксперимента - элементарное событие из набора Ω.

Допустим при реализации эксперимента получен следующий исход $(\Gamma,P,5)$, т.е. результат подбрасывания Монеты №1 есть "Герб", далее результат подбрасывания Монеты №2 есть "Решетка" и результат подбрасывания Игральной кости есть 5. Для этого исхода определим выполнение или невыполнение каждого из событий A,B,C,D. Поскольку,

$$(\Gamma,P,5)\in A=\{(\Gamma,P,5);(P,P,3)\},$$

то событие A выполнено. Далее,

$$(\Gamma,P,5)\in B=\{(\Gamma,\Gamma,2);(\Gamma,\Gamma,4);(\Gamma,\Gamma,6);(\Gamma,P,2);(\Gamma,P,4);(\Gamma,P,6);(P,\Gamma,2);(P,\Gamma,4);$$

$$(P, \Gamma, 6); (P, P, 2); (P, P, 4); (P, P, 6)\},$$

поэтому событие B не выполнено. Затем,

$$(\Gamma, P, 5) \in C = \{(\Gamma, \Gamma, 2); (\Gamma, \Gamma, 4); (\Gamma, \Gamma, 6); (\Gamma, P, 2); (\Gamma, P, 4); (\Gamma, P, 5); (\Gamma, P, 6); (P, \Gamma, 2);$$

$$(P, \Gamma, 4); (P, \Gamma, 6); (P, P, 2); (P, P, 3); (P, P, 4)\},$$

стало быть событие C выполнено. И наконец событие D не выполнено, так как

$$(\Gamma, P, 5) \in D = \{(\Gamma, \Gamma, 1), (\Gamma, \Gamma, 3), (\Gamma, \Gamma, 6), (\Gamma, P, 2), (\Gamma, P, 3), (\Gamma, P, 4), (P, \Gamma, 1),$$

$$(P, \Gamma, 3), (P, \Gamma, 4), (P, P, 3), (P, P, 4), (P, P, 5)\}.$$

Таким образом, исход эксперимента - элементарное событие $(\Gamma, P, 5)$ как элемент содержится в A и C, и не содержится в B и D, что по определению "*Произвели эксперимент, известен исход. Произошло ли событие?*" означает, что в Эксперименте №1 события A и C произошли, а события B и D не произошли.

В полном понимании связки "Исход эксперимента - событие" для события A элементерное событие $(\Gamma, P, 5)$ есть реализованный шанс, а элементарное событие $(P, P, 5)$ является нереализованным шансом.

То же самое повторяется в остальных случаях. Приведем еще один пример без развернутых обсуждений.

Реализация № 2 Эксперимента $\Re$ с исходом $(P, P, 4)$**.** Проведем еще одну реализацию эксперимента и пусть при подбрасывании Монеты №1 выпала "Решетка", при подбрасывании Монеты №2 выпала также "Решетка" и при подбрасывании игральной кости выпала 4, тогда исход эксперимента $(P, P, 4)$. Посмотрим, какое из событий A, B, C и D произошло, а какое нет. Имеем,

$(P, P, 4) \in A = \{(\Gamma, P, 5), (P, P, 3)\}$

$(P, P, 4) \in B = \{(\Gamma, \Gamma, 2); (\Gamma, \Gamma, 4); (\Gamma, \Gamma, 6); (\Gamma, P, 2); (\Gamma, P, 4);$
$(\Gamma, P, 6); (P, \Gamma, 2); (P, \Gamma, 4); (P, \Gamma, 6); (P, P, 2); (P, P, 4); (P, P, 6)\}$

$(P, P, 4) \in C = A \cup B = \{(\Gamma, \Gamma, 2); (\Gamma, \Gamma, 4); (\Gamma, \Gamma, 6); (\Gamma, P, 2); (\Gamma, P, 4); (\Gamma, P, 5); (\Gamma, P, 6); (P, \Gamma, 2);$
$(P, \Gamma, 4); (P, \Gamma, 6); (P, P, 2); (P, P, 3)\}$

$(P, P, 4) \in D = \{(\Gamma, \Gamma, 1), (\Gamma, \Gamma, 3), (\Gamma, \Gamma, 6), (\Gamma, P, 2), (\Gamma, P, 3), (\Gamma, P, 4), (P, \Gamma, 1), (P, \Gamma, 3),$
$(P, \Gamma, 4), (P, P, 3), (P, P, 4), (P, P, 5)\}$.

Во второй реализации Эксперимента $\Re$, событие A не произошло, поскольку $(P, P, 4)$ не содержится в A, а события B, C и D произошли, так как $(P, P, 4)$ как элемент принадлежит этим множествам.

Перейдем к практической реализации Эксперимента $\Re$: согласно теории имеем эксперимент и соответствующее ему вероятностное пространство $(\Omega, \sigma F, P)$, также есть событие $E \in \sigma F$ и его вероятность $P(E)$. Что дает знание числа $P(E)$?

Здесь будем использовать частотную интерпретацию вероятности, смысл которой заключается в следующем: Дано событие E, реализуем эксперимент N-ное количество раз и следим за тем, сколько раз событие E произошло - отношение числа появлений события к числу проведенных экспериментов близко к вероятности $P(E)$, причем эта близость имеет тенденцию увеличения с ростом числа экспериментов.

Практическое подтверждение частотной интерпретации вероятности дают опыты с подбрасыванием симметричной и однородной монеты (см. Таблицу 2). Слово "симметричный" означает, что монета имеет симметричную геометрическую форму целиндра, а "однородность" означает, что плотность монеты одинакова во всех точках.

В Таблице 2 приведены результаты опытов, проведенных Бюффоном, де Морганом, Джевонсом, Романовским, Пирсоном и Феллером:

Таблица 2

Экспериментатор	**Число бросаний**	**Частота выпадений Герба**
Бюффон (1707-1788) - французский натуралист, биолог, математик, естествоиспытатель	4040	0.507
Де Морган (1806-1871) - шотландский математик, логик	4090	0,505
Феллер У. (1906-1970) - американский математик	10000	0.4979
Джевонс (1835-1882) - английский экономист, философ	20480	0.5068
Пирсон К. (1857-1936) - английский математик, статист	24000	0,5005
Романовский В.И.(1879-1954) - советсткий математик	80640	0,4933

Любая реальная монета не является абсолютно симметричной и однородной, а изготовление монеты, близкой к идеальной, требует соответственно больших усилий и затрат. Поэтому опыты с симметричными и однородными монетами расцениваются как научный результат. Таким образом, вероятности выпадения герба и решетки, в силу близости монеты к идеальной, принимаются равными, т.е. вероятность $p = \frac{1}{2}$ для каждой из сторон, тем самым данные таблицы экспериментально подтверждают частотную интерпретацию вероятности.

По-видимому, к удивительным явлениям Мироздания надлежит отнести все эти эксперименты, когда разные люди, в разные времена, подбрасывая разные монеты, объединенные одним и тем же свойством симметричности и однородности изготовления, получают один и тот же результат - примерное равенство выпадения Герба и Решетки. Этому частотному опыту, по нашему мнению, в качестве наличия статистической регулярности, определяющее само существование Теории вероятностей, предшествовало замечательное наблюдение азартного игрока кавалера де Мере, который различил по здравому смыслу неразличимые частоты $\frac{25}{216}$ и $\frac{27}{216}$ событий, когда в игре с одновременным подбрасыванием 3-х игральных костей суммарное количество выпадающих очков 11 выпадало чаще, чем 12, в то время как по его расчетам 11 очков получаются в 6-ти случаях

$$(6-4-1),(6-3-2),(5-5-1),(5-4-2),(5-3-3),(4-4-3),$$

как и 12 очков в тех же по количеству 6-ти случаях

$$(6-5-1),(6-4-2),(6-3-3),(5-5-2),(5-4-3),(4-4-4).$$

Этому дали объяснение Паскаль и Ферма, оба в результате интенсивных обсуждений через переписку поняв, что помимо значений выпадающих цифр надо еще учитывать и порядок их появления, и тогда 11 выпадает в 27 случаях, 12 в 25 из всех возможных 216, по сути составили первую правильную вероятностную модель с констатацией "*Я вижу, что истина всегда одинакова: и в Париже, и в Тулузе*", тем самым подтверждая существование и самой теоретической науки, которая объясняет известное и открывает неизвестное (детали см. [6]).

Резюмируя, для определения численного значения вероятности каждого события данного эксперимента, согласно частотной интерпретации вероятности, последовательно проводится реализация эксперимента - первая, вторая, ... Фиксируем событие E, при каждой реализации эксперимента получаем свой исход и по нему с помощью определения наступления или не наступления события, точному описанию которого посвящена данная статья, отмечаем результат "событие E произошло" или "событие E не произошло".

Эту процедуру, на начальном этапе усвоения частотной интерпретации вероятности, для наглядности можно оформить в виде таблицы, в первой строке которой указывается номер реализации эксперимента, во второй - символы "+" (при данной реализации событие E произошло) или "-" (при данной реализации событие E не произошло):

Таблица 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	$N-1$	N
+	-	-	-	+	-	+	+	-	-	...	+	+

В итоге, отношение числа результатов "событие E произошло" (количество "+") к числу всех реализаций N дает приближенное значение искомой вероятности данного события E.

Здесь особо подчеркнем, что об исходе (отсутствие детерминистической регулярности) каждой отдельной реализации эксперимента заранее ничего сказать нельзя, но можно указать долю наступления события в большом количестве реализаций эксперимента, что означает наличие статистической регулярности.

После такой теоретической подготовки перейдем к описанию схемы установления вероятностей элементарных событий при подбрасывании двух монет и игральной кости. Есть конкретные монеты, Монета №1, Монета №2, а также Игральная кость. Описанной процедурой посредством подбрасывания монет устанавливается приближенное значение вероятностей выпадения Герба и Решетки.

Согласно вышеуказанному описанию частотной интерпретации вероятности сначала находим вероятности Монеты №1, затем Монеты № 2 и, далее, игральной кости путем проведения серии экспериментов.

Определение вероятностей элементарных событий эксперимента подбрасывания Монеты № 1. По своим возможностям фиксируем целое положительное число N, желательно как можно большое. Сначала проводим N-кратное подбрасывание монеты, количество выпадения герба обозначим через $Q_1^{(1)}$. Затем вся эта процедура повторяется с количеством выпадения Герба $Q_1^{(2)}$. Последовательность таких испытаний называют серией, при каждом из которых получаем количество выпадения Герба $Q_1^{(k)}$, где k номер N-кратного подбрасывания монеты в Серии. Тогда, для каждого номера k число $\frac{Q_1^{(k)}}{N}$ есть частота выпадения Герба. Так полученные частоты выпадения Герба $Q_1^{(k)}$ должны иметь тенденцию группировки около одного числа. Наподобие числа $\frac{1}{2}$ при идеальном эксперименте с симметричной и однородной монетой, только здесь будет свое число для взятой реальной монеты. Например, под искомой вероятностью выпадения Герба для данной Монеты №1 можно объявить среднее арифметическое всех полученных частот $P_1^{(1)} = \frac{1}{l}\sum\limits_{j=1}^{l} \frac{Q_1^{(j)}}{N}$ в Серии из l N-кратных подбрасываний монеты.

Таким образом, вероятность выпадения Герба и Решетки для первой монеты равны соответственно $P_1^{(1)}$ и $P_2^{(1)} = 1 - P_1^{(1)}$.

То же проделывается со второй монетой и определяются вероятности выпадения Герба и Решетки для второй монеты соответственно $P_1^{(2)}$ и $P_2^{(2)}$.

И, наконец, та же процедура очевидным образом приспособленная к игральной кости приводит к вероятностной картине игральной кости, состоящей из вероятностей выпадения $1, 2, 3, 4, 5, 6,$ равных соответственно $P_1^{(3)}, P_2^{(3)}, P_3^{(3)}, P_4^{(3)}, P_5^{(3)}, P_6^{(3)}$.

Вернемся к изучаемому эксперименту $\Re$. В силу того, что подбрасывания монет и игральной кости осуществляется независимо друг от друга, для вероятностей элементарных событий получаем:

$$P(\{(\Gamma,\Gamma,1)\}) = P_1^{(1)}P_1^{(2)}P_1^{(3)}, P(\{(\Gamma,\Gamma,2)\}) = P_1^{(1)}P_1^{(2)}P_2^{(3)},$$
$$P(\{(\Gamma,\Gamma,3)\}) = P_1^{(1)}P_1^{(2)}P_3^{(3)}, \ldots, P(\{(P,P,3)\}) = P_2^{(1)}P_2^{(2)}P_3^{(3)},$$
$$P(\{(P,P,4)\}) = P_2^{(1)}P_2^{(2)}P_4^{(3)}, P(\{(P,P,5)\}) = P_2^{(1)}P_2^{(2)}P_5^{(3)}, P(\{(P,P,6)\}) = P_2^{(1)}P_2^{(2)}P_6^{(3)}.$$

Теперь определим вероятности событий A и B. В силу конечной-аддитивности вероятностной меры P получаем

$$P(A)=P(\{(\Gamma,P,5);(P,P,3)\})=P(\{(\Gamma,P,5)\})+P(\{(P,P,3)\})=$$
$$=P_2^{(1)}P_2^{(2)}P_3^{(3)}+P_2^{(1)}P_2^{(2)}P_3^{(3)}$$

и

$$P(B)=P\left(\{(\Gamma,\Gamma,2);(\Gamma,\Gamma,4);(\Gamma,\Gamma,6);(\Gamma,P,2);(\Gamma,P,4);(\Gamma,P,6);(P,\Gamma,2);(P,\Gamma,4);\right.$$

$$\left.(P,\Gamma,6);(P,P,2);(P,P,4);(P,P,6)\}\right)=P(\{(\Gamma,\Gamma,2)\})+P(\{(\Gamma,\Gamma,4)\})+P(\{(\Gamma,\Gamma,6)\})+$$

$$+P(\{(\Gamma,P,2)\})+P(\{(\Gamma,P,4)\})+P(\{(\Gamma,P,6)\})+P(\{(P,\Gamma,2)\})+P(\{(P,\Gamma,4)\})+$$

$$+P(\{(P,\Gamma,P,6)\})+P(\{(P,P,2)\})+P(\{(P,P,4)\})+P(\{(P,P,4)\}).$$

Этим же путем можно вычислить вероятности событий C и D.

Как ранее отмечалось, изготовление монеты, близкой к идеальной, требует больших усилий и затрат. Каждая монета и игральная кость имеют свои вероятности. Предположим, что первая монета, используемая в эксперименте $\Re$ имеет вероятность выпадения Герба $0,47$, вторая монета - $0,52$ и игральная кость имеет смещенный центр тяжести с вероятностями выпадения сторон $1,2,3,4,5$ и 6 равных соответственно $0,16; 0,17; 0,15; 0,18; 0,18; 0,16$. Тогда вероятность события A равна

$$P(A)=P(\{(\Gamma,P,5);(P,P,3)\})=P(\{(\Gamma,P,5)\})+P(\{(P,P,3)\})=$$
$$=0,47\cdot 0,48\cdot 0,18+0,53\cdot 0,52\cdot 0,15=0,081948.$$

Читателю предлагается опять же провести серию экспериментов по подтверждению частотной интерпретации определения вероятностей для событий A,B,C и D, разумеется, для имеющихся у них двух монет и игральной кости.

Список литературы

1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. -Москва: Издательство "Наука", 1976. -543 стр.

2 Темиргалиев Н. Теории вложений и приближений в контексте К(В)П и внутренних проблем теории функций// Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. Серия Математика. Компьютерные науки. Механика. -2018. -Т. 125. № 4. -С. 8-68.

3 Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 1. -608 стр.

4 Темиргалиев Н. Теория вероятностей и математическая статистика. -Астана. 2010. Электронное издание.

5 Чернова Н.И. Теория вероятностей. - Новосибирск, СибГУТИ. -2009.- 128 с.

6 Реньи А. Письма о вероятности // Трилогия о математике. – М.: Мир, 1980. – С. 121–198.

А.Ж. Жұбанышева, Ғ.Е. Тауғынбаева, Н.Ж. Наурызбаев, Н. Темірғалиев

Теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Сәтпаева, 2, Астана, 010008, Қазақстан

Ықтималдықтар теориясы оқулықтарындағы бір проблемалық мәселе туралы

Аннотация: Біздің ойымызша, Ықтималдықтар теориясы бойынша оқулықтарда кездесетін "*Тәжірибе жүргізілді, нәтижесі белгілі. Оқиға орындалды ма?*" проблемасы мен онымен байланысты ықтималдық анықтамасы мәнмәтініндегі оқиға орындалу жиілігін есептеу қарастырылады. Атап айтқанда, бұл тақырыптар теориялық және практикалық тұрғыдан егжей-тегжейлі қарастырылады.

Түйін сөздер: ықтималдық кеңістік, оқиға, оқиғаның орындалуы, ықтималдық, ақырлы нәтижелі тәжірибе.

A.Zh. Zhubanysheva, G.E. Taugynbayeva, N.Zh. Nauryzbayev, N. Temirgaliyev

Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Astana, 010008, Kazakhstan

About one Problematic Moment in Textbooks on Probability Theory

Abstract: In the article is studied, according to our opinion, the problematic moment "*An experiment was performed, the outcome is known. Did the event occur?*" and the associated calculations of the frequencies of the occurrence of this event in the context of determining the probability. Namely, theoretical and practical detailed discussions of these topics are justificated.

Keywords: probability space, event, event realization, probability, experiment with a finite number of outcomes.

References

1 Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elementy teorii funkcij i funkcional'nogo analiza[Elements of the theory of functions and functional analysis]. (Nauka Publishing House, Moscow, 1976, 543 p.).

2 Temirgaliyev N. Embedding and Approximation Theories in the Context of Computational (Numerical) Diameter and Internal Problems of the Theory of Functions, Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Mathematics. Computer science. Mechanics series, 2018. Vol. 125. No. 4. P. 8-68.

3 Fikhtengolts G.M. Teorii vlozhenij i priblizhenij v kontekste K(V)P i vnutrennih problem teorii funkcij [Course of differential and integral calculus]. Vol. 1. 680 p. Vol. 2. 864 p. Vol. 3. 662 p.

4 Temirgaliev N. Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika [Probability theory and mathematical statistics]. Astana. 2010 [Elektron.].

5 CHernova N.I. Teoriya veroyatnostej[Probability Theory]. Novosibirsk, SibGUTI. 2009. 128 p.

6 Ren'i A. Pis'ma o veroyatnosti[Letters on Probability], Trilogiya o matematike[Trilogy on Mathematics]. (Mir, Moscow, 1980. P. 121–198).

Сведения об авторах:

Жубанышева А.Ж. – ***Автор для корреспонденции,***, PhD, старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, 010008, Казахстан.

Тауғынбаева Г.Е. – PhD, старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, 010008, Казахстан.

Наурызбаев Н.Ж. – PhD, старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, 010008, Казахстан.

Темиргалиев Н. – д.ф.-м.н., профессор, директор Института теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, 010008, Казахстан.

Тауғынбаева Г.Е. – PhD, старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, 010008, Казахстан.

Zhubanysheva A.Zh. – ***Corresponding author***, PhD, senior researcher of the Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Astana, 010008, Kazakhstan.

Taugynbayeva G.E. - PhD, senior researcher of the Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Astana, 010008, Kazakhstan.

Nauryzbayev N.Zh. - PhD, senior researcher of the Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Astana, 010008, Kazakhstan.

Temirgaliyev N. - doctor of physical and mathematical sciences, director of the Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Astana, 010008, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 21.08.2022

Bulletin of L.N. Gumilyov ENU. Mathematics. Computer science. Mechanics series, 2022, Vol. 140, №3, P.23-32
http://bulmathmc.enu.kz, E-mail: vest_math@enu.kz

МРНТИ: **20.23.21**

А.Б. Мусина [1] , С.С. Аубакиров [1] , П. Триго [2]

[1] *Казахский национальный университет имени аль-Фараби, аль-Фараби 71, Алматы, Казахстан*
[2] *Высший инженерный институт Лиссабона, ул. Консельейру Эмидиу Наварро, 1, 1959-007, Лиссабон, Португалия*
(E-mail: mussina.aigerim95@gmail.com, aubakirov.sanzhar@gmail.com, paulo.trigo@gmail.com)

Архитектура для непрерывного извлечения знаний из социальных сетей

Аннотация: Социальные сети уже давно играют неотъемлемую роль в повседневной жизни людей. Вся наша жизнь в реальном мире фиксируется и в цифровом пространстве. Социальные медиа и взаимодействующие с ними сети стали местом огромных возможностей для анализа данных. Их влияние на повседневную жизнь охватывает такие разные области, как цифровой маркетинг, анализ общественного мнения, мониторинг политической ситуации и уведомления о стихийных бедствиях. Любая задача обработки такого большого потока данных нуждается в целостной архитектуре, которая будет соответствовать анализируемому ресурсу. В представленной работе мы поставили перед собой задачу создать высоконагруженную, отказоустойчивую, масштабируемую систему для извлечения и обработки данных из различных социальных сетей и анализа данных в реальном времени. Решением выступает архитектура в виде комплекса модулей. Модули имеют свои особенности в зависимости от выполняемой работы, от сбора текстовых данных до непосредственной обработки и извлечения знаний.

Ключевые слова: Высоконагруженные системы, отказоустойчивость, масштабируемая архитектура, краулинг данных, Telegram.

DOI: https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2022/3.3

2000 Mathematics Subject Classification: 68M01

Введение. Социальные сети в основном бесплатны и, следовательно, представляют собой мощную и широко распространенную инфраструктуру для общения с большой аудиторией. Например, компания может быстро получить обратную связь об определенном бренде и провести анализ влияния своих публикаций в сети [1]. Различные социальные сети в Интернете (OSN - Online Social Network) устанавливают и укрепляют свои собственные отношения между потребителями и производителями [2].

Цель нашего исследования - создать высоконагруженную, отказоустойчивую, масштабируемую архитектуру для массового извлечения и обработки, в режиме реального времени, данных из социальных сетей. В качестве первого примера мы решили взять набирающий популярность во всем мире мессенджер Telegram. На конец 2022 года в данной сети было около 350 000 активных пользователей из Казахстана [3]. В 2022 году ежемесячные активные пользователи Telegram во всем мире достигли 700 миллионов пользователей. Несмотря на быстрый рост, Telegram является относительно молодой OSN и еще не стала предметом интенсивных исследований. Авторы Telegram OSN предоставляют разработчикам множество общедоступных инструментов для создания собственных клиентских приложений [4].

Социальные сети генерируют огромное количество постоянно увеличивающихся данных, поэтому предъявляют строгие требования к любой архитектуре извлечения данных на основе поисковых роботов. Основные требования включают в себя:

1. Собирать информацию по разным социальным сетям в Интернете. Поскольку сканер социальных сетей должен работать с разными OSN, внешние API будут другими. Однако внутренняя обработка данных будет для всех одинакова.
2. Подключение новой OSN. Этот процесс должен быть простым.
3. Масштабируемость в отношении предварительной обработки и анализа данных.

Чтобы наша архитектура удовлетворяла указанным выше требованиям, она должна иметь следующие свойства.

Эластичность. Это степень, в которой система способна адаптироваться к изменениям в рабочей нагрузке, предоставляя и удаляя ресурсы в автономном режиме, так что в любой момент времени доступные ресурсы максимально приближены к текущему спросу [5].

Масштабируемость. Его можно разделить на «структурную масштабируемость и масштабируемость нагрузки». Структурная масштабируемость - это способность системы расширяться в выбранном измерении без значительных изменений в ее архитектуре. Масштабируемость нагрузки - это способность системы правильно работать при увеличении предлагаемого трафика [6].

Самостоятельное развертывание. Понимается как часть топологии развертывания приложения для реализации конкретной технической единицы [7]. Чаще всего под единицей развертывания понимается «стандартный контейнер». Цель стандартного контейнера - инкапсулировать программный компонент и все его зависимости в самоописывающем и переносимом формате, чтобы любая совместимая среда выполнения могла запускать его без дополнительных зависимостей, независимо от базовой машины и содержимого контейнера. Это определение из Open Container Initiative (OCI), которое объясняется в 5 принципах стандартных контейнеров [8].

В зависимости от цели анализа данных, могут меняться и требования по сбору данных. В качестве примера в данной работе мы рассмотрим задачу обнаружения событий, event detection. Данная задача применяется для различных OSN. Кроме того, «событие» имеет разные определения в зависимости от контекста и применения. Событие можно взять как «случай, вызвавший изменение объема текстовых данных, обсуждающих определенную тему в определенное время. Это событие характеризуется темой и временем и часто связано с такими объектами, как люди и местоположение» [9]. Далее на примере задачи обнаружения событий мы покажем работу нашей системы, построенной как комплекс модулей.

1. Обзор литературы. Архитектуры для краулинга данных с Интернет ресурсов помимо сбора данных также включают в себя определенную обработку данных. Ниже представлены работы последних лет с акцентом на архитектуру для Интернет краулинга. В последние годы все еще актуальны исследования на архитектуры для сбора данных с веб-сайтов [10–12]. Краулинг социальных сетей на данный момент возможен для различных сетей благодаря предоставленным API. В работе [13] предложена архитектура, которая собирает и анализирует данные по запросу пользователя относительно временного промежутка, локации и ключевых слов в нескольких сетях Google Trends, Twitter и Facebook [13]. Однако система не собирает данные постоянно в режиме реального времени.

Можно выделить два направления краулинга — общий [11] и сфокусированный [10]. Общий краулинг подразумевает сбор всей информации из интересующих ресурсов. Сфокусированный краулинг направлен на сбор информации по определенной тематике. Иногда это может решаться на уровне ресурсов с которых идет сбор данных, краулеру предлагаются для парсинга сайты с интересующей тематикой [14]. Однако если сайт располагает статьями на разные тематики, то чтобы не собирать всю информацию предлагаются архитектуры для сфокусированного краулинга [10]. В предложенной архитектуре имеется сервис фильтра по тематике. Перед тем как проиндексировать и внести URL ссылку в очередь для будущего краулинга, ресурс фильтруется по тематике при помощи Deep Neural Network классификатора. В работе рассматриваются веб-страницы, которые в среднем больше чем сообщения в социальных сетях. Применение данной архитектуры для социальных сетей не представляется возможной.

Краулинг может концентрироваться не только на тематике текста, но и на пользователях [15]. Параллельно со сбором данных в представленной архитектуре присутствует модуль машинного обучения для непрерывного обучения модели по классификации пользователей, как тех чьи посты стоят внимания и не стоят. В работе представлена архитектура, где все модули связаны через Catenae, библиотекой Python для разработки масштабируемых графов по обработке потоков данных. Catenae использует для обмена сообщениями инструмент Kafka. Данный инструмент также используется в работе [16], для распределения сообщений с командами для краулинга. Хотя Kafka превосходит RabbitMQ по размеру обрабатываемых данных, но в микросервисной архитектуре со сложной маршрутизацией больше подходит RabbitMQ. Маршрутизация заключается в прохождении сообщений между краулерами и разными обработчиками данных. В данной работе представлена микросервисная архитектура для краулинга и обработки информации из социальных сетей в режиме реального времени. Подробно описаны примененные технологии.

2. Методология. В этом разделе мы описываем технологию, которая соответствует требованиям нашей архитектуры. В настоящее время существует парадигма разработки программного обеспечения, которая заключается в бизнес-процессах и архитектуре решения вышеуказанных проблем. Эта парадигма называется «Разработка облачных приложений» (Cloud-Native Application Development) [17]. Эта концепция относится к набору технологий и шаблонов проектирования, которые стали стандартом для создания крупномасштабных облачных приложений. Разработка программного обеспечения в этой парадигме обеспечивает свойства успешных облачных приложений, включая динамическую масштабируемость, максимальную отказоустойчивость, обновления без прерывания работы и безопасность. Чтобы сделать возможным создание приложений, отвечающих этим требованиям, мы описываем архитектуру микросервисов, которая играет центральную роль в облачном проектировании.

В огромном обзоре было проанализировано, собрано и обобщено более 50 работ, связанных с разработкой облачных приложений [18]. В результате авторы определили термин «собственное облачное приложение» следующим образом, далее перевод: «Облачное приложение (CNA) - это распределенная, гибкая и масштабируемая система (микро) сервисов, которая изолирует состояние в минимальном количестве компонентов с отслеживанием состояния. Приложение и каждый отдельный модуль развертывания этого приложения разработаны в соответствии с шаблонами проектирования, ориентированными на облако, и работают на гибкой платформе самообслуживания.»

Было предложено называть такие приложения IDEAL, чтобы приложение было [Isolated state] изолированным, [Distributed] имело распределенную архитектуру, было [Elastic] гибким в смысле горизонтального масштабирования, управлялось с помощью [Automated] автоматизированных систем и его компоненты должны быть слабо связаны [19]. Создание облачных приложений в этой парадигме приводит к следующим результатам [20]:

- более быстрое предоставление программных решений заказчику
- отказоустойчивость
- автоматизация восстановления
- легкое и быстрое горизонтальное масштабирование приложений
- возможность обрабатывать огромное количество данных

В основе нашего подхода к дизайну лежал наш первый кейс OSN - Telegram. В настоящее время разработчики социальных сетей обычно предоставляют общедоступные инструменты или библиотеки для взаимодействия со своей системой и ее данными. Выше было сказано, что Telegram становится все более популярным. Мы решили сначала создать краулер для социальных сетей на основе Telegram OSN. Согласно официальной библиотеке баз данных Telegram (TDLib), предоставленной Telegram, мы создали наше Client API приложение.

Комплекс модулей должен включать в себя следующие компоненты:

- сбор данных
- хранение данных
- обработка данных
  - токенизация
  - лемматизация
  - определение тематики текста
  - определение настроения текста
  - подсчет частотности токенов и лемм
  - обнаружение события

Модули обработки данных всегда одинаково связаны с хранилищами данных и модулями сбора данных. Однако их внутренняя логика может меняться в зависимости от конечной цели анализа социальных сетей.

3. Результаты и Обсуждение. В этом разделе мы описываем нашу архитектуру для извлечения и обработки данных из социальных сетей. Структура базы данных также представлена в разделе 3.3.

3.1 Облачная архитектура. Мы разработали облачную архитектуру на основе микросервисов. Микросервисы - это декомпозиция монолитных бизнес-систем на независимо развертываемые сервисы, которые выполняют одну задачу. Основной способ взаимодействия между сервисами в архитектуре облачных приложений - через опубликованные и версионные API (совместная работа на основе API). В нашей архитектуре микросервисы общаются через очередь сообщений.

Отдельные развертываемые блоки архитектуры спроектированы и взаимосвязаны в соответствии с набором облачных шаблонов, таких как приложение с двенадцатью факторами [21], Circuit Breaker [22]. Методология двенадцатифакторных приложений - это методология создания приложений «программное обеспечение как услуга». Прерыватель цепи используется в архитектуре микросервисов для предотвращения каскадных сбоев во время взаимодействия сервисов. Эти передовые методы предназначены для создания приложений, обеспечивающих переносимость и отказоустойчивость при развертывании в Интернете.

Мы используем гибкую платформу OpenStack, которая используется для развертывания и эксплуатации этих микросервисов через автономные единицы развертывания (контейнеры). Эта платформа предоставляет дополнительные операционные возможности поверх инфраструктуры IaaS, такие как автоматическое масштабирование экземпляров приложений и масштабирование по запросу, управление работоспособностью приложений, динамическая маршрутизация, балансировка нагрузки, а также агрегирование журналов и показателей.

На рис. 1 мы изобразили процесс сбора данных через нашу облачную архитектуру и общий вид архитектуры. Каждое Новое сообщение, созданное в OSN, обнаруживается и анализируется краулером. Во-первых, краулер сохраняет сообщение в базе данных. Во-вторых, он помещает текстовое содержимое сообщения в очередь. Сервис очередей имеет области обмена и определенные очереди. Каждый модуль обработки данных имеет свой консьюмер и получает свои данные через очередь. Эти микросервисные модули описаны ниже. После всех этапов обработки данных вся извлеченная информация попадает в базу данных.

3.2 Технологии. В разделе 2 мы рассмотрели парадигму IDEAL. Приложения созданные по данной парадигме явно соответсвуют основным требованиям для системы сбора и обработки данных. В нашей архитектуре мы использовали следующие технологии:

- Docker Swarm позволяет создать отказоустойчивую, масштабируемую, легко и быстро восстанавливающуюся систему. Автоматизация восстановления

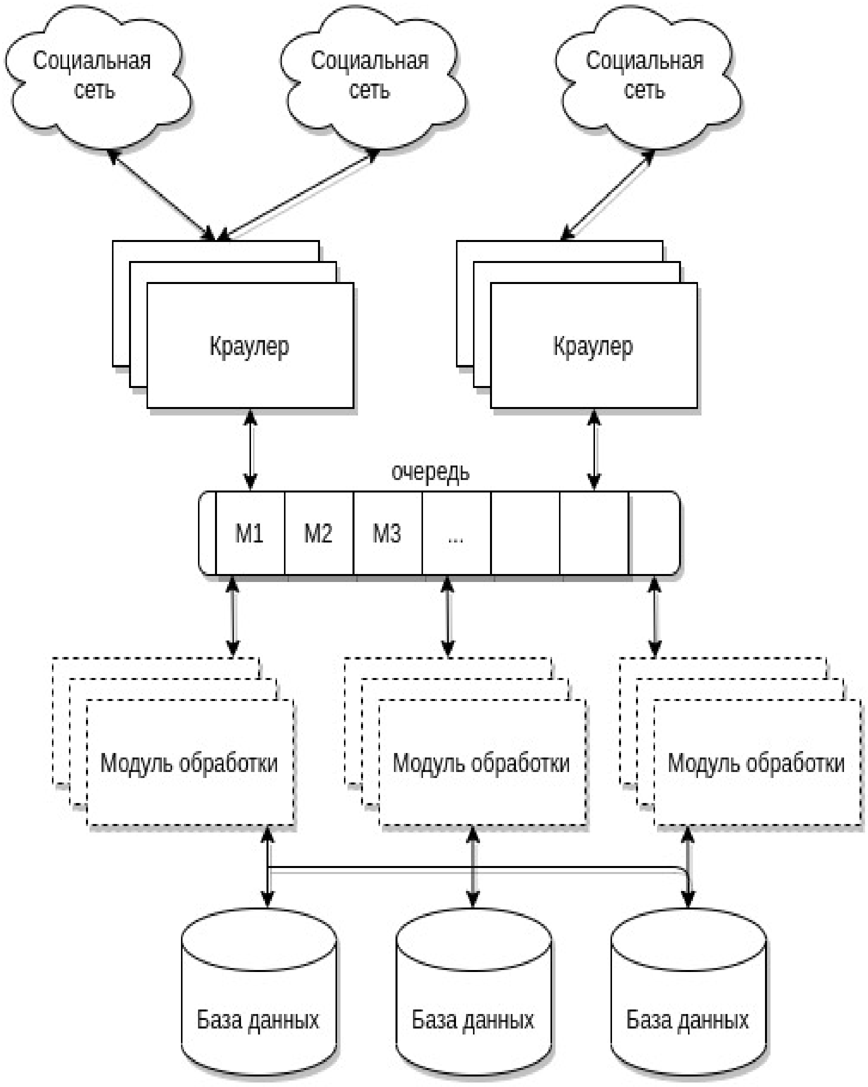

Рис. 1. Архитектура

контейнеров после сбоя, благодаря health checking, обеспечивает отказоустойчивость. Контейнеры дают возможность реализовать CI/CD, что ускоряет доставку кода в тестовую и производственную среду. Таким образом программные решения быстро предоставляются заказчику. За счёт функции репликации контейнеров достигается горизонтальное масштабирование приложений в соответствии с нагрузкой. На рис. 1 Crawler и Data processing представляют собой микросервисы, которые контролируются через Docker Swarm.

- RabbitMQ используется для создания очередей между Crawler и Data processing микросервисами. Очереди дают нам возможность обрабатывать огромное количество данных асинхронно, консистентно и отказоустойчиво.
- Apache Elasticsearch используется для быстрого доступа к данным. Процесс обнаружения событий в большом информационном пространстве будет легче представить как интерактивный процесс. Это значит, что мы хотим в дальнейшем предоставить пользователю возможность менять параметры для поиска. Elasticsearch является отличным решением для быстрого поиска данных.
- Traefik даёт возможность управления http трафиком внутри docker swarm ingress сети. Благодаря Traefik реализован вышеописанный паттерн Circuit Breaker.

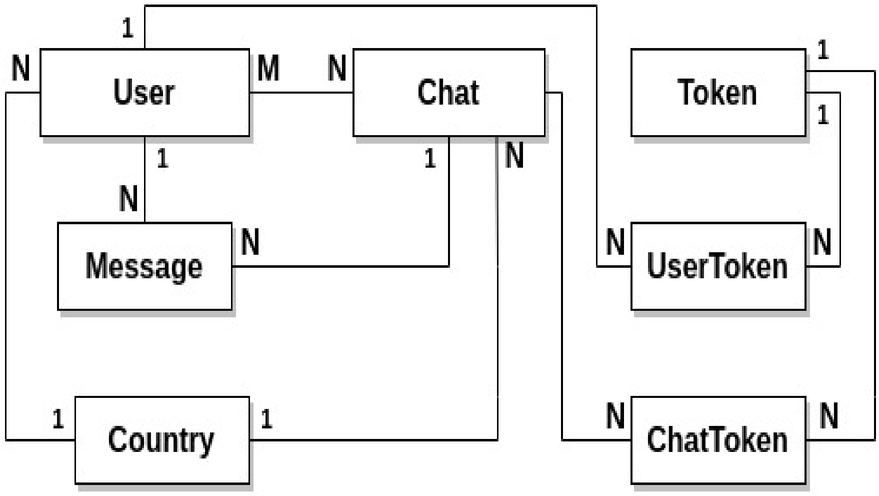

Рис. 2. Концептуальная модель данных

- Open Stack управляет ресурсами и виртуальными машинами, что сильно облегчает работу с серверным оборудованием.

3.3 Проектирование моделей данных. Открытый API от Telegram позволяет собирать много информации о пользователях, чатах и сообщениях. На рис. 2 показана концептуальная модель данных нашей реляционной базы данных.

Первым модулем предварительной обработки была токенизация текста сообщения [23]. Токен в нашем случае - это юниграмма. Перед токенизацией текст очищается от русских стоп-слов, взятых из RussianAnalyzer в библиотеке Apache Lucene [24]. Для каждого токена считается частота, с которой он появляется в сообщениях отдельно взятых пользователей и чатов. Например, в Казахстане во время пандемии COVID-19 и ЧП государство выплачивало 42 500 тенге компенсации людям, потерявшим работу или доход. Этот токен '42500' имеет общее количество более 11000 в 34 чатах. Однако в большей степени этот токен активно использовался только в одном новостном канале.

Вторым инструментом предварительной обработки была лемматизация сообщений на русском и английском языках. Для русскоязычных сообщений мы использовали библиотеку на базе Lucene [25].

Третий модуль представляет собой микросервис для извлечения топиков. Данный модуль может послужить основой для решения поставленной в пример задачи обаружения событий. На данный момент для извлечения топиков используется самый простой метод, вычисление tf-idf. Мы рассматриваем каждое сообщение как «документ», объединяем все сообщения из чатов за один день и вычисляем tf-idf для каждого токена. Топ-K токенов с самым высоким tf-idf берутся в качестве K топиков дня (мы используем $K = 5$). В отличие от других модулей, которые были написаны на языке программирования Java, данный модуль написан на языке программирования Python. Тем самым комплекс модулей демонстрирует независимость разработки модулей в работе над одной большой задачей.

Все модули в данной архитектуре легко масштабируются по мере надобности. Например, первые два модуля явно требуют большого количества реплик, чтоб не задерживать сообщения из OSN в очереди. Количество реплик третьего модуля зависит от частоты запросов со стороны пользователей системы. Независимость модулей позволяет настраивать их и их окружение самым оптимальным образом.

Мы собираем сообщения с 19.02.2020 от публичных групп и каналов из Казахстана. В начале апреля 2021 мы включили несколько чатов из России, Белоруссии, Украины и Узбекистана. На 05.11.2022 база данных насчитывает 12 000 чатов, 808 000 пользователей и 4 220 000 сообщений. Рост данных представлен на рис. 3.

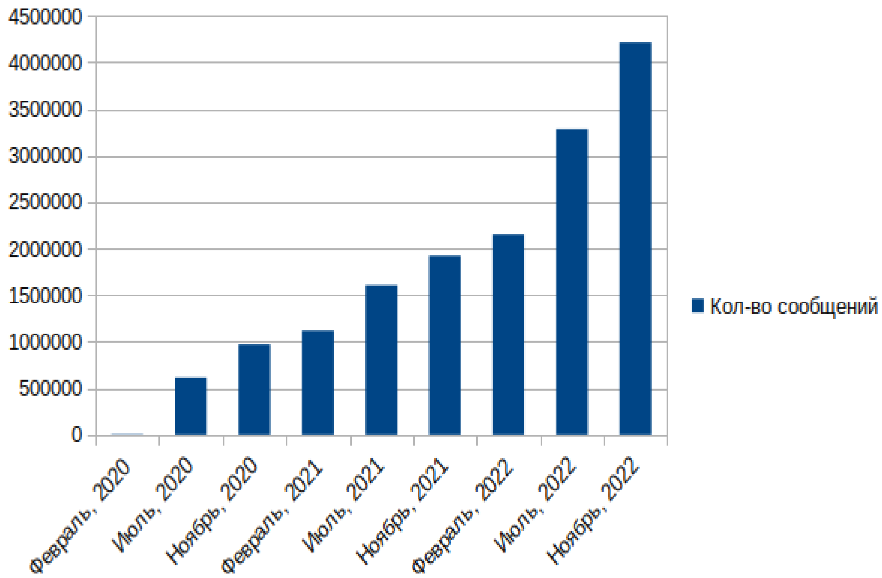

Рис. 3. Рост пополняемых данных

Полученная архитектура показала свою работоспособность. Комплекс модулей отвечает всем требованиям при сборе и обработке данных в режиме реального времени. Представленное облачное решение может применяться для изучения гораздо более сложных задач по обработке и анализу данных из социальных сетей. Ознакомится более подробно с разработкой можно на нашей странице в GitHub [26].

Заключение. Мы разработали высоконагруженную, отказоустойчивую, масштабируемую архитектуру, состоящую из комплекса модулей, для извлечения и хранения данных из социальных медиа, используя парадигму разработки облачных приложений. Краулер собирает сообщения из 2765 чатов Telegram. Микросервис обработки данных выполнен в виде масштабируемых модулей, которые можно легко расширить с помощью дополнительных инструментов. Результаты данной работы мы планируем использовать в будущей работе. Мы собираемся провести дополнительный обзор литературы по тематике обнаружения событий в социальных сетях и определить точный и эффективный алгоритм обнаружения событий и их взаимосвязей.

Список литературы

1 Klepek M., Starzyczn H. Marketing communication model for social networks// Journal of Business Economics and Management 19, 2018. –N 3. –P. 500–520. DOI: https://doi.org/10.3846/jbem.2018.6582.

2 Sharma S., Verma H. V. Social Media Marketing: Evolution and Change // Social Media Marketing, 2018. –P. 19–36. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-10-5323-8_2.

3 Telegram channels Kazakhstan [Электронный ресурс] - URL: https://kaz.tgstat.com/en. (Дата обращения: 01.11.2021).

4 Telegram Database Library [Электронный ресурс] - URL: https://core.telegram.org/tdlib. (Дата обращения: 10.10.2021).

5 Herbst N., Kounev S., Reussner R. Elasticity in cloud computing: What it is, and what it is not // International Conference on Autonomic Computing, 2013. –P. 23-27.

6 Bondi A. B. Characteristics of Scalability and Their Impact on Performance // Proceedings of the second international workshop on Software and performance - WOSP '00, 2000. –P. 195-203. DOI: https://doi.org/10.1145/350391.350432.

7 Inzinger C., Nastic S., Sehic S., Vogler M., Li F., Dustdar S. MADCAT: A Methodology for Architecture and Deployment of Cloud Application Topologies // 2014 IEEE 8th International Symposium on Service Oriented System Engineering, 2014. DOI: https://doi.org/10.1109/sose.2014.9.

8 Open Container Initiative [Электронный ресурс] URL: https://opencontainers.org/. (Дата обращения: 15.01.2021).

9 Dou, W., Wang, X., Ribarsky, W., Zhou, M. Event detection in social media data // In Proceedings of the IEEE VisWeek Workshop on Interactive Visual Text Analytics-Task Driven Analytics of Social Media Content, January 2012. –P. 971–980.
10 Elaraby M., Mohamed Sh., Moftah H., Rashad M. A new architecture for improving focused crawling using deep neural network // Journal of Intelligent & Fuzzy Systems. –2019. –N. 1. –P. 1233-1245. DOI: https://doi.org/10.3233/JIFS-182683.
11 Elaraby M., Moftah H., Mohamed Sh., Rashad M. Elastic Web Crawler Service-Oriented Architecture Over Cloud Computing // Arabian Journal for Science and Engineering. –2018. –N. 12. –P. 8111–8126. DOI: https://doi.org/10.1007/s13369-018-3241-z.
12 Zhang J., Shan Yu., Peng F. Web-Crawling Architecture in Accounting and Finance Research // Journal of Computer Information Systems. –2022. –N. 5. –P. 875-887. DOI: https://doi.org/10.1080/08874417.2021.1931983.
13 Kalatzis N., Roussaki I., Matsoukas Ch., Paraskevopoulos M., Papavassiliou S., Tonoli S. Social Media and Google Trends in Support of Audience Analytics: Methodology and Architecture // In Proceedings of the DATA ANALYTICS 2018, November 2018. –P. 39-45.
14 Schedlbauer J., Raptis G., Ludwig B. Medical informatics labor market analysis using web crawling, web scraping, and text mining // International Journal of Medical Informatics. –2021. –V. 150. –P. 104453-104461. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmedinf.2021.104453.
15 Martínez-Castaáo R., Losada D. E., Pichel J. C. Real-Time Focused Extraction of Social Media Users // IEEE Access. –2022. –V. 10. –P. 42607-42622. DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3168977.
16 You Ch., Zhu D., Sun Yu., Ye A., Wu G., Cao N., Qiu J., Zhou H. SNES: Social-Network-Oriented Public Opinion Monitoring Platform Based on ElasticSearch // Computers, Materials & Continua. –2019. –N. 3. –P. 1271-1283. DOI: https://doi.org/10.32604/cmc.2019.06133.
17 Gannon D., Barga R., Sundaresan N. Cloud-Native Applications // IEEE Cloud Computing 4. –2017. –N. 5. –P. 16–21. DOI: https://doi.org/10.1109/mcc.2017.4250939.
18 Kratzke N., Quint P.-C. Understanding Cloud-Native Applications after 10 Years of Cloud Computing - A Systematic Mapping Study // Journal of Systems and Software 126. –2017. –P. 1–16. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jss.2017.01.001.
19 Fehling C., Leymann F., Retter R., Schupeck W., Arbitter P. Cloud Computing Patterns //Springer-Verlag Wien. –2014. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1568-8.
20 Stine Matt. Migrating to Cloud-Native Application Architectures / O'Reilly Media, Inc. 2015.
21 The twelve-factor app [Электронный ресурс] - URL: http://12factor.net. (Дата обращения: 15.01.2021).
22 Microservices - a definition of this new architectural term [Электронный ресурс] - URL: http://martinfowler.com/articles/microservices.html. (Дата обращения: 12.01.2021).
23 Aubakirov S.S., Trigo P., Ahmed-zaki D.Zh. Bulding a model to predict classifier accuracy // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications 5. –2017. –N. 3. –P. 4–14. DOI: https://doi.org/10.32523/2306-3172-2017-5-3-4-14.
24 Lucene 4.0.0 analyzers-common api [Электронный ресурс] - URL: https://lucene.apache.org/core/4_0_0/analyzers-common/. (Дата обращения: 10.09.2021).
25 Russian morphology for apache lucene [Электронный ресурс] - URL: https://github.com/AKuznetsov/russianmorphology. (Дата обращения: 10.09.2021).
26 GitHub knowledge-extraction-system [Электронный ресурс] - URL: https://github.com/knowledge-extraction-system. (Дата обращения: 03.10.2021).

А.Б. Мусина [1] , С.С. Аубакиров [1] , П. Триго [2]

[1] *әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан*
[2] *Лиссабон жоғары инженерлік институты, Консельейру Эмидиу Наварро көш., 1, 1959-007, Лиссабон, Португалия*

Әлеуметтік желілерден үздіксіз білімді шығаруға арналған архитектура

Аннотация: Әлеуметтік желілер ұзақ уақыт бойы адамдардың күнделікті өмірінде ажырамас рөл атқарады. Нақты әлемде біздің бүкіл өміріміз цифрлық кеңістікте жазылған. Әлеуметтік медиа және онымен әрекеттесетін желілер деректерді талдау үшін тамаша мүмкіндіктер орнына айналды. Олардың күнделікті өмірге әсері сандық маркетинг, қоғамдық пікірді талдау, саяси мониторинг және апаттар туралы хабарландыру сияқты әртүрлі салаларды қамтиды. Осындай үлкен деректер ағынын өңдеудің кез келген тапсырмасы талданған ресурсқа сәйкес келетін когерентті архитектураны қажет етеді. Ұсынылған жұмыста біз әртүрлі әлеуметтік желілерден деректерді алу мен өңдеу және нақты уақыт режимінде деректерді талдау үшін жоғары жүктелген, ақауларға төзімді, масштабталатын жүйені құру міндетін қойдық. Шешім модульдер кешені түріндегі архитектура болып табылады. Модульдердің мәтіндік деректерді жинаудан бастап тікелей өңдеуге және білімді шығаруға дейінгі орындалатын жұмысқа байланысты өзіндік сипаттамалары бар.

Түйін сөздер: Жоғары жүктеме жүйелері, ақауларға төзімділік, масштабталатын архитектура, деректерді тексеру, Telegram

A.B. Mussina [1] , S.S. Aubakirov [1] , P. Trigo [2]

[1] *al-Farabi Kazakh National University, 71 al-Farabi Ave., Almaty, Kazakhstan*
[2] *Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, R. Conselheiro Emidio Navarro 1, 1959-007, Lisbon, Portugal*

Architecture for enduring knowledge-extraction from online social networks

Abstract: Nowadays social networks and media play significant role in daily life. All our life in the real world is recorded in the digital space as well. Scientists have enormous potential in researching issues such as social influence on top news and top news influence on society. Its impact on daily life spans such diverse areas as digital marketing, public opinion analysis, political monitoring and disaster notification. Any task of processing such a large data stream needs a coherent architecture that will fit the analyzed resource. In the presented work, we set ourselves the task of creating a highly loaded, fault-tolerant, scalable system for extracting and processing data from various social networks and analyzing data in real time. The solution is architecture in the form of a set of modules. Modules have their own characteristics depending on the work performed, from collecting textual data to direct processing and extraction of knowledge.

Keywords: Highly loaded, fault-tolerant, scalable architecture, data crawling, Telegram.

References

1 Klepek M., Starzyczn H. Marketing communication model for social networks, Journal of Business Economics and Management 19, 2018. –N 3. –P. 500–520. DOI: https://doi.org/10.3846/jbem.2018.6582.
2 Sharma S., Verma H. V. Social Media Marketing: Evolution and Change, Social Media Marketing, 2018. P. 19–36. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-10-5323-8_2.
3 Telegram channels Kazakhstan [Electronic resource]. Available at: https://kaz.tgstat.com/en. (Accessed: 01.11.2021).
4 Telegram Database Library [Electronic resource]. Available at: https://core.telegram.org/tdlib. (Accessed: 10.10.2021).
5 Herbst N., Kounev S., Reussner R. Elasticity in cloud computing: What it is, and what it is not, International Conference on Autonomic Computing, 2013. –P. 23-27.
6 Bondi A. B. Characteristics of Scalability and Their Impact on Performance, Proceedings of the second international workshop on Software and performance - WOSP '00, 2000. P. 195-203. DOI: https://doi.org/10.1145/350391.350432.
7 Inzinger C., Nastic S., Sehic S., Vogler M., Li F., Dustdar S. MADCAT: A Methodology for Architecture and Deployment of Cloud Application Topologies, 2014 IEEE 8th International Symposium on Service Oriented System Engineering, 2014. DOI: https://doi.org/10.1109/sose.2014.9.
8 Open Container Initiative [Electronic resource]. Available at: https://opencontainers.org/. (Accessed: 15.01.2021).
9 Dou, W., Wang, X., Ribarsky, W., Zhou, M. Event detection in social media data, In Proceedings of the IEEE VisWeek Workshop on Interactive Visual Text Analytics-Task Driven Analytics of Social Media Content, January 2012. P. 971–980.
10 Elaraby M., Mohamed Sh., Moftah H., Rashad M. A new architecture for improving focused crawling using deep neural network, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems. 2019. N. 1. P. 1233-1245. DOI: https://doi.org/10.3233/JIFS-182683.
11 Elaraby M., Moftah H., Mohamed Sh., Rashad M. Elastic Web Crawler Service-Oriented Architecture Over Cloud Computing, Arabian Journal for Science and Engineering. 2018. N. 12. P. 8111–8126. DOI: https://doi.org/10.1007/s13369-018-3241-z.
12 Zhang J., Shan Yu., Peng F. Web-Crawling Architecture in Accounting and Finance Research, Journal of Computer Information Systems. 2022. N. 5. P. 875-887. DOI: https://doi.org/10.1080/08874417.2021.1931983.
13 Kalatzis N., Roussaki I., Matsoukas Ch., Paraskevopoulos M., Papavassiliou S., Tonoli S. Social Media and Google Trends in Support of Audience Analytics: Methodology and Architecture, In Proceedings of the DATA ANALYTICS 2018, November 2018. P. 39-45.
14 Schedlbauer J., Raptis G., Ludwig B. Medical informatics labor market analysis using web crawling, web scraping, and text mining, International Journal of Medical Informatics. 2021. V. 150. P. 104453-104461. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmedinf.2021.104453.
15 Martínez-Castaáo R., Losada D. E., Pichel J. C. Real-Time Focused Extraction of Social Media Users, IEEE Access. 2022. V. 10. P. 42607-42622. DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3168977.
16 You Ch., Zhu D., Sun Yu., Ye A., Wu G., Cao N., Qiu J., Zhou H. SNES: Social-Network-Oriented Public Opinion Monitoring Platform Based on ElasticSearch, Computers, Materials & Continua. 2019. N. 3. P. 1271-1283. DOI: https://doi.org/10.32604/cmc.2019.06133.
17 Gannon D., Barga R., Sundaresan N. Cloud-Native Applications, IEEE Cloud Computing 4. 2017. N. 5. P. 16–21. DOI: https://doi.org/10.1109/mcc.2017.4250939.
18 Kratzke N., Quint P.-C. Understanding Cloud-Native Applications after 10 Years of Cloud Computing - A Systematic Mapping Study, Journal of Systems and Software 126. 2017. P. 1–16. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jss.2017.01.001.

19 Fehling C., Leymann F., Retter R., Schupeck W., Arbitter P. Cloud Computing Patterns, Springer-Verlag Wien. –2014. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-7091-1568-8.
20 Stine Matt. Migrating to Cloud-Native Application Architectures / O'Reilly Media, Inc. 2015.
21 The twelve-factor app [Electronic resource]. Available at: http://12factor.net. (Accessed: 15.01.2021).
22 Microservices - a definition of this new architectural term [Electronic resource]. Available at: http://martinfowler.com/articles/microservices.html. (Accessed: 12.01.2021).
23 Aubakirov S.S., Trigo P., Ahmed-zaki D.Zh. Bulding a model to predict classifier accuracy, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications 5. 2017. №. 3. P. 4–14. DOI: https://doi.org/10.32523/2306-3172-2017-5-3-4-14.
24 Lucene 4.0.0 analyzers-common api [Electronic resource]. Available at: https://lucene.apache.org/core/4_0_0/analyzers-common/. (Accessed: 10.09.2021).
25 Russian morphology for apache lucene [Electronic resource]. Available at: https://github.com/AKuznetsov/russianmorphology. (Accessed: 10.09.2021).
26 GitHub knowledge-extraction-system [Electronic resource]. Available at: https://github.com/knowledge-extraction-system. (Accessed: 03.10.2021).

Сведения об авторах:

Мусина А.Б. – ***автор для корреспонденции,*** студентка PhD Казахского национального университета им. аль-Фараби, кафедра «Информатики», аль-Фараби 71, Алматы, Казахстан.

Аубакиров С.С. – PhD, Старший научный сотрудник в Казахском национальном университете им. аль-Фараби, аль-Фараби 71, Алматы, Казахстан.

Триго П. – PhD, адъюнкт-профессор Высшего инженерного института Лиссабона, ул. Консельейру Эмидиу Наварро, 1, 1959-007, Лиссабон, Португалия Лиссабон, Португалия.

Mussina A.B. – ***corresponding author,*** PhD student of the al-Farabi Kazakh National University, Department of Computer Science, 71 al-Farabi Ave., Almaty, Kazakhstan.

Aubakirov S.S. – PhD, Senior Researcher at the al-Farabi Kazakh National University, 71 al-Farabi Ave., Almaty, Kazakhstan.

Trigo P. – PhD, Adjunct Professor at Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, R. Conselheiro Emidio Navarro 1, 1959-007, Lisbon, Portugal.

Поступила в редакцию 06.05.2022

Бас редактор: Н. Темірғалиев

Жауапты редактор: А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы.
- 2022. 3(140)- Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 33-б. Басуға қол қойылды: 30.09.2022.
Ашық қолданыстағы электронды нұсқа: http://bulmathmc.enu.kz/
Авторларға арналған нұсқаулықтар, публикациялық этика журнал сайтында берілген: http://bulmathmc.enu.kz/

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00 (ішкі 31-410)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды