

ISSN 2616-7182
eISSN 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК
Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

№3(136)/2021

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2021
Nur-Sultan, 2021
Нур-Султан, 2021

БАС РЕДАКТОРЫ

Темірғалиев Н., ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Бас редактордың орынбасары **Жұбанышева А.Ж.**
PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Бас редактордың орынбасары **Наурызбаев Н.Ж.**
PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Редакция алқасы

Абакумов Е.В. *PhD, проф., Париж-Эст университеті, Марн-Ла-Вале, Париж, Франция*
Алексеева Л.А. *ф.-м.ғ.д., проф., ҚР БҰҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан*
Алимхан Қилан *PhD, проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*
Бекжан Турдыбек *PhD, проф., ҚХР Шыңжаң университеті, Шыңжаң, КНР*
Бекенов М.И. *ф.-м.ғ.к., доцент, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*
Боранбаев С.Н. *ф.-м.ғ.к., профессор, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*
Гогинава У. *ф.-м.ғ.д., проф., Ив. Джавахишвили Тбилиси мемлекеттік университеті, Тбилиси, Грузия*
Голубов Б.И. *ф.-м.ғ.д., проф., Мәскеу физика-техника институты (мемлекеттік университет) Долгопрудный, Ресей*
Зунг Динь *ф.-м.ғ.д., проф., Информатикалық технологиялар институты, Вьетнам ұлттық университеті, Ханой, Вьетнам*
Ибраев А.Г. *ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*
Иванов В.И. *ф.-м.ғ.д., проф., Тула мемлекеттік университеті, Тула, Ресей*
Иосевич А. *PhD, проф., Рочестер университеті, Нью-Йорк, АҚШ*
Кобельков Г.М. *ф.-м.ғ.д., проф., М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей*
Қурина Г.А. *ф.-м.ғ.д., проф., Воронеж мемлекеттік университеті, Воронеж, Ресей*
Марков В.В. *ф.-м.ғ.д., проф., PFA В.А. Стеклов атындағы Мәскеу мемлекеттік институты, Мәскеу, Ресей*
Мейрманов А.М. *ф.-м.ғ.д., проф., Байланыс және информатика Мәскеу техникалық университеті, Мәскеу, Ресей*
Смелянский Р.Л. *ф.-м.ғ.д., проф., М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей*
Умирбаев У.У. *ф.-м.ғ.д., проф., Уейна мемлекеттік университеті, Детройт, АҚШ*
Холщевникова Н.Н. *ф.-м.ғ.д., проф., "Станкин" Мәскеу мемлекеттік техникалық университеті, Мәскеу, Ресей*
Шмайссер Ханс-Юрген *Хабилит. докторы, проф., Фридрих-Шиллер университеті, Йена, Германия*

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтпаев к-сі, 2, 402 бөлме.
Тел: +7 (7172) 709-500 (ішкі 31-410). E-mail: vest_math@enu.kz

Жауапты редактор: А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы

Меншіктенуші: Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасы Ақпарат және қоғамдық даму министрлігімен тіркелген. 02.02.2021 ж.
№ KZ65VPY00031936 қайта есепке қою туралы куәлігі.

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел: +7 (7172)709-500 (ішкі 31-410).

EDITOR-IN-CHIEF

Nurlan Temirgaliyev

Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences, L.N.Gumilyov ENU, Nur-Sultan, Kazakhstan

Deputy Editor-in-Chief

Aksaule Zhubanysheva

PhD, L.N.Gumilyov ENU, Nur-Sultan, Kazakhstan

Deputy Editor-in-Chief

Nurlan Nauryzbayev

PhD, L.N.Gumilyov ENU, Nur-Sultan, Kazakhstan

Editorial board:

Evgueni Abakumov

*PhD, Prof., University Paris-Est, Marne-la-Vallee
Paris, France*

Lyudmila Alexeyeva

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Institute of Mathematics and Mathematical Modeling Ministry of Education
and Science Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan*

Alexander Iosevich

PhD, Prof., University of Rochester, New York, USA

Alimhan Keylan

PhD, Prof., L.N. Gumilyov ENU, Nur-Sultan, Kazakhstan

Bekzhan Turdybek

PhD, Prof., Shenzhen University, SZU, Chinese

Makhsut Bekenov

Candidate of Phys.-Math. Sci., Assoc.Prof.

L.N. Gumilyov ENU, Nur-Sultan, Kazakhstan

Seilkhan Boranbayev

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., L.N. Gumilyov ENU, Nur-Sultan,
Kazakhstan*

Ushangi Goginava

Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof.

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

Boris Golubov

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Moscow Institute of Physics and
Technology (State University)*

Dolgoprudnyi, Russia

Dũng Dinh

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Information Technology Institute,
Vietnam National University, Hanoi, Vietnam*

Askar Ibrayev

Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., L.N. Gumilyov ENU

Nur-Sultan, Kazakhstan

Valerii Ivanov

Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Tula State University, Tula, Russia

Georgii Kobel'kov

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia*

Galina Kurina

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Voronezh State University, Voronezh,
Russia*

Vladimir Markov

Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Steklov Mathematical

Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Anvarbek Meirmanov

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Moscow Technical University of Com-
munications and Informatics, Moscow, Russia*

Ruslan Smelyansky

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia*

Ualbay Umirbaev

Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof.,

Wayne State University, Detroit, USA

Natalya Kholshchevnikova

Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Moscow State

Technological University "Stankin", Moscow, Russia

Hans-Juergen Schmeisser

Dr. habil., Prof., Friedrich-Schiller University

Jena, Germany

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 402, Nur-Sultan, Kazakhstan, 010008.

Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-410). E-mail: vest_math@enu.kz

Responsible Editor-in-Chief: Aksaule Zhubanysheva

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Owner: L.N. Gumilyov Eurasian National University. Periodicity: 4 times a year.

Registered by the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan. Rediscount certificate № KZ65VPY00031936 dated 02.02.2021.

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan 010008; tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-410).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Темиргалиев Н., д.ф.-м.н., проф., ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Зам. главного редактора

Жубанышева А.Ж.

PhD, ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Зам. главного редактора

Наурызбаев Н.Ж.

PhD, ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Редакционная коллегия

Абакумов Е.В.

PhD, проф., Университет Париж-Эст, Марн-Ла-Вале, Париж, Франция

Алексеева Л.А.

д.ф.-м.н., проф., Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Алимхан Килан

PhD, проф., ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Бекжан Турдыбек

PhD, проф., Шыңжаңский университет КНР, Шыңжаң, КНР

Бекенов М.И.

к.ф.-м.н., доцент, ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Боранбаев С.Н.

д.ф.-м.н., профессор, ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Гогинава У.

д.ф.-м.н., проф., Тбилисский государственный университет имени Ив. Джавагишвили, Тбилиси, Грузия

Голубов Б.И.

д.ф.-м.н., проф., Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия

Зунг Динь

д.ф.-м.н., проф., Институт информационных технологий, Вьетнамский национальный университет, Ханой, Вьетнам

Ибраев А.Г.

д.ф.-м.н., проф., ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Иванов В.И.

д.ф.-м.н., проф., Тульский государственный университет, Тула, Россия

Иосевич А.

PhD, проф., Рочестерский университет, Нью-Йорк, США

Кобельков Г.М.

д.ф.-м.н., проф., МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Курина Г.А.

д.ф.-м.н., проф., Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

Марков В.В.

д.ф.-м.н., проф., Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия

Мейрманов А.М.

д.ф.-м.н., проф., Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

Смелянский Р.Л.

д.ф.-м.н., проф., МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Умирбаев У.У.

д.ф.-м.н., проф., Государственный университет Уейна, Детройт, США

Холщевникова Н.Н.

д.ф.-м.н., проф., Московский государственный технологический университет "Станкин", Москва, Россия

Шмайссер Ханс-Юрген

Хабилит. доктор, проф., Университет Фридрих-Шиллера, Йена, Германия

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 402

Тел: +7 (7172) 709-500 (вн. 31-410). E-mail: vest_math@enu.kz

Ответственный редактор: А.Ж. Жубанышева

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.

Серия МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА

Собственник: Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.

Периодичность: 4 раза в год.

Зарегистрировано Министерством информации и общественного развития Республики Казахстан.

Свидетельство о постановке на переучет № KZ65VPY00031936 от 02.02.2021 г.

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Кажымукана, 12/1, тел.: +7 (7172)709-500 (вн.31-410).

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы, №3(1356)/2021

Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer science. Mechanics series, №3(136)/2021

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Компьютерные науки. Механика, №3(136)/2021

МАЗМҰНЫ
CONTENTS
СОДЕРЖАНИЕ

- Сатыбалдина Д.Ж., Глазырина Н.С., Степанов В.С., Калымова К.А.*
RGB және RGBD камераларының бейне ағынынан қол қимылдарды тануға арналған
Python қосымшасын әзірлеу
Satybaldina D.Zh., Glazyrina N.S., Stepanov V.S., Kalymova K.A. Development
of a Python Application for Recognizing Gestures from a Video Stream of RGB and RGBD
Cameras
- Сатыбалдина Д.Ж., Глазырина Н.С., Степанов В.С., Калымова К.А.* 6
Разработка Python приложения для распознавания жестов рук из видеопотока RGB
и RGBD камер
- Резбаев А.В.* Бқтималдық тығыздықтардың логарифмдік туындылары туралы
Rezbaev A.V. On Logarithmic Derivatives of Probability Densities
- Резбаев А.В.* О логарифмических производных вероятностных плотностей 17
- Боранбаев С.Н., Боранбаев А.С., Сисенов Н.М., Горанин Н., Тулебаев Е.Б.*
Ақпараттық жүйелердің сенімділігі мен ақаулыққа төзімділігін бағалау бойынша
шешімдер қабылдауды қолдануға арналған әдіс және ақпараттық технология
Boranbayev S., Boranbayev A., Sissenov N., Goranin N., Tulebaev Y. Method
and Information Technology to Support Decision-Making on Assessment of Reliability and
Fault Tolerance for Information Systems
- Боранбаев С.Н., Боранбаев А.С., Сисенов Н.М., Горанин Н., Тулебаев Е.Б.* 23
Метод и информационная технология для поддержки принятия решений по оценке
надежности и отказоустойчивости информационных систем
- Өтесов Ә.Б.* Дәреже - логарифмдік шкаладағы анизотропты Соболев кластарының
функцияларын оптималды жуықтау
Utessov A.B. Optimal recovery of functions from anisotropic Sobolev classes on a power
– logarithmic scale
- Өтесов А.Б.* Оптимальное восстановление функций из анизотропных классов 37
Соболева в степенно-логарифмической шкале

Арнау/Personalia/Персоналии

Боранбаев Сейілхан Нарботаұлы
Boranbayev Seilkhan
Боранбаев Сейілхан Нарбутинович

МРНТИ: 28.23.15

Д.Ж. Сатыбалдина¹, Н.С. Глазырина¹, В.С. Степанов², К.А. Калымова³

¹ *Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

² *ТОО «Kazdream Technologies», Нур-Султан, Казахстан*

³ *Казахский национальный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан
(E-mail: satybalдина_dzh@enu.kz, glazyrina_ns_1@enu.kz, rightcrow@gmail.com, gulzia_kalymova@mail.ru)*

Разработка Python приложения для распознавания жестов рук из видеопотока RGB и RGBD камер

Аннотация: Системы распознавания жестов сильно изменились за последнее время, благодаря разработке современных устройств захвата данных (сенсоров) и разработке новых алгоритмов для распознавания. В статье представлены результаты исследования для распознавания статических и динамических жестов рук из видеопотока с RGB и RGBD камер, а именно с веб-камеры Logitech HD Pro Webcam C920 и с камеры глубины Intel RealSense D435. Программная реализация выполнена с использованием инструментов Python 3.6. Python-библиотеки с открытым исходным кодом обеспечивают надежную реализацию алгоритмов обработки и сегментации изображений. Подсистема извлечения признаков и классификации жестов построена на основе архитектуры нейронной сети VGG-16, реализованной с использованием фреймворков глубокого обучения TensorFlow и Keras. Приведены технические характеристики камер. Описан алгоритм работы приложения. Приведены исследования, направленные на сравнение устройств захвата данных, при различных условиях эксперимента (по расстоянию и освещенности). Экспериментальные результаты показывают, что использование камеры глубины Intel RealSense D435 обеспечивает более точное распознавание жестов при различных условиях эксперимента.

Ключевые слова: камера глубины, распознавание жестов, сверточная нейронная сеть, RealSense, OpenCV, Python, VGG-16.

DOI: <https://doi.org/10.32523/bulmathenu.2021/3.1>

2000 Mathematics Subject Classification: 68T10

1. Введение. В настоящее время многие исследования направлены на разработку и совершенствование методов человеко-машинного взаимодействия. В частности, большое внимание уделяется распознаванию жестов, поскольку его применение варьируется от систем распознавания языка жестов и преобразования жестов рук в речь [1-4] до медицинских систем реабилитации людей с ограниченными возможностями [5] и управления роботами [6].

Важным этапом в процессе распознавания жестов, является ввод жеста в систему с помощью различных сенсоров, от выбора которых зависит построение системы распознавания. Среди сенсоров для ввода жеста можно выделить сенсоры, основанные на вводе изображения в систему, к которым относятся видеокамеры, и не основанные на вводе изображения, примерами которых могут служить информационные перчатки и браслеты.

Второй тип сенсоров предоставляет системе точные данные о положении рук и конфигурации пальцев, однако недостатками их применения являются высокие требования

к калибровке, постоянное взаимодействие с генератором жестов и стоимость. Видеокамеры же не требуют постоянного физического контакта с пользователем и дают возможность пользователю совершать движения более естественным образом, кроме того развитие аппаратного и программного обеспечения видеокамер и реализация сопутствующих алгоритмов для распознавания жестов, делают их более удобными для применения в системах распознавания жестов [7].

В работах [8, 9] нами уже обоснован подход, выбор архитектуры нейронной сети, подготовлены наборы данных для обучения и тестирования нейронной сети и ее программная реализация для задачи распознавания статических жестов. Данные для нейронной сети были получены с камеры RGBD. Экспериментальные исследования показали высокую точность распознавания жестов (99,4%).

В настоящей статье мы представляем результаты исследований для распознавания статических и динамических жестов из видеопотока с веб-камеры Logitech HD Pro Webcam C920 и камеры глубины Intel RealSense D435, при различных условиях эксперимента по расстоянию до камер и освещенности. Выделение признаков и классификация жестов рук реализованы на основе предварительно обученной сверточной нейронной сети с архитектурой VGG-16. На основе полученных в режиме реального времени данных выявлены оценки производительности для двух видов камер, а также подобраны оптимальные условия эксперимента.

Остальная часть этой статьи структурирована следующим образом. В разделе 2 описаны связанные работы. В разделе 3 описан алгоритм работы приложения для распознавания жестов рук. В разделе 4 представлены экспериментальные результаты. Заключение и полученные результаты представлены в разделе 5.

2. Связанные работы. В ранних исследованиях для разработки систем распознавания жестов широко использовались одиночные камеры, так в работе [10] Т. Starner и А. Pentland представили систему, которая использует одну цветную камеру для отслеживания рук в реальном времени и интерпретирует американский язык жестов (ASL) с использованием скрытых Марковских моделей (HMM). Точность распознавания слов составляет 92%. Однако, недостатками использования одиночной камеры являются ограничение угла обзора и чувствительность к условиям освещенности, которые влияют на надежность системы [11].

Решение проблем, возникающих при распознавании 2D-изображений, привело к разработке систем, использующих в качестве сенсоров захвата стереокамеры. М. Elmezaïn и соавторы [12] предложили автоматическую систему, которая распознает, как отдельные жесты рук, так и непрерывные жесты для арабских чисел от 0 до 9 в режиме реального времени на основе скрытой Марковской модели. Входные изображения захватываются системой стереокамер Bumblebee с фокусным расстоянием 6 мм в течение примерно 2–5 секунд при 15 кадрах в секунду с разрешением изображения 240×320 пикселей. Точность распознавания жестов составляет 98,94%. Однако, несмотря на то, что использование стереокамер позволило частично решить вопросы влияния освещения, захватывать и создавать трехмерные изображения, они имеют ряд сложностей с калибровкой и вычислением карт глубины [13].

Разработка недорогих сенсоров глубины дала новые возможности исследователям в области распознавания жестов [14]. Е. Kollorz и соавторы [15] предложили систему для распознавания 12 различных статических жестов рук на основе TOF-камеры Photonic-Mixer-Device (PMD) с разрешением 160×120 пикселей и частотой 15 кадров в секунду. В исследовании показано, что x- и y-проекции изображения и характеристики глубины захваченного изображения достаточны для использования метода ближайших соседей. Точность распознавания системы составляет 94,61%. А. Kurakin и соавторы [16] использовали одиночную камеру Microsoft Kinect для распознавания 12 динамических жестов американского жестового языка (ASL). Для детектирования был использован метод Оцу, классификация проводилась на основе графа действий (Action Graph). Точность распознавания достигает 87,7%. Авторы работы [17] предложили систему распознавания 24 различных жестов рук, основанную на данных, полученных фронтальной камерой Intel

RealSense SR300. Система распознавания сопоставляет изображения глубины с цветными изображениями и распознает жесты рук с помощью сверточной нейронной сети. Точность распознавания составляет 99,4%.

M. Van den Bergh и L. Van Gool [18] провели исследования, в которых для распознавания жестов рук в реальном времени были использованы совместно камеры ToF и RGB. Классификация основана на 2D Хаарлете. Результаты показали, что такой подход, основанный на использовании данных о цвете и глубине, значительно улучшает показатели обнаружения руки - позволяет ладони перекрывать лицо и допустимо присутствие в кадре на заднем плане рук других людей.

Резюмируя краткий обзор разработанных систем, можно сделать предположение, что применение современных сенсоров глубины совместно с технологиями нейронных сетей может быть эффективным подходом для разработки систем распознавания жестов.

3. Описание Python - приложения для распознавания жестов рук. В данном разделе представлено описание алгоритма работы приложения, разработанного на языке Python 3.6, для распознавания жестов рук на основе предобработки видеоданных и классификации выделенных признаков при помощи нейронной сети. Для программной реализации приложения были использованы библиотеки RealSense от компании Intel, OpenCV и DL - фреймворки с открытым исходным кодом Keras и TensorFlow.

Приложение разработано с учетом использования в качестве сенсоров захвата как камеры глубины, так и камеры RGB. Отличительной особенностью работы камеры глубины от RGB камеры, является то, что в любой момент времени с камеры глубины можно получить не только цветное изображение (RGB), но и карту глубины, которая представляет собой двумерный массив чисел, каждое число которого показывает расстояние от камеры до объекта, который был спроецирован на плоскость камеры.

В приложении были использованы как методы из библиотек RealSense и OpenCV, так и методы, реализованные авторами самостоятельно. Блок-схема работы алгоритма приложения представлена на рисунке 1.

Рассмотрим более подробно работу приложения. При выборе видеисточника, пользователю доступны: веб-камера, камера компании Intel и чтение из видеофайла. Для операционных систем Windows 8 и ниже, камеру компании Intel выбрать нельзя.

Подключение к камере глубины происходит с помощью библиотеки RealSense, в которой имеются стандартные функции для инициализации камеры, установки параметров ее работы, функции и методы чтения кадров из видео потока, вычисления расстояния от руки до глубинной камеры, методы сохранения RGB-изображений и карт глубины.

Подключение к камере RGB происходит через библиотеку OpenCV, в которой также имеются необходимые функции для инициализации камеры и методы чтения кадра.

После подключения камеры Intel вычисляется расстояние до человека, определяется площадь захвата руки и вычисляется яркость первого кадра, на основании полученных результатов происходит выбор RGB кадра или карты глубины для дальнейшей работы. На следующем этапе происходит поиск области интереса (Region of Interest, ROI) на изображении для обнаружения руки и удаление фона. На основе глубинного кадра, убираются пиксели не подходящие площади захвата и путем подсчета количества не черных пикселей определяется, находится рука в кадре или нет. Если рука в кадре обнаружена, то для улучшения эффективности выполнения различных операций на последующих этапах работы системы распознавания жестов, таких как сегментация и извлечение признаков выполняется предварительная обработка изображения. На данном этапе помехи и внешние шумы уменьшаются применением операций усреднения и выравнивания гистограмм, проводится также цветовая нормализация в соответствии с условиями освещения и световой температурой, преобразование цветного изображения в оттенки серого, применение фильтра Гаусса для удаления шумов в двумерных изображениях в оттенках серого, построение контуров сегментированного объекта, пороговое преобразование для получения сегментированного жеста руки. Для распознавания жестов используется глубокая сверточная нейронная сеть (Deep Convolutional Neural Network, DCNN) с архитектурой VGG-16, предварительно обученная на большом наборе изображений, в

результате работы которой выдается распознанный жест и алгоритм повторяется для следующего кадра. Если же рука не обнаружена в кадре, считывается следующий за ним кадр.

При выборе камеры RGB, происходит подключение библиотеки OpenCV, после этого идет определение номера потока, захват заднего фона на первом кадре и его сохранение. Для фиксирования отсутствия наличия посторонних движущих объектов используется последующий кадр. Если сумма пикселей, не совпадающих с захваченным кадром, равна нулю, то данный кадр можно сохранить для последующего вычитания заднего фона, иначе фиксируются следующий кадр до тех пор, пока сумма пикселей не станет равна нулю.

На основе сохраненного кадра, убираются похожие пиксели в кадре, определяется, находится ли рука в кадре. Если рука обнаружена, то осуществляется предварительная обработка изображения, сегментация кадра и подача его на нейронную сеть для классификации. В итоге выдается распознанный жест, и работа алгоритма повторяется для следующего кадра.

На основе сохраненного кадра, убираются похожие пиксели в кадре, определяется, находится ли рука в кадре. Если рука обнаружена, то осуществляется предварительная обработка изображения, сегментация кадра и подача его на нейронную сеть для классификации. В итоге выдается распознанный жест, и работа алгоритма повторяется для следующего кадра.

4. Экспериментальные исследования. Апробация предложенной системы проводилась на задаче распознавания статических и динамических жестов рук, для этого была подготовлена база данных, которая содержит изображения с сегментированными жестами, представленными на рисунках 2 и 3.

В качестве устройства захвата жестов были использованы сенсоры веб-камера Logitech HD Pro Webcam C920 и камера глубины Intel RealSense D435. Технические характеристики сенсоров представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Технические характеристики сенсоров Logitech HD Pro Webcam C920 и Intel RealSense D435

Модель	Logitech HD Pro Webcam C920	Intel RealSense D435
Число мегапикселей матрицы	3 Мп	3 Мп
Разрешение (видео)	1920×1080	1920×1080
Максимальная частота кадров	30 кадр./сек	90 кадр./сек
Угол обзора	77°	77°
Фокусировка	автоматическая	автоматическая
Интерфейс	USB 2.0	USB 3.0
3D-технология	-	Активный инфракрасный стерео-проектор (IR)
Выходное разрешение 3D-данных	-	До 1280×720
Частота кадров выходного 3D-потока	-	До 90 кадров в секунду
Максимальный диапазон	-	Примерно 10 метров

Распознавание статических жестов проводилось на расстояниях от камер в 25 см, 37,5 см; 43,75 см; 50 см, 62,5 см; 75 см, 100 см. В таблицах 2 и 3 представлены результаты распознавания статических жестов рук с использованием RGB- и RGBD-камер.

Сравнение полученных результатов с двух камер на расстояниях 50 см и 100 см, приведены на рисунках 4 и 5 соответственно.

Распознавание динамических жестов проводилось на расстояниях от камер в 25 см; 50 см, 75 см, 100 см. В таблицах 4 и 5 представлены результаты распознавания динамических жестов рук с использованием камер Logitech HD Pro Webcam C920 и Intel RealSense D435.

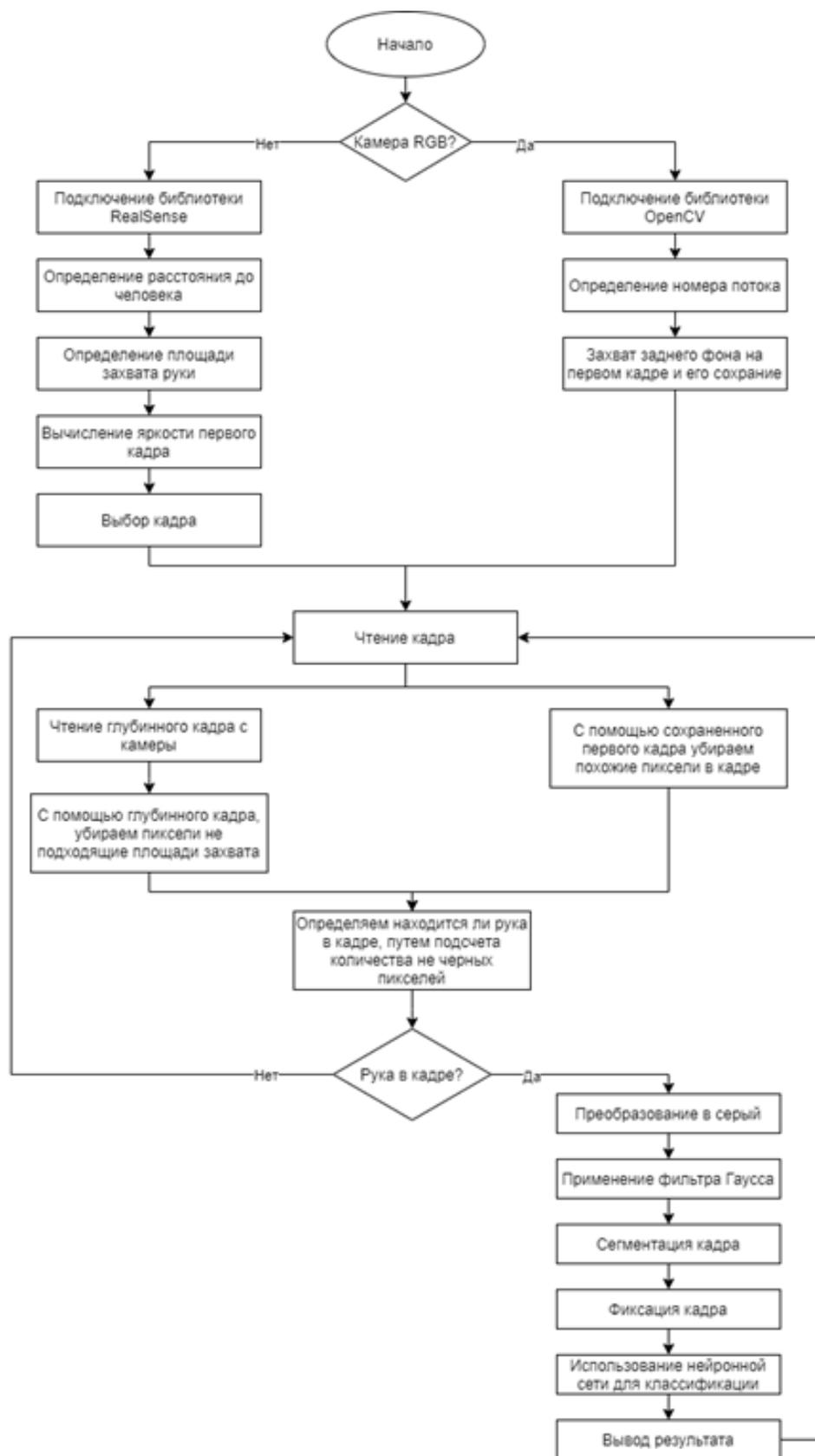


Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма работы приложения.

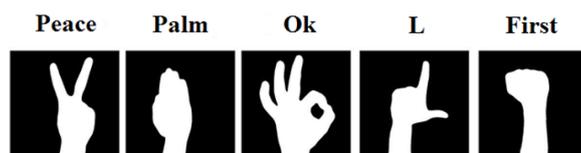


Рисунок 2 – Образцы статических жестов.

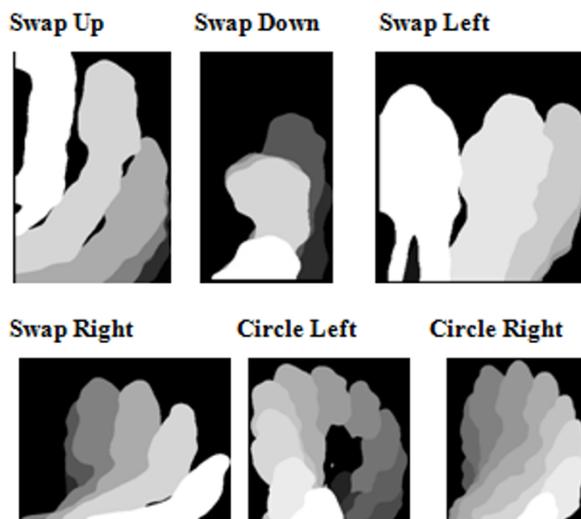


Рисунок 3 – Образцы динамических жестов.

Таблица 2 – Точность распознавания статических жестов рук на основе веб-камеры Logitech HD Pro Webcam C920

Distance, cm	Fist	L	Okay	Palm	Peace
25	98,899	99,417	99,994	77,766	10,026
37,5	98,284	99,992	99,999	99,461	22,391
43,75	99,99	99,982	100, 00	97,548	63,666
50	98,189	92,826	99,995	90,732	77,887
62,5	99,935	84,518	99,991	41,7559	61,152
75	99,972	39,8749	99,99	0,8199	91,743
100	74,114	87,447	81,246	0,022	0,202

Таблица 3 – Точность распознавания статических жестов рук на основе камеры Intel RealSense D435

Distance, cm	Fist	L	Okay	Palm	Peace
25	93,179	89,7115	99,941	49,215	10,584
37,5	97,241	97,662	86,938	99,987	82,866
43,75	99,863	99,99	99,993	99,426	76,338
50	99,685	99,991	99,993	99,981	96,025
62,5	93,025	99,975	99,99	98,253	85,407
75	11,589	99,688	89,909	3,905	4,097
100	99,547	99,281	95,091	3,06	82,973

Сравнение полученных результатов с двух камер на расстояниях 25 см и 75 см, приведены на рисунках 6 и 7 соответственно.

Распознавание статических жестов также было проведено при разных условиях освещенности, результаты распознавания приведены в таблице 6.

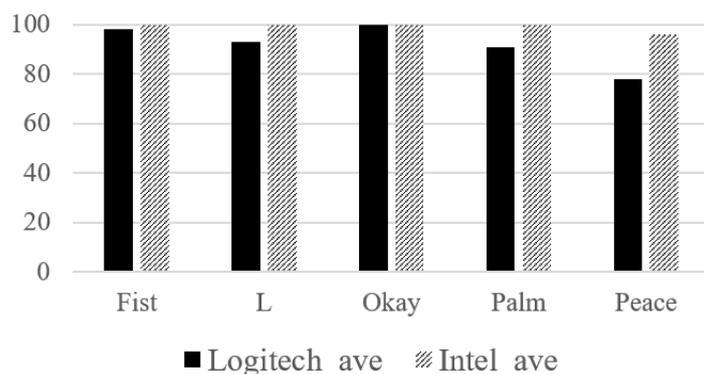


Рисунок 4 – Сравнение точности распознавания статических жестов с разных камер на расстоянии 50 см.

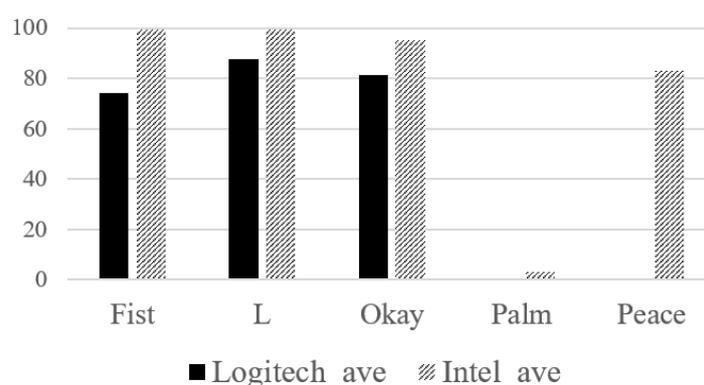


Рисунок 5 – Сравнение точности распознавания статических жестов с разных камер на расстоянии 100 см.

Таблица 4 – Точность распознавания динамических жестов рук на основе веб-камеры Logitech HD Pro Webcam C920

Distance, cm	Swap Up	Swap Down	Swap Left	Swap Right	Circle Left	Circle Right
25	0,024	99,211	98,983	90,416	99,789	50,502
50	76,2534	90,130	97,140	91,248	90,129	76,151
75	0,376	59,866	95,359	63,351	79,512	0,304
100	9,928	84,600	74,309	2,231	43,453	0,024

Таблица 5 – Точность распознавания динамических жестов рук на основе камеры Intel RealSense D435

Distance, cm	Swap Up	Swap Down	Swap Left	Swap Right	Circle Left	Circle Right
25	72,135	98,468	89,439	99,999	99,373	99,441
50	73,603	99,999	90,235	100,0	99,903	100,0
75	0,035	100,0	99,999	100,0	99,99	69,946
100	0,001	100,0	93,997	99,976	90,371	6,393

В таблицах 2-5 представлены средние вероятности классификаций статических и динамических жестов на различных расстояниях, полученных с использованием представленной системы. В качестве сенсоров захвата жестов были использованы соответственно камер Logitech HD Pro Webcam C920 и Intel RealSense D435.

Учитывая, что результирующая точность классификатора рассчитывается как среднее арифметическое его точности по всем классам, производительность системы по точности

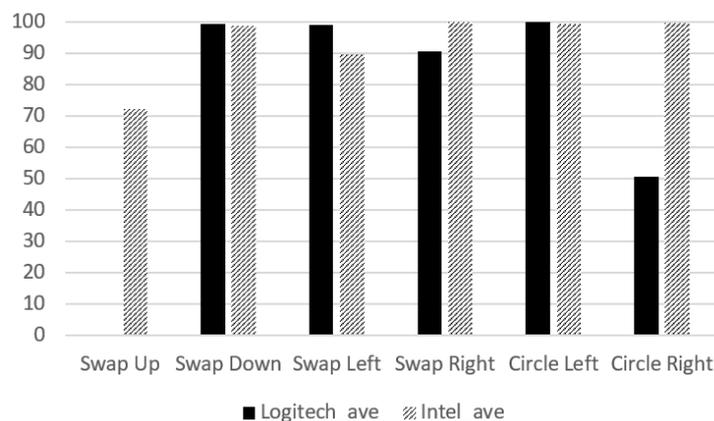


Рисунок 6 – Сравнение точности распознавания динамических жестов с разных камер на расстоянии 25 см.

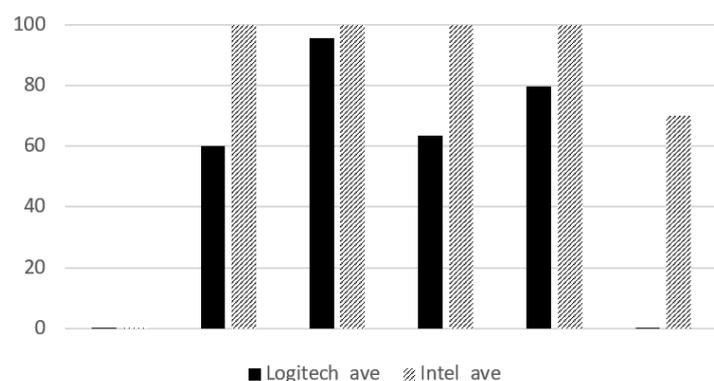


Рисунок 7 – Сравнение точности распознавания динамических жестов с разных камер на расстоянии 75 см.

Таблица 6 – Производительность системы при различных условиях освещенности для распознавания статических жестов

Условия эксперимента	Fist	L	Okay	Palm	Peace
Дневное освещение	98,015	94,713	99,984	96,399	96,74
Поздним вечером без дополнительного освещения, используются только пиксели глубины	98,542	99,899	99,729	97,629	97,838
Поздним вечером с дополнительным освещением (включенной лампочкой и светильником перед камерой)	95,577	98,308	97,305	86,271	85,324
Поздним вечером с дополнительным освещением (включенной лампочкой)	83,502	78,080	99,726	82,521	78,320
Поздним вечером без дополнительного освещения	82,522	78,072	99,402	78,548	77,120

распознавания статических жестов получена на уровне 76,76 % с использованием камеры Logitech HD Pro Webcam C920 и 81,26% с использованием изображений с камеры Intel RealSense D435. Для динамических жестов точность распознавания составила 61,38 % и 82,64% соответственно. Из полученных экспериментальных данных видно, что точность распознавания как статических, так и динамических жестов рук зависит от расстояния, на котором расположена рука от камеры, и падает с увеличением расстояния, что связано с небольшой площадью изображения руки. Исходя из полученных результатов (таблицы 2-5), оптимальное расстояние руки от камер Logitech HD Pro Webcam C920 и Intel RealSense D435 составляет 50 см, при котором для RGB камеры точность распознавания статических

жестов на уровне 91,93%, для RGBD камеры – 99,34%, для распознавания динамических жестов – 86,84% и 93,96% соответственно.

Как видно из Таблицы 6 производительность системы также зависит от условий освещенности в которых происходит распознавание жестов. Так при подаче на вход RGB-изображений лучший результат система показывает при дневном освещении - 98,57%, однако при использовании карт глубины производительность системы даже поздним вечером без дополнительного освещения составляет 98,73%.

Исходя из представленного анализа результатов распознавания жестов на различных расстояниях от камер, при различных условиях освещенности, а также изучения технических характеристик камер, можно сделать вывод, что распознавание жестов с использованием камеры Intel RealSense D435 дает лучшие результаты, однако использование сверточной нейронной сети позволяет получить достаточно высокую точность классификации даже в случае захвата видео с RGB-камеры.

5. Выводы. В работе предложен подход и программная реализация для распознавания статических и динамических жестов руки, представлены результаты экспериментальных исследований с использованием в качестве сенсоров захвата веб-камеры Logitech HD Pro Webcam C920 и камеры глубины Intel RealSense D435 при различных условиях по расстоянию и освещенности.

Показано, что точность распознавания жестов зависит от условий, при которых демонстрируются позы рук (освещенность, расстояние до камеры).

Выявлено, что использование сверточной нейронной сети позволяет получить достаточно высокую точность классификации даже в случае захвата видео с RGB-камеры. Полученная более высокая точность распознавания жестов рук с RGBD-камеры при разных условиях эксперимента подтверждает потенциальные ожидания производительности за счет пикселей глубины.

Будущие исследования связаны с практическим применением полученных результатов и разработанной программной системы для создания эффективных систем взаимодействия человека с компьютером.

Список литературы

- 1 Liang R., Ouhyoung M. A real-time continuous gesture recognition system for sign language // IEEE Third International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition Proceedings. – Nara, Japan, 1998. - P.558 - 567.
- 2 Vogler, C., Metaxas, D. A framework for recognizing the simultaneous aspects of American Sign Language // Computer Vision and Image Understanding - 2001. – Vol. 81. - Issue 3. - P.358-384.
- 3 Murakami K., Taguchi H. Gesture recognition using recurrent neural networks // CHI '91: Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems. - New Orleans, USA, 1999. - P.237-242.
- 4 Fels S. S., Hinton G. E. Glove-talk II -a neural-network interface which maps gestures to parallel formant speech synthesizer controls // IEEE transactions on neural networks – 1998. - Vol. 8. - No. 5. – P.205-212.
- 5 Zeng J., Sun Y., Wang F. A natural hand gesture system for intelligent human-computer interaction and medical assistance // Third Global Congress on Intelligent Systems – Wuhan, China, 2012. - P.382-385.
- 6 Malima A., Ozgur E., Cetin M. A fast algorithm for vision-based hand gesture recognition for robot control // IEEE 14th conference on Signal Processing and Communications Applications – Antalya, Turkey, 2006. - P.1-4.
- 7 Киселев В.А., Клименко А.С. и соавторы Аппаратные средства систем распознавания 3D жестов для комплекса виртуального окружения // Международная конференция СРТ2017. - Кипр, Ларнака, 2017. - С.152-160.
- 8 Satybaldina D., Kalymova G., Glazyrina N. Application Development for Hand Gestures Recognition with Using the Depth Camera // DB&IS 2020: Databases and Information Systems – Tallinn, Estonia, 2020. - P.55-67.
- 9 Сатыбалдина Д.Ж., Овечкин Г.В., Калымова К.А. Система распознавания статических жестов рук с использованием камеры глубины // Вестник РГРТУ – 2020. - № 72. - С.93-105.
- 10 Starner T., Pentland A. Real-time American Sign Language recognition from video using hidden Markov models // Proceedings of International Symposium on Computer Vision. - Coral Gables, USA, 1995. – P.265-270.
- 11 Howe N. R., Leventon M. E., Freeman W. T. Bayesian Reconstruction of 3D Human Motion from Single-Camera Vide // NIPS'99: Proceedings of the 12th International Conference on Neural Information Processing Systems. - 1999, P.820–826.

- 12 . Elmezain M., Al-Hamadi A., Appenrodt J., Michaelis B. A hidden Markov model-based continuous gesture recognition system for hand motion trajectory // 19th International Conference on Pattern Recognition. - Tampa, USA, 2008. - P.1– 4.
- 13 Wachs J. P., K?lsch M., Stern H., Edan Y. Vision-based hand-gesture applications // Communications of the ACM – 2011. – Vol 54. – Issue 2. – P.60 – 71.
- 14 Suarez J., Murphy R. R. Hand gesture recognition with depth images // The 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication. – Paris, Franc, 2012, P.411–417.
- 15 Kollorz E., Penne J., Hornegger J., Barke A. Gesture recognition with a time-of-flight camera // International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications - 2008. – Vol. 5(3). – P.334-343.
- 16 Kurakin A., Zhang Z., Liu Z. A real time system for dynamic hand gesture recognition with a depth sensor // Signal Processing Conference. - Bucharest, Romania, 2012. - P.1975–1979.
- 17 Liao B., Li J., Ju Z., Ouyang G. Hand gesture recognition with generalized hough transform and DC-CNN using realsense // Eighth International Conference on Information Science and Technology. – Cordoba, Spain, 2018. – P.84-90.
- 18 Van den Bergh M., Van Gool L. Combining RGB and ToF cameras for real-time 3D hand gesture interaction // IEEE Workshop on Applications of Computer Vision. – Kona, USA, 2011. - P.66 -72.

Д.Ж. Сатыбалдина¹, Н.С. Глазырина¹, В.С. Степанов², К.А. Калымова³

¹ Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

² «Kazdream Technologies» ЖШС, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

³ Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

RGB және RGBD камераларының бейне ағынынан қол қимылдарды тануға арналған Python қосымшасын әзірлеу

Аннотация: Соңғы кезде деректерді түсіретін заманауи құрылғылардың (датчиктердің) дамуына және тану алгоритмдерінің жаңадан әзірлеуіне байланысты ым-ишараны тану жүйелері айтарлықтай өзгерді. Мақалада RGB және RGBD камераларынан, яғни Logitech HD Pro Webcam C920 веб-камерасынан және Intel RealSense D435 тереңдікті сезетін камерасынан алынған бейне ағынынан статикалық және динамикалық қол қимылдарын тануға арналған зерттеу нәтижелері келтірілген. Программалық іске асырылуы Python 3.6 құралдарының көмегімен орындалды. Python-ның ашық кітапханалары кескіндерді өңдеу мен сегменттеу алгоритмдерін сенімді түрде жүзеге асырады. Қимылдарды бөліп алу және жіктеу ішжүйесі TensorFlow және Keras терең оқыту фреймворкелер көмегі арқылы жүзеге асырылған, VGG-16 нейрондық желісінің архитектурасына негізделген. Камералардың техникалық сипаттамалары келтірілген. Қосымшаның жұмыс тәртібі сипатталған. Әртүрлі эксперименттік жағдайлардағы (қашықтықты және жарықтандыру өзгерту арқылы) деректерді түсіретін құрылғыларды салыстыруға бағытталған зерттеулер ұсынылған. Эксперимент нәтижелері көрсеткендей, Intel RealSense D435 тереңдік камерасы әртүрлі эксперименттік жағдайларда қимылдарды дәлірек тануға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: тереңдік камерасы, қимылдарды тану, орамдық нейрон желі, RealSense, OpenCV, Python, VGG-16.

D.Zh. Satybalдина¹, N.S. Glazyrina¹, V.S. Stepanov², K.A. Kalymova³

¹ L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

² «Kazdream Technologies» LLP, Nur-Sultan, Kazakhstan

³ Kazakh national women's teacher training university, Almaty, Kazakhstan

Development of a Python Application for Recognizing Gestures from a Video Stream of RGB and RGBD Cameras

Abstract: Gesture recognition systems have changed a lot recently, due to the development of modern data capture devices (sensors) and the development of new recognition algorithms. The article presents the results of a study for recognizing static and dynamic hand gestures from a video stream from RGB and RGBD cameras, namely from the Logitech HD Pro Webcam C920 webcam and from the Intel RealSense D435 depth camera. Software implementation is done using Python 3.6 tools. Open source Python libraries provide robust implementations of image processing and segmentation algorithms. The feature extraction and gesture classification subsystem is based on the VGG-16 neural network architecture implemented using the TensorFlow and Keras deep learning frameworks. The technical characteristics of the cameras are given. The algorithm of the application is described. The research results aimed at comparing data capture devices under various experimental conditions (distance and illumination) are presented. Experimental results show that using the Intel RealSense D435 depth camera provides more accurate gesture recognition under various experimental conditions.

Keywords: depth camera, gesture recognition, convolutional neural network, RealSense, OpenCV, Python, VGG-16.

References

- 1 Liang R., Ouhyoung M. A real-time continuous gesture recognition system for sign language, IEEE Third International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition Proceedings.Nara, Japan, 1998. P. 558-567.
- 2 Vogler, C., Metaxas, D. A framework for recognizing the simultaneous aspects of American Sign Language, Computer Vision and Image Understanding, 81(3), 358-384(2001).

- 3 Murakami K., Taguchi H. Gesture recognition using recurrent neural networks, CHI '91: Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems. New Orleans, USA, 1999. P.237-242.
- 4 Fels S. S., Hinton G. E. Glove-talk II -a neural-network interface which maps gestures to parallel formant speech synthesizer controls, IEEE transactions on neural networks, 8(5), 205-212(1998).
- 5 Zeng J., Sun Y., Wang F. A natural hand gesture system for intelligent human-computer interaction and medical assistance, Third Global Congress on Intelligent Systems. Wuhan, China, 2012. P.382-385.
- 6 Malima A., Ozgur E., Cetin M. A fast algorithm for vision-based hand gesture recognition for robot control, IEEE 14th conference on Signal Processing and Communications Applications – Antalya, Turkey, 2006. P.1-4.
- 7 Kiselev V. A., Klimenko A. S. and co-authors Apparatsnye sredstva sistem raspoznavaniya 3D zhestov dlya kompleksa virtual'nogo okruzheniya [3D Gesture recognition hardware tools for the Virtual Environment system], Mezhdunarodnaya konferenciya CPT2017[International conference CPT2017]. Larnaca, Cyprus, 2017. P.152-160. [in Russian].
- 8 Satybaldina D., Kalymova G., Glazyrina N. Application Development for Hand Gestures Recognition with Using the Depth Camera, DB&IS 2020: Databases and Information Systems. Tallinn, Estonia, 2020. P.55-67.
- 9 Satybaldina D.Zh., Ovechkin G.V., Kalymova G.A. Sistema raspoznavaniya staticheskikh zhestov ruk s ispol'zovaniem kamery glubiny [Static hand gestures recognition system with using depth camera], Vestnik RGRU[Vestnik of RSREU], N. 72, 93-105(2020). [in Russian].
- 10 Starner T., Pentland A. Real-time American Sign Language recognition from video using hidden Markov models, Proceedings of International Symposium on Computer Vision. Coral Gables, USA, 1995. P.265-270.
- 11 Howe N. R., Leventon M. E., Freeman W. T. Bayesian Reconstruction of 3D Human Motion from Single-Camera Vide, NIPS'99: Proceedings of the 12th International Conference on Neural Information Processing Systems. 1999, P.820–826.
- 12 Elmezain M., Al-Hamadi A., Appenrodt J., Michaelis B. A hidden Markov model-based continuous gesture recognition system for hand motion trajectory // 19th International Conference on Pattern Recognition. Tampa, USA, 2008. P.1– 4.
- 13 Wachs J. P., K?lsch M., Stern H., Edan Y. Vision-based hand-gesture applications, Communications of the ACM. 2011. Vol 54. Issue 2. P.60-71.
- 14 Suarez J., Murphy R. R. Hand gesture recognition with depth images, The 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication. Paris, Franc, 2012, P.411–417.
- 15 Kollorz E., Penne J., Hornegger J., Barke A. Gesture recognition with a time-of-flight camera, International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications, 5(3), 334-343(2008).
- 16 Kurakin A., Zhang Z., Liu Z. A real time system for dynamic hand gesture recognition with a depth sensor, Signal Processing Conference. Bucharest, Romania, 2012. P.1975–1979.
- 17 Liao B., Li J., Ju Z., Ouyang G. Hand gesture recognition with generalized hough transform and DC-CNN using realsense, Eighth International Conference on Information Science and Technology. Cordoba, Spain, 2018. P.84-90.
- 18 Van den Bergh M., Van Gool L. Combining RGB and ToF cameras for real-time 3D hand gesture interaction, IEEE Workshop on Applications of Computer Vision. Kona, USA, 2011. P.66 -72.

Сведения об авторах:

Сатыбалдина Д.Ж. - автор для корреспонденции, кандидат физико-математических наук, ассоциированный профессор, заведующий кафедрой «Информационная безопасность» Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, Пушкина 11, Нур-Султан, Казахстан.

Глазырина Н.С. - PhD, и.о. доцента кафедры «Компьютерная и программная инженерия» Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, Пушкина 11, Нур-Султан, Казахстан.

Степанов В.С. – магистр, ТОО «Kazdream Technologies», Туркестан 10, Нур-Султан, Казахстан.

Калымова К.А. – магистр, старший преподаватель кафедры «Информатики и прикладной математики» Казахского национального женского педагогического университета, Айтеке би 99, Алматы, Казахстан.

Satybaldina D.Zh. - **corresponding author**, candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor, Head of the Department of Information Security, at L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin 11, Nur-Sultan, Kazakhstan.

Glazyrina N.S. - PhD, Associate Professor of the Department of Computer and Software Engineering at L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin 11, Nur-Sultan, Kazakhstan.

Stepanov V.S. - Master, «Kazdream Technologies» LLC, Turkestan 10, Nur-Sultan, Kazakhstan.

Kalymova G.A. - Master, Senior Lecturer of the Department of Informatics and Applied Mathematics, Kazakh National Women's Teacher Training University, Aiteke bi 99, Almaty, Kazakhstan.

IRSTI: 27.25.19

A.V. Rezbaev

*Department of Mathematics, National Research University Higher School of Economics,
Usacheva str., 6, Moscow, 109028, Russian Federation
(E-mail: aratyo@yandex.ru)*

On Logarithmic Derivatives of Probability Densities

Abstract: We construct two examples connected with the integrability of logarithmic derivatives of probability densities on the real line, in particular, with the Fisher information number. These examples show that the Fisher information of a probability density cannot be estimated in terms of L^1 -norms of its first and second derivatives and the maximum of the absolute value of the second derivative. In addition, the norm of the logarithmic derivative of the density in L^3 cannot be estimated in terms of the norms in L^1 of the derivatives of the density of any order.

Keywords: Fisher information, logarithmic derivative, Uglanov's lemma, Krugova's inequality

DOI: <https://doi.org/10.32523/bulmathenu.2021/3.2>

2000 Mathematics Subject Classification: 26D10

1. Introduction. Let ρ be a probability density on the real line that is absolutely continuous on all bounded intervals. the ratio

$$\frac{\rho'(x)}{\rho(x)}$$

is called the logarithmic derivative of ρ . We set $\rho'(x)/\rho(x) = 0$ if $\rho(x) = 0$. The expression

$$I(\rho) = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\rho'(t)|^2}{\rho(t)} dt$$

is called the Fisher information number (or just the Fisher information) of density ρ . It is of interest for many applications to have efficient conditions on ρ under which this integral is finite. A.V. Uglanov [1] suggested the following elementary but not obvious lemma.

Lemma [U]. There exists a constant C such that for each nonnegative twice differentiable function $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ such that φ'' is absolutely continuous the following estimate holds:

$$J(\varphi) = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\varphi'(t)|^2}{\varphi(t)} dt \leq C \int_{\mathbb{R}} [|\varphi'(t)| + |\varphi''(t)| + |\varphi'''(t)|] dt.$$

Later Krugova generalized this results as follows (see [2] and [3]):

Let recall the following know result

The Krugova inequality:

Let f be a nonnegative twice differentiable function on \mathbb{R} such that f'' is absolutely continuous. Then for any $\varepsilon \in (0, 3)$ holds:

$$\int_{\mathbb{R}} \left(\frac{|f'(t)|}{f(t)} \right)^{3-\varepsilon} f(t) dt \leq C(\varepsilon) \left(\int_{\mathbb{R}} |f'(t)| dt + \int_{\mathbb{R}} |f''(t)| dt + \int_{\mathbb{R}} |f'''(t)| dt \right).$$

In relation to Uglanov's lemma the question arises about the validity of this estimate if we require only the boundedness and integrability of the second derivative without the integrability of the third derivative. It turns out that the answer is negative. We are going to construct such a density in Theorem 1.

What happens if f is three times differentiable? Can one obtain similar estimates with $4-\varepsilon$? The answer is negative! Even analyticity is not enough, as the following simple example shows: for $\varphi(t) = t^2 \exp(-t^2)$ the function $|\varphi'(t)|^p \varphi^{1-p}(t)$ is not integrable at the origin for all $p \geq 3$. In this example the density vanishes at the origin, but in Theorem 2 we construct a strictly positive density with the same properties. These examples answer two questions posed by S.G. Bobkov.

2. Main results.

Theorem 1. There exists a function $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$ such that

- 1) f, f', f'' are integrable on \mathbb{R} ;
- 2) $|f''(x)| < M, \forall x \in \mathbb{R}$;

3) The Fisher information is infinite:

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{|f'(x)|^2}{f(x)} dx = \infty.$$

Proof. Step 1. Let us construct such a function f . We the functions f_n defined on \mathbb{R} by

$$f_n(x) = -\frac{x(x-1)}{n \ln^2 n} \chi_{[0,1]}(x),$$

where $n = 4, 6, 8, \dots$

One can readily verify the following simple properties of f_n :

- (i) $0 \leq f_n(x) dx \leq \frac{1}{4n \ln^2 n}$.
- (ii) $\int_0^1 |f'_n(x)| dx = \frac{1}{2n \ln^2 n}$.
- (iii) $\int_0^1 |f''_n(x)| dx = \frac{1}{n \ln^2 n}$.
- (iv) $|f''_n(x)| \leq 1$ for all $n = 4, 6, 8, \dots$

Let us consider the following functions:

$$s_n(x) = y_{l,n}(x) + f'_n(x) \chi_{(\frac{1}{n}, 1-\frac{1}{n})}(x) + y_{r,n}(x), \quad n = 4, 6, 8, \dots,$$

where

$$y_{l,n}(x) = \frac{(1 - \frac{2}{n})^2}{2(1 - \frac{1}{n}) \ln^2 n} \left(x + \frac{1}{n-2}\right) \chi_{[-\frac{1}{n-2}, \frac{1}{n}]}(x),$$

$$y_{r,n}(x) = \frac{(1 - \frac{2}{n})^2}{2(1 - \frac{1}{n}) \ln^2 n} \left(x - 1 - \frac{1}{n-2}\right) \chi_{[1-\frac{1}{n}, 1+\frac{1}{n-2}]}(x).$$

Loosely speaking, we removed the discontinuities of f'_n at the points 0 and 1 by adding $y_{l,n}$ and $y_{r,n}$, moreover, as we shall in Step 2, our modification s_n preserves some properties of f'_n .

Let us consider the following functions g_n , where $n = 4, 6, 8, \dots$:

$$g_n(x) = \int_{-1}^x s_n(t) dt. \tag{1}$$

Using the symmetry of s_n , we can check that each function g_n vanishes outside the interval $[-\frac{1}{n-2}, 1 + \frac{1}{n-2}]$, therefore, in (1) the integral can be taken over $[-\frac{1}{n-2}, x]$.

Step 2. On the interval $[\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}]$ the function g_n is equal to f_n . Indeed, let $x \in [\frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n}]$. Then

$$\begin{aligned} g_n(x) &= \int_{-\frac{1}{n-2}}^x s_n(t) dt = \int_{-\frac{1}{n-2}}^{\frac{1}{n}} s_n(t) dt + \int_{\frac{1}{n}}^x s_n(t) dt = \frac{1}{n^2 \ln^2 n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \int_{\frac{1}{n}}^x f'_n(t) dt \\ &= \frac{1}{n^2 \ln^2 n} \left(1 - \frac{1}{n}\right) + f_n(x) - f_n\left(\frac{1}{n}\right) = f_n(x). \end{aligned}$$

Step 3. It follows from our construction that

$$\int_{\mathbb{R}} |g_n(x)| dx \leq \frac{1}{4n \ln^2 n} \left(1 + \frac{2}{n-2}\right).$$

Step 4. According to the definition of s_n we have the following inequalities:

$$\int_{\mathbb{R}} |g'_n(x)| dx = 2 \int_{-\frac{1}{n-2}}^{\frac{1}{n}} y_{l,n}(x) dx + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} |f'_n(x)| dx = \frac{(1-\frac{2}{n})^2}{2(1-\frac{1}{n}) \ln^2 n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-2}\right)^2 + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} |f'_n(x)| dx,$$

$$\int_{\mathbb{R}} |g''_n(x)| dx = 2 \int_{-\frac{1}{n-2}}^{\frac{1}{n}} y'_{l,n}(x) dx + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} |f''_n(x)| dx = \frac{(1-\frac{2}{n})^2}{(1-\frac{1}{n}) \ln^2 n} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-2}\right) + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} |f''_n(x)| dx.$$

Step 5. Now we are going to prove the following assertion: the integral

$$\int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{|f'_n(x)|^2}{f_n(x)} dx$$

is of order as $\frac{1}{n \ln n}$ as $n \rightarrow \infty$. Using this assertion along with (ii), (iii) and the previous steps and taking into account that the series $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ diverges and the series $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ converges, we conclude that the function

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} g_{2n}(x - 2n)$$

has the properties announced in Theorem 1. So it remains to prove the assertion above.

We have the following chain of equalities:

$$\begin{aligned} \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{|f'_n(x)|^2}{f_n(x)} dx &= -\frac{1}{n \ln^2 n} \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{(2x-1)^2 dx}{x(x-1)} \\ &= -\frac{1}{n \ln^2 n} \left(\int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{4x dx}{x-1} - \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{4 dx}{x-1} + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{dx}{x(x-1)} \right) \\ &= -\frac{1}{n \ln^2 n} \left(\int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} 4 dx + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{dx}{x(x-1)} \right) \\ &= -\frac{1}{n \ln^2 n} \left(4 \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{dx}{x-1} - \int_{\frac{1}{n}}^{1-\frac{1}{n}} \frac{dx}{x} \right) \\ &= -\frac{1}{n \ln^2 n} \left(4 - \frac{8}{n} - 2 \left(\ln n + \ln \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right) \right) = \frac{2}{n \ln n} - \frac{1}{n \ln^2 n} \left(4 - \frac{8}{n} - 2 \ln \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right). \end{aligned}$$

This completes the proof of Theorem 1.

Our second example is this.

Theorem 2. There exists a function $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ with the following properties:

- 1) f is infinitely differentiable;
- 2) f is integrable on \mathbb{R} along with all its derivatives;
- 3) $\int_{\mathbb{R}} \frac{|f'(x)|^3}{f^2(x)} dx = \infty$.

Proof. The main idea of this example is this. We observe that if we do not require that f be strictly positive, then, for example, the functions $\frac{\sin^2 x}{x^2}$ or $x^2 e^{-x^2}$ are suitable, moreover, for the first function the expression

$$\frac{|f'(x)|^3}{f^2(x)} = \frac{8 \sin^2 x}{x^5} (x \cot x - 1)^3$$

has non-integrable singularities at the points $x_n = \pi n$, where $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ (it is important here that they form a countable set, not finite). We are going to use it to construct the desired function. Let us consider the following positive function on $[\frac{1}{2}, +\infty)$:

$$g(x) = \frac{\sin^2 x + e^{-x}}{x^2}.$$

Since our function is not integrable in a neighborhood of zero, we have to extend it to the whole real line. Let us observe that

$$\int_1^{\infty} \frac{|g'(x)|^3}{g^2(x)} dx = \infty.$$

Indeed, it is easy to see that

$$g'(x) = \frac{2x \sin x \cos x - xe^{-x} - 2 \sin^2 x - 2e^{-x}}{x^3}$$

and

$$\frac{|g'(x)|^3}{g^2(x)} = \frac{|2x \sin x \cos x - xe^{-x} - 2 \sin^2 x - 2e^{-x}|^3}{x^5(\sin^2 x + e^{-x})^2}.$$

We notice that on the intervals $[\pi n - \frac{\pi}{2}, \pi n]$, where $n \geq 1$, all terms are non-positive, hence for such x we have

$$\frac{|g'(x)|^3}{g^2(x)} = \frac{(-2x \sin x \cos x + xe^{-x} + 2 \sin^2 x + 2e^{-x})^3}{x^5(\sin^2 x + e^{-x})^2} \geq -\frac{8x^3 \sin^3 x \cos^3 x}{x^5(\sin^2 x + e^{-x})^2} = -\frac{8 \sin^3 x \cos^3 x}{x^2(\sin^2 x + e^{-x})^2}.$$

Further, for the same x it holds

$$-\frac{8 \sin^3 x \cos^3 x}{x^2(\sin^2 x + e^{-x})^2} \geq -\frac{8 \sin^3 x \cos^3 x}{(\pi n)^2(\sin^2 x + e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})})^2}.$$

Now let $x \in [\pi n - \frac{\pi}{2}, \pi n - e^{-n}]$, where $n \geq 1$. Since $\sin x \neq 0$ for such x , we have

$$\begin{aligned} & -\frac{8 \sin^3 x \cos^3 x}{(\pi n)^2(\sin^2 x + e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})})^2} = -\frac{8 \cos^3 x}{(\pi n)^2 \left(1 + \frac{e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})}}{\sin^2 x}\right)^2 \sin x} \\ & \geq -\frac{8 \cos^3 x}{(\pi n)^2 \left(1 + \frac{e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})}}{\sin^2(\pi n - e^{-n})}\right)^2 \sin x} = -\frac{8 \cos^3 x}{(\pi n)^2 \left(1 + \frac{e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})}}{\sin^2(e^{-n})}\right)^2 \sin x}. \end{aligned}$$

Since

$$1 + \frac{e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})}}{\sin^2(e^{-n})} \rightarrow 1 \quad \text{as } n \rightarrow \infty,$$

we obtain $\left(1 + \frac{e^{-(\pi n - \frac{\pi}{2})}}{\sin^2(e^{-n})}\right)^2 \leq 2$ for large $n \geq N_0$.

Let us summarize our results. There exists $N_0 \in \mathbb{N}$ such that for all $x \in [\pi n - \frac{\pi}{2}, \pi n - e^{-n}]$ and $n \geq N_0$ it holds

$$\frac{|g'(x)|^3}{g^2(x)} \geq -\frac{4 \cos^3 x}{(\pi n)^2 \sin x} \geq 0.$$

We observe that

$$\int_{\pi n - \frac{\pi}{2}}^{\pi n - e^{-n}} \frac{-\cos^3 x}{\sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{-e^{-n}} \frac{-\cos^3 x}{\sin x} dx = \int_{-1}^{-\sin(e^{-n})} \frac{-1 + x^2}{x} dx = -\ln \sin e^{-n} + \frac{\sin^2(e^{-n})}{2} - \frac{1}{2}.$$

Finally, since the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln \sin e^{-n}}{n^2}$$

diverges and both series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 e^{-n}}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

converge, we obtain

$$\int_1^{\infty} \frac{|g'(x)|^3}{g^2(x)} dx \geq \sum_{n=N_0}^{\infty} \int_{\pi n - \frac{\pi}{2}}^{\pi n - e^{-n}} -\frac{4 \cos^3 x}{(\pi n)^2 \sin x} dx = \infty.$$

To complete the construction of f we need the following function:

$$\lambda(x) = \frac{\alpha(2 - |x|)}{\alpha(2 - |x|) + \alpha(|x| - 1)},$$

where $\alpha(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & \text{when } x > 0 \\ 0, & \text{when } x \leq 0 \end{cases}$ Clearly, $\lambda \in C^\infty(\mathbb{R})$ and $\lambda(x) = 1$ when $x \in [-1, 1]$, and $\lambda(x) = 0$ when $x \notin [-2, 2]$. Finally, we reflect g evenly, and on the interval $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ define it by zero, and let

$$f(x) = \alpha(x) + (1 - \alpha(x))g(x).$$

This completes the proof of Theorem 2.

3. Conclusion. The density φ in Theorem 1 demonstrates that if we require only the boundedness of the second derivative without the integrability of the third derivative φ''' , it can happen that the Fisher information of density φ can be infinite.

The density f in Theorem 2 gives an example of an analytic function without zeros with the following properties:

$$\int_{\mathbb{R}} \left(\frac{|f'(t)|}{f(t)} \right)^3 f(t) dt = \infty,$$

$$\int_{\mathbb{R}} |f^{(n)}(t)| dt < \infty$$

for all $n \geq 1$.

References

- 1 Угланов А.В. Частное гладких мер есть гладкая функция// Известия ВУЗ'ОВ. Матем. -1989. -N 9. -С. 72–76.
- 2 Кругова Е.П. Об интегрируемости логарифмических производных мер// Матем. заметки. -1993. -Т. 53, -N 5. -С. 76–86
- 3 Bogachev V.I. Differentiable Measures and the Malliavin Calculus. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2010.

А.В. Резбаев

Математика факультеті, Экономиканың жоғарғы мектебі ұлттық зерттеу университеті, Усачева көш., 6, Мәскеу, 109028, Ресей Федерациясы

Ықтималдық тығыздықтардың логарифмдік туындылары туралы

Аннотация: Ықтималдық тығыздықтардың логарифмдік туындыларының интегралдануымен, дәлірек айтқанда Фишер ақпараттық сандарымен байланысты екі мысал құрылды. Құрылған мысалдар ықтималдық тығыздықтың Фишер ақпараттық санын тығыздықтың бірінші және екінші туындыларының модульінің интегралы мен екінші туындының модульінің максимумы арқылы бағалауға болмайтындығы көрсетілді. Сонымен қатар, L^3 -тегі тығыздықтың логарифмдік туындысының нормасын тығыздықтың қандай да ретті туындысының L^1 -дегі нормасы арқылы бағалауға болмайтындығы көрсетілді.

Ключевые слова: Фишердің ақпараттық саны, логарифмдік туынды, Угланов леммасы, Круговая теңсіздігі.

А.В. Резбаев

Факультет математики, Национальный исследовательский университет Высшая Школа Экономики, ул. Усачева 6, Москва, 109028, Российская Федерация

О логарифмических производных вероятностных плотностей

Аннотация: Построены два примера, связанные с интегрируемость логарифмических производных вероятностных плотностей, в частности с информационным числом Фишера. Эти примеры показывают, что информационное число Фишера вероятностной плотности нельзя оценить через интегралы от модулей первой и второй производных плотности и максимум модуля второй производной. Кроме того, норму логарифмической производной плотности в L^3 нельзя оценить через нормы в L^1 производных плотности какого-либо порядка.

Ключевые слова: Информационное число Фишера, логарифмическая производная, лемма Угланова, неравенства Круговой

References

- 1 Uglanov A.V. Chastnoe gladkih mer est' gladkaja funkcija [A quotient of smooth measures is a smooth function], *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mat.* N 9, 72-76(1989). [in Russian]; English transl.: *Sov. Math.* 33(9), 71-75(1989).
- 2 Krugova E.P. Ob integriruемости logarifmicheskikh proizvodnyh mer [On the integrability of logarithmic derivatives of measures], *Mat. Zametki.* 53(5), 76-86(1993). [in Russian]; English transl.: *Math. Notes.* 53(5-6), 506-512(1993).
- 3 Bogachev V.I. *Differentiable Measures and the Malliavin Calculus.* American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2010.

Information about author:

Rezbaev A.V. – Математика факультетінің екінші курс аспиранты, Экономиканың жоғарғы мектебі ұлттық зерттеу университеті, Усачева көш., 6, Мәскеу, 109028, Ресей Федерациясы.

Rezbaev A.V. – 2nd year postgraduate student of mathematics department, Department of Mathematics, National Research University Higher School of Economics, Usacheva str., 6, Moscow, 109028, Russian Federation.

МРНТИ: 27.25.19

С.Н.Боранбаев¹, А.С.Боранбаев², Н.М.Сисенов³, Н.Горанин⁴, Е.Б.Тулбаев⁵

^{1,3} *Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

² *Назарбаев университет, Нур-Султан, Казахстан*

⁴ *Вильнюсский технический университет имени Гедиминаса, Вильнюс, Литва*

⁵ *Astana IT University, Нур-Султан, Казахстан*

(E-mail: ¹ *sboranba@yandex.kz*, ² *aboranbayev@nu.edu.kz*, ³ *nurbek9291@mail.ru*,

⁴ *nikolaj.goranin@vgtu.lt*, ⁵ *erjay_1501@mail.ru*)

Метод и информационная технология для поддержки принятия решений по оценке надежности и отказоустойчивости информационных систем¹

Аннотация: Данная статья посвящена оценке надежности и отказоустойчивости информационных и автоматизированных систем. Предложен метод, который позволяет определить уровень отказоустойчивости компонентов информационных и автоматизированных систем, учитывать ряд критериев с различным направлением оптимизации, оценивать и ранжировать альтернативные решения.

На основе предложенного метода разработана соответствующая информационная технология, которая позволяет определить надежность работы информационных и автоматизированных систем.

Предложенный метод и подход были применены на практике для оценки надежности и отказоустойчивости компонентов информационных систем по различным критериям. Были выявлены уровни отказоустойчивости каждой из компонент информационной системы. Практическое применение метода показало, что его можно использовать для расчета уровня надежности и отказоустойчивости информационных и автоматизированных систем.

Ключевые слова: информационная система, автоматизированная система, отказоустойчивость, надежность, метод, критерий, экспертная оценка.

DOI: <https://doi.org/10.32523/bulmathenu.2021/3.3>

2000 Mathematics Subject Classification: 68M15

1. Введение

В настоящее время, в связи с бурным развитием цифровых технологий, большую актуальность и важность приобретают проблемы обеспечения надежности и отказоустойчивости информационных и автоматизированных систем. Отказы в работе информационных и автоматизированных систем могут привести к финансовым потерям, ухудшению имиджа и репутационным потерям для компании, причинить ущерб здоровью или угрозу для жизни человека, а также к другим потерям и угрозам. Особую опасность представляют собой риски информационных и автоматизированных систем, связанных с надежностью, отказоустойчивостью и безопасностью для критически важных информационно-коммуникационных инфраструктур.

Обеспечение надежности и отказоустойчивости информационных и автоматизированных систем является сложной задачей. Необходимо знать области, которые приводят к отказам информационных систем (ИС) и создают потенциально опасные ситуации. Задачу надо решать в комплексе, по многим критериям.

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP09261118)

Много исследований посвящено определению рисков и обеспечению надежности и безопасности в различных областях деятельности. Так, многокритериальные методы позволяют решать задачи определения рисков в разных практических областях, в которых имеются различные интересы [1-13]. В работах [14, 15] были исследованы вопросы применения этих методов для обеспечения надежности и безопасности критических информационно-коммуникационных инфраструктур. В работах [16-21] были исследованы вопросы обеспечения надежности и безопасности, предложены методы выявления и нейтрализации рисков, обеспечения надежности на ранних стадиях разработки ИС, была разработана соответствующая программная система, основанная на предложенных методах. Было показано применение этих методов при разработке ИС в различных практических областях. Эти методы определяют отдельные компоненты ИС и делают количественную оценку их рисков. Для нейтрализации рисков предлагаются наиболее эффективные стратегии, хранящиеся в базе данных программной системы.

В данной статье предлагается новый подход для обеспечения отказоустойчивости и надежности информационных и автоматизированных систем. Предложенный подход лежит в основе разработанной информационной технологии и позволяет оценить отказоустойчивость ИС. Отказоустойчивость ИС оценивается по многим критериям с применением методологии Multiple-Criteria Decision-Making (MCDM) и позволяет достичь множество различных целей, связанных с обеспечением надежности ИС. Информационная технология позволяет выбрать альтернативы, ранжировать их, оценить их соответствие всем критериям. Предложенный многокритериальный подход, основанный на адаптации методов ARAS (Additive Ratio Assessment), SWARA (Step-wise Weight Assessment Ratio Analysis) и разработанная на их основе технология, позволяют определить исследуемые компоненты ИС (альтернативы), критерии для сравнения альтернатив, значимость (веса) критериев. Альтернативы могут описываться как количественными, так и качественными критериями. Критерии оценки могут иметь разные единицы измерения, поэтому для получения сопоставимых масштабов значений критериев делается их нормализация. Многокритериальный подход, предложенный в данной статье, и разработанную на его основе информационную технологию можно применять для анализа рисков информационных и автоматизированных систем.

2. Определение уровня надежности и отказоустойчивости информационных систем

Определение уровня надежности и отказоустойчивости компонентов ИС состоит из следующих этапов:

- Постановка задачи – уровень отказоустойчивости какого продукта (информационная система, автоматизированная система, отдельная компонента системы, информационная коммуникационная инфраструктура и др.) надо определить;
- Назначение экспертов – с квалификацией, образованием, опытом работы в данной области;
- Описание альтернатив поставленной задачи;
- Описание критериев, которые оказывают влияние на отказоустойчивость альтернатив;
- Описание оптимизации критерия;
- Вычисление значений критериев для альтернатив;
- Вычисление веса (влияния) критериев на отказоустойчивость альтернативы;
- Вычисление уровня отказоустойчивости альтернатив адаптированным методом ARAS (Additive ratio assessment);
- Вычисление уровня отказоустойчивости альтернатив адаптированным методом SWARA;
- Анализ результатов – делается экспертами. Если результаты удовлетворительные, то задача решена. В противном случае решение задачи делается повторно.

2.1. Адаптация метода ARAS для определение уровня надежности и отказоустойчивости информационных систем.

Метод ARAS был адаптирован для определения уровня надежности и отказоустойчивости информационных систем. Вначале формируются матрицы принятия решений (DMM - decision-making matrix). Задача представлена следующим DMM:

$$X = \begin{matrix} & x_{0,1} & \cdots & x_{0,j} & \cdots & x_{0,b} \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i,1} & \cdots & x_{i,j} & \cdots & x_{i,b} & \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{a,1} & \cdots & x_{a,j} & \cdots & x_{a,b} & \end{matrix} \quad (1)$$

где a – количество альтернатив, b – количество критериев, описывающих каждую альтернативу, x_{ij} – значение, представляющее значение производительности альтернативы i в терминах критерия j , x_{0j} – оптимальное значение критерия j [9].

Если оптимальное значение критерия j неизвестно, то

$$x_{0j} = \begin{cases} x_{0j} = \max_i x_{ij}, & \text{если } \max_i x_{ij} \text{ является предпочтительным;} \\ x_{0j} = \min_i x_{ij}^*, & \text{если } \min_i x_{ij}^* \text{ является предпочтительным.} \end{cases} \quad (2)$$

Система критериев, значения и начальные веса критериев, определяются экспертами [9]. Обычно критерии бывают разными. Поэтому необходимо получить безразмерные взвешенные значения критериев. Для этого используется отношение критерия к оптимальному значению. Существуют различные методы, описывающие отношение критерия к оптимальному значению. Обычно значения отображаются на интервале $[0; 1]$ или интервале $[0; \infty]$. На следующем этапе нормализуются начальные значения всех критериев - определяются значения x_{ij} нормализованной матрицы принятия решений X .

$$X = \begin{matrix} \bar{x}_{01} & \cdots & \bar{x}_{0j} & \cdots & \bar{x}_{0b} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_{i1} & \cdots & \bar{x}_{ij} & \cdots & \bar{x}_{ib} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_{a1} & \cdots & \bar{x}_{aj} & \cdots & \bar{x}_{ab} \end{matrix} \quad (3)$$

Если значения критериев должны максимизироваться, то их нормировка делается так:

$$\bar{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=0}^a x_{ij}} \quad (4)$$

Критерии, предпочтительными значениями которых являются минимумы, нормализуются путем применения двухэтапной процедуры:

$$x_{ij} = \frac{1}{x_{ij}^*}; \quad \bar{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=0}^a x_{ij}}. \quad (5)$$

Все критерии, изначально имеющие разные измерения, приводятся к безразмерным значениям и могут сравниваться.

На следующем этапе определяется нормализованная взвешенная матрица X . Критерии оцениваются весами w_j , $0 < w_j < 1$. Значения весов w_j определяются с помощью экспертной оценки. Для весов w_j должно выполняться условие:

$$\sum_{j=1}^b w_j = 1. \quad (6)$$

$$\widehat{X} = \begin{matrix} \widehat{x}_{01} & \cdots & \widehat{x}_{0j} & \cdots & \widehat{x}_{0b} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{x}_{i1} & \cdots & \widehat{x}_{ij} & \cdots & \widehat{x}_{ib} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{x}_{a1} & \cdots & \widehat{x}_{aj} & \cdots & \widehat{x}_{ab} \end{matrix} \quad (7)$$

Вычисляются нормализованные взвешенные значения критериев:

$$\widehat{x}_{ij} = \bar{x}_{ij} w_j; i = \overline{0, a}, \quad (8)$$

где w_j – вес (важность) критерия j ,

$$S_j = \sum_{j=1}^b \widehat{x}_{ij}; i = \overline{0, a}, \quad (9)$$

где S_i – значение функции оптимальности альтернативы. Чем больше значение S_i , тем эффективнее альтернатива. Приоритеты альтернатив можно определить в соответствии со значением S_i . Таким образом, с помощью этого метода можно оценивать и ранжировать альтернативы.

Степени полезности K_i альтернативы i вычисляется следующим образом:

$$K_i = \frac{S_i}{S_0}; i = \overline{0, a}, \quad (10)$$

Значения K_i находятся в интервале $[0, 1]$, их можно упорядочить по возрастанию, и таким образом установить приоритеты.

2.2. Адаптация метода SWARA для определения уровня надежности и отказоустойчивости информационных систем.

Для определения уровня надежности и отказоустойчивости информационных систем был адаптирован метод SWARA. При использовании и адаптированного метода SWARA следует выбрать критерии. Например, в качестве критериев можно выбрать: «Тип программы», «Восстановление данных», «Тип ошибки», «Тип доступа».

Далее следует выбрать подкритерии.

Подкритериями могут являться:

1. Тип программы: сайт, настольные программы, мобильные приложения, приборы.
2. Восстановление данных: предусмотрено, не предусмотрено.
3. Тип ошибки: уведомление, самоисправление, служба поддержки.
4. Тип доступа: через ЭЦП, логин и пароль, двухэтапная аутентификация.

Далее следует выбрать экспертов. Имена экспертов записаны как: id1, id2, id3, ...

Исследуемая информационная система оценивается экспертами по критериям, и их оценки хранятся в базе данных.

Затем пользователь выбирает нужные ему варианты критериев. Вычисляются веса критериев, при этом из базы данных берутся оценки соответствующих экспертов.

Процесс определения относительных весов критериев с использованием метода SWARA состоит из следующих этапов:

Этап 1. Критерии сортируются в порядке убывания их ожидаемой значимости.

Этап 2. Начиная со второго критерия, эксперт выражает относительную важность критерия j по отношению к предыдущему ($j - 1$) критерию для каждого конкретного критерия. Это соотношение называется сравнительной важностью среднего значения s_j .

Этап 3. Определение коэффициента k_j следующим образом:

$$k_j = \begin{cases} 1 & j = 1 \\ s_j + 1 & j > 1 \end{cases} \quad (11)$$

Этап 4. Определить вес q_j следующим образом:

$$q_j = \begin{cases} 1 & j = 1 \\ \frac{k_{j-1}}{k_j} & j > 1 \end{cases} \quad (12)$$

Этап 5. Относительные веса критериев оценки определяются следующим образом:

$$w_j = \frac{q_j}{\sum_{k=1}^n q_k} \quad (13)$$

где w_j означает относительный вес критерия j .

Вес критериев определяется оценочным показателем эксперта. И веса подкритериев определяются для каждого критерия.

На рисунке 1 в качестве примера показано заключение эксперта. Информация в столбцах, отмеченных красным, была получена путем умножения веса критерия и подкритерия. Столбец S равен сумме каждой строки столбцов, отмеченных красным.

Этап 6. Определение значимости потенциально приемлемых вариантов. Определить значимость каждого варианта можно следующим образом.

$$S_i^k = \sum_j^n w_j w_{lj} \quad (14)$$

где S_i^k обозначает общую значимость варианта i на основе ответов, полученных от респондента k (каждый K респондент имеет общую значимость варианта i на основе ответов), w_j обозначает относительный вес критерия j , w_{lj} обозначает относительный вес варианта l (подкритерий) из области критерия j .

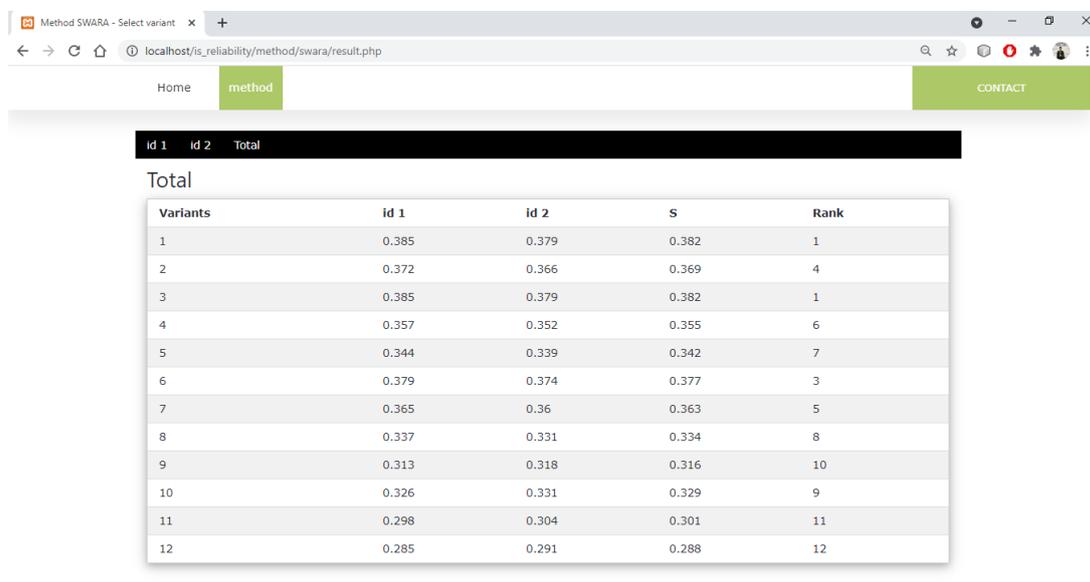
Criteria	0.395				0.263				0.22				0.122					
Variants	Tp	Vd	To	Td	Tp	Vd	To	Td	Tp	Vd	To	Td	Tp	Vd	To	Td	S	Rank
1	Sa	p+	Uv	Ecp	0.288	0.545	0.375	0.368	0.114	0.144	0.082	0.045	0.385	1				
2	Sa	p+	Uv	Da	0.288	0.545	0.375	0.263	0.114	0.144	0.082	0.032	0.372	4				
3	Sa	p+	Si	Lp	0.288	0.545	0.375	0.368	0.114	0.144	0.082	0.045	0.385	1				
4	Sa	p+	Sp	Ecp	0.288	0.545	0.25	0.368	0.114	0.144	0.055	0.045	0.357	6				
5	Sa	p+	Sp	Da	0.288	0.545	0.25	0.263	0.114	0.144	0.055	0.032	0.344	7				
6	Np	p+	Si	Lp	0.274	0.545	0.375	0.368	0.108	0.144	0.082	0.045	0.379	3				
7	Mp	p+	Si	Ecp	0.239	0.545	0.375	0.368	0.094	0.144	0.082	0.045	0.365	5				
8	Pr	p+	Si	Da	0.199	0.545	0.375	0.263	0.079	0.144	0.082	0.032	0.337	8				
9	Pr	p-	Uv	Da	0.199	0.455	0.375	0.263	0.079	0.12	0.082	0.032	0.313	10				
10	Pr	p-	Si	Lp	0.199	0.455	0.375	0.368	0.079	0.12	0.082	0.045	0.326	9				
11	Pr	p-	Sp	Ecp	0.199	0.455	0.25	0.368	0.079	0.12	0.055	0.045	0.298	11				
12	Pr	p-	Sp	Da	0.199	0.455	0.25	0.263	0.079	0.12	0.055	0.032	0.285	12				

Рисунок 1 – Заключение эксперта

Этап 7. Определение общей значимости каждого варианта на основе группового подхода. Для группы, состоящей из K лиц, принимающих решения, общая значимость каждого варианта S_i может быть рассчитана с использованием среднего геометрического следующим образом:

$$S_i = \left(\prod_{m=1}^K S_i^m \right)^{\frac{1}{K}} \quad (15)$$

Расчитываются оценки каждого эксперта, а затем рассчитывается среднее значение оценок экспертов (Рисунок 2).



id 1	id 2	Total		
Total				
Variants	id 1	id 2	S	Rank
1	0.385	0.379	0.382	1
2	0.372	0.366	0.369	4
3	0.385	0.379	0.382	1
4	0.357	0.352	0.355	6
5	0.344	0.339	0.342	7
6	0.379	0.374	0.377	3
7	0.365	0.36	0.363	5
8	0.337	0.331	0.334	8
9	0.313	0.318	0.316	10
10	0.326	0.331	0.329	9
11	0.298	0.304	0.301	11
12	0.285	0.291	0.288	12

Рисунок 2 – Оценки экспертов

Надежность информационных систем определяется по их рангам. В нашем случае варианты №1 и №3 имеют самый высокий ранг равный 1. Вариант №1 - (Тип программы: сайт; Восстановление данных: предусмотрено; Тип ошибки: уведомление; Тип доступа: через ЭЦП). Вариант №3 - (Тип программы: сайт; Восстановление данных: предусмотрено; Тип ошибки: уведомление; Тип доступа: двухэтапная аутентификация).

3. Практическая реализация методов

Предложенные методы были использованы для определения уровня отказоустойчивости ИС «Студенческий портал» университета. Данная ИС состоит из различных интерактивных сервисов и информационной части. Информационная часть предназначена для хранения контента и состоит из многоуровневого набора веб-страниц. Интерактивные сервисы предназначены для реализации различной функциональности и представляют собой базы данных и набор модулей.

Информационная система разработана на платформе IBM WebSphere Portal. Интерактивные сервисы разработаны на языке программирования Java. Система построена с использованием стека технологий Java, EJB3.0, JPA, Javascript, HTML, базы данных Oracle 11g. Операционная система «Red Hat Enterprise Linux Server версии 6.5 (Сантьяго)».

Веб-сервер - используется балансировщик нагрузки. Нагрузка распределена по трем серверам веб-приложений (узлам). Используется сервис Dynamic cache service для кеширования данных, полученных из базы данных и LDAP. Для база данных используется Oracle Database 11g. Для разработки приложения используются: библиотеки – JQuery, ExtJS 4; платформа – EJB 3.0; спецификация API Java EE – JPA; хранение и управление данными – Oracle 11g. Веб-сервер обрабатывает запросы, распределяет нагрузки между узлами. Используются три сервера – Oracle, DB2 и LDAP. На этих трех серверах содержатся базы данных: установленных приложений; данные, отвечающие за работоспособность портала; данные о пользователях университета.

ИС обеспечивает связь со следующими подсистемами:

1. Подсистема авторизации и получения личной информации студента.
2. Биллинговая подсистема.
3. Подсистема офис регистратора.
4. Подсистема бухгалтерских услуг.
5. Подсистема управления общежитием.

ИС «Студенческий портал» интегрирован с 4 другими системами университета: выставление счетов; отслеживание предоставляемых услуг; регистрация; управление идентификационными данными. Обмен информацией между ИС «Студенческим порталом» и другими системами осуществляется по принципу запрос-ответ.

Были выделены 4 компонента ИС, которые были использованы в качестве альтернатив в многокритериальном методе.

В качестве критериев были использованы характеристики, которые влияют на уровень отказоустойчивости компонентов ИС: Доля восстанавливаемости / ремонтпригодности; Наличие отказов; Доля влияния отказов на работоспособность ИС; Наличие резервирования обрабатываемых данных; Наличие соответствия требованиям законодательства.

К оценке критериев были привлечены эксперты, имеющие соответствующее высшее образование и опыт работы в сфере ИТ. Критерии были сравнены друг с другом с использованием метода АНР (метод анализа иерархий Саати), и таким образом были рассчитаны значимости влияния каждого критерия на отказоустойчивость ИС. В таблице 1 приведены результаты сравнения весов критериев.

Таблица 1 – Сравнения весов критериев

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	w	Нормализованный вес
X_1	0,15	0,25	0,17	0,15	0,20	0,18	0,653
X_2	0,14	0,13	0,17	0,17	0,20	0,16	0,574
X_3	0,16	0,14	0,17	0,23	0,15	0,17	0,607
X_4	0,16	0,19	0,23	0,20	0,26	0,21	0,737
X_5	0,40	0,29	0,26	0,26	0,20	0,28	1
Итого						1,00	3,57

Для каждого отказа указываются такие атрибуты как:

- Серьезность (Severity) отказа;
- Приоритет (Priority) отказа.

Severity указывает на то, насколько серьезен отказ и как он может повлиять на работоспособность информационной системы. Выбраны 5 видов серьезности отказов (Таблица 2).

Таблица 2 – Серьезность отказов.

Название	Ранг серьезности отказа	Доля восстанавливаемости / ремонтпригодности	Описание
Блокирующая (Blocker)	5	0% - 40%	Самая серьезная ошибка, при которой работа с ИС невозможна. Такого рода ошибки нужно исправлять непременно. ИС сложно восстанавливается по причине серьезности ошибки.

Критическая (Critical)	4	41% - 70%	Критическая ошибка, при которой определенная часть ИС не работает. Данную проблему нужно решать для того, чтобы продолжать работать с основными функциями системы. Восстанавливаемость ИС ниже средней.
Значительная (Major)	3	71% - 80%	Такой вид ошибки, при котором что-то работает неправильно, однако не особо опасно, так как существует возможность продолжения работы с использованием других входных точек. Восстанавливаемость ИС средняя.
Незначительная (Minor)	2	81% - 90%	Обычно, незначительные ошибки не нарушают работу ИС, проблема может возникать в интерфейсе пользователя. Восстанавливаемость ИС выше средней.
Тривиальная (Trivial)	1	91% - 100%	Ошибка, не представляющая угрозы для ИС, обычно это проблемы сторонней библиотеки или сервиса. Уровень восстанавливаемости ИС высокий.

Priority указывает очередность устранения отказа для каждой задачи. Выбраны 3 вида приоритета отказов (Таблица 3).

Таблица 3 – Приоритеты отказов

Описание	Доля влияния отказов на работоспособность ИС (приоритетность)	Определение
Чрезвычайно опасный	100%	Отказ может привести к смерти человека или поломке инфраструктуры.
Очень опасный	90%	Отказ может привести к серьезным травмам или серьезным нарушениям инфраструктуры из-за перебоев в обслуживании.
	80%	
Опасный	70%	Отказ может привести к травмам легкой или средней тяжести с высокой степенью личной неудовлетворенности или значительным проблемам инфраструктуры, требующим ремонта.
	60%	

Средняя опасность	50%	Отказ может привести к незначительным травмам с недовольством некоторых людей или значительным проблемам инфраструктуры.
Опасность от низкой до умеренной	40%	Отказ может привести к очень незначительным травмам или не приводит к травмам, но это раздражает клиентов или приводит к незначительным инфраструктурным проблемам, которые можно преодолеть с помощью незначительных изменений инфраструктуры или бизнеса.
	30%	
Небольшая опасность	20%	Отказ не может привести к травме, и клиент не знает о проблеме; Тем не менее, существует вероятность получения незначительных травм.
Опасность отсутствует	10%	Отказ не причиняет вреда и не влияет на инфраструктуру.

На основании таблиц 2 и 3 были сформированы таблицы 4 и 5. Необходимо отметить, что в качестве минимального значения в строке «0 – оптимальное значение» используется «1», так как деление на «0» является невозможным. При расчете приоритетности отказа и серьезность отказа были использованы усредненные значения результатов опроса экспертов.

Таблица 4 – Результаты измерений в ИС (матрица X принятия первоначального решения)

Компоненты ИС	Критерии				
	Доля восстанавливаемости / ремонт пригодности	Наличие отказов	Доля влияния отказов на работоспособность ИС	Наличие резервирования обработки данных	Наличие соответствия требованиям законодательства
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Единицы измерения	%	Шт.	%	Шт.	Да/нет (1/0)
Направление оптимизации	Макс.	Мин.	Мин.	Макс.	Мин.
Вес критерия	0,18	0,28	0,17	0,21	0,16
0 – оптимальное значение	100	1	1	3	1
1	81	14	20	1	1
2	91	1	20	1	1
3	81	6	10	1	1
4	91	5	10	1	1

Взвешенные нормализованные значения измерений в ИС (взвешенная нормализованная матрица принятия решений), рассчитанные по формулам (9)-(10), приведены в таблице 6 и рисунке 6.

Порядок приоритетов исследуемых компонентов: $p_2 > p_4 > p_3 > p_1$. Более отказоустойчивым компонентом ИС является компонент №2, а наименее отказоустойчивый

Таблица 5 – Нормированные значения измерений в ИС (нормализованная матрица принятия решений X)

Компоненты ИС	Критерии				
	Доля восстанавливаемости / ремонт пригодности	Наличие отказов	Доля влияния отказов на работоспособность ИС	Наличие резервирования обработки данных	Наличие соответствия требованиям законодательства
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Вес критерия	0,18	0,28	0,17	0,21	0,16
0 – оптимальное значение	0,225	0,410	0,769	0,43	0,20
1	0,182	0,029	0,038	0,14	0,20
2	0,205	0,410	0,038	0,14	0,20
3	0,182	0,068	0,077	0,14	0,20
4	0,205	0,082	0,077	0,14	0,20

Таблица 6 – Взвешенные нормализованные значения измерений в ИС (взвешенная нормализованная матрица принятия решений) и результаты решения

Компоненты ИС	Восстанавливаемость / ремонт пригодности	Наличие отказов	Доля влияния отказов на работоспособность ИС	Наличие резервирования обработки данных	Наличие соответствия требованиям законодательства	S	K	Ранг компонента ИС
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
0 – оптимальное значение	0,041	0,115	0,131	0,088	0,032	0,407	1	
1	0,033	0,008	0,007	0,029	0,032	0,110	0,269	4
2	0,037	0,115	0,007	0,029	0,032	0,221	0,541	1
3	0,033	0,019	0,013	0,029	0,032	0,127	0,312	3
4	0,037	0,023	0,013	0,029	0,032	0,135	0,332	2

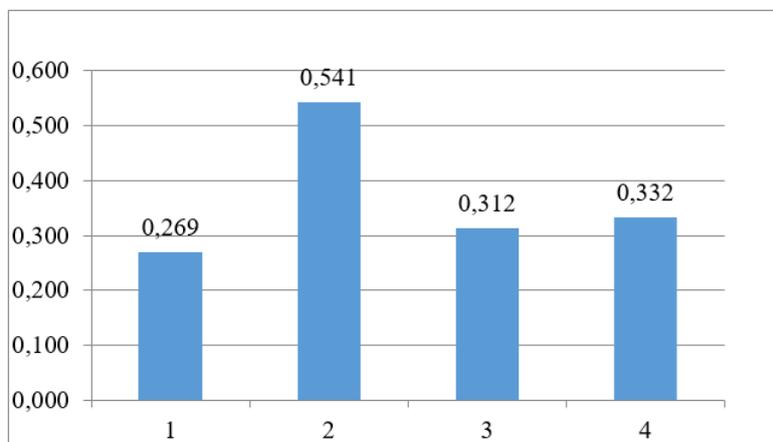


Рисунок 3 – Уровень отказоустойчивости компонентов ИС.

– компонент №1. У компонента №2 отказоустойчивость составляет 54 процентов от оптимально отказоустойчивого компонента ИС, а у компонент №1 – всего 27 процентов.

4. Выводы

Отказы в информационной системе могут привести к нарушению в ее работе или полному прекращению ее функционирования. Это может иметь серьезные последствия. Поэтому необходимы эффективные методы оценки таких рисков.

Предложенный метод и подход позволяют определить уровень отказоустойчивости компонентов ИС, учитывать ряд критериев с различным направлением оптимизации, оценивать и ранжировать альтернативные решения. Уровень альтернативы определяется сравнением анализируемого варианта с идеально лучшим (0 – оптимальное значение).

Предложенный метод и подход были применены на практике для оценки надежности и отказоустойчивости компонентов ИС по пяти критериям. В результате проведенных работ были выявлены уровни отказоустойчивости каждой из компонент ИС. Таким образом, практическое применение метода показало, что его можно использовать для расчета уровня отказоустойчивости информационных и автоматизированных систем.

Список литературы

- 1 Turskis, Z.; Zavadskas, E. K.; Peldschus, F. Multi-criteria optimization system for decision making in construction design and management // *Inzinerine Ekonomika – Engineering Economics*. -2009. №1. -P. 7–17.
- 2 Zavadskas E.K. & Turskis Z. A new additive ratio assessment (ARAS) method in multicriteria decision-making // *Technological and Economic Development of Economy*. -2010, -Vol. 16. №2, -P.159-172.
- 3 Erdogan M.; Kaya I. Prioritizing failures by using hybrid multi criteria decision making methodology with a real case application // *Sustainable cities and society*. -2019. №45. -P.117-130. DOI: 10.1016/j.scs.2018.10.027
- 4 Lo H.-W.; Liou J.J.H. A novel multiple-criteria decision-making-based FMEA model for risk assessment // *Applied soft computing*. -2018. №73, -P.684-696. DOI: 10.1016/j.asoc.2018.09.020
- 5 Han, Y.; Deng, Y. A hybrid intelligent model for assessment of critical success factors in high-risk emergency system // *Journal of ambient intelligence and humanized computing*. -2018. -Vol.9. №6. -P.1933-1953. DOI: 10.1007/s12652-018-0882-4.
- 6 Li, M; Wang, J.L.; Li, Y.; Xu, Y.C. Evaluation of Sustainability Information Disclosure Based on Entropy // *Entropy*. -2018. -Vol.20. №9. DOI: 10.3390/e20090689
- 7 Pamucar, D.; Stevic, Z.; Sremac, S. A new model for determining weight coefficients of criteria in MCDM models: full consistency method (FUCOM) // *Symmetry-Basel*. -2018. -Vol.10. №9. DOI: 10.3390/sym10090393
- 8 Mardani, A.; Nilashi, M.; Zakuan, N.; Loganathan, N.; Soheilrad, S.; Saman, M.Z.M.; Ibrahim, O. A systematic review and meta-Analysis of SWARA and WASPAS methods: Theory and applications with recent fuzzy developments // *Applied soft computing*. -2017. №57. -P.265-292. DOI: 10.1016/j.asoc.2017.03.045
- 9 Celik, E.; Gul, M.; Aydin, N.; Gumus, A.T.; Guneri, A.F. A comprehensive review of multi criteria decision making approaches based on interval type-2 fuzzy sets // *Knowledge-based systems*. -2015. №85. -P.329-341. DOI: 10.1016/j.knosys.2015.06.004
- 10 Radovic, D; Stevic, Z.; Pamucar, D.; Zavadskas, E.K.; Badi, I.; Antucheviciene, J.; Turskis, Z. Measuring Performance in Transportation Companies in Developing Countries: A Novel Rough ARAS Model // *Symmetry-Basel*. -2018. -Vol.10. №10. DOI: 10.3390/sym10100434.
- 11 Ecer, F. An integrated Fuzzy AHP and ARAS model to evaluate mobile banking services // *Technological and economic development of economy*. -2018. -Vol.24. №2. -P.670-695. DOI: 10.3846/20294913.2016.1255275.
- 12 Stanujkic, D.; Zavadskas, E.K.; Karabasevic, D.; Turskis, Z.; Kersulienė, V. New group decision-making ARCAS approach based on the integration of the SWARA and the ARAS methods adapted for negotiations // *Journal of business economics and management*. -2017. -Vol.18. №4. -P.599-618. DOI: 10.3846/16111699.2017.1327455.
- 13 Turskis Z., Kersulienė, V.; Vinogradova, I. A new fuzzy hybrid multi-criteria decision-making approach to solve personnel assessment problems. Case study: Directo selection for estates and economy office // *Economic computation and economic cybernetics studies and research*. -2017. -Vol.51. №3. -P.211-229.
- 14 Turskis, Z., Goranin, N., Nurusheva, A., Boranbayev, S. A fuzzy WASPAS-based approach to determine critical information infrastructures of EU sustainable development // *Sustainability (Switzerland)*. -2019. -Vol.11. №2. -P.424.
- 15 Turskis, Z., Goranin, N., Nurusheva, A., Boranbayev, S. Information security risk assessment in critical infrastructure: A hybrid MCDM approach // *Informatica (Netherlands)*. -2019. -Vol.30. №1. -P.187-211.
- 16 Boranbayev, A., Boranbayev, S., Nurusheva, A., Yersakhanov, K. Development of a software system to ensure the reliability and fault tolerance in information systems // *Journal of Engineering and Applied Sciences*. -2018. -Vol.13. №23. -P.10080-10085.

- 17 Boranbayev, S., Goranin, N., Nurusheva, A. The methods and technologies of reliability and security of information systems and information and communication infrastructures // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. -2018. -Vol.96. №18. -P.6172-6188.
- 18 Boranbayev, A., Boranbayev, S., Nurusheva, A. Development of a software system to ensure the reliability and fault tolerance in information systems based on expert estimates // Advances in Intelligent Systems and Computing. -2018. -Vol.869. -P.924-935.
- 19 Boranbayev, A. S., Boranbayev, S. N., Nurusheva, A. M., Yersakhanov, K. B., Seitkulov, Y. N. Development of web application for detection and mitigation of risks of information and automated systems // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. -2019, -Vol.7. №1. -P.4-22.
- 20 Seitkulov, Y.N., Boranbayev, S.N., Ulyukova, G.B., Yergaliyeva, B.B., Satybaldina, D. Methods for secure cloud processing of big data // Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science. -2021, -Vol.22. №3. -P.1650–1658.
- 21 Boranbayev A.S. Defining methodologies for developing J2EE web-based information systems // Journal Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. -2009, -Vol.71. №12. -P.1633-1637.

С.Н.Боранбаев¹, А.С.Боранбаев², Н.М.Сисенов³, Н.Горанин⁴, Е.Б.Тулбаев⁵

^{1,3} Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

² Назарбаев университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

⁴ Гедиминас атындағы Вильнюс техникалық университеті, Вильнюс, Литва

⁵ Astana IT University, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ақпараттық жүйелердің сенімділігі мен ақаулыққа төзімділігін бағалау бойынша шешімдер қабылдауды қолдануға арналған әдіс және ақпараттық технология

Аннотация: Бұл мақала ақпараттық және автоматтандырылған жүйелердің сенімділігі мен ақауларға төзімділігін бағалауға арналған. Ақпараттық және автоматтандырылған жүйелер компоненттерінің ақаулыққа төзімділік деңгейін анықтауға, оңтайландырудың әртүрлі бағыттары бар бірқатар өлшемдерді ескеруге, балама шешімдерді бағалауға және дәрежелуге мүмкіндік беретін әдіс ұсынылған.

Ұсынылған әдіс негізінде ақпараттық және автоматтандырылған жүйелердің сенімділігін анықтауға мүмкіндік беретін тиісті ақпараттық технология жасалды.

Ақпараттық жүйе компоненттерінің сенімділігі мен ақауларға төзімділігін әр түрлі критерийлер бойынша бағалау үшін ұсынылған әдіс пен тәсіл тәжірибеде қолданылды. Ақпараттық жүйенің әр компонентінің ақауларға төзімділік деңгейлері анықталды. Әдістің практикалық қолданылуы оны ақпараттық және автоматтандырылған жүйелердің сенімділігі мен ақауларға төзімділік деңгейін есептеу үшін қолдануға болатынын көрсетті.

Түйін сөздер: Ақпараттық жүйе, автоматтандырылған жүйе, ақауларға төзімділік, сенімділік, әдіс, критерий, сараптамалық бағалау.

S. Boranbayev¹, A. Boranbayev², N. Sissenov³, N. Goranin⁴, Y. Tulebaev⁵

^{1,3} L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

² Nazarbayev University, Nur-Sultan, Kazakhstan

⁴ Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, Lithuania

⁵ Astana IT University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Method and Information Technology to Support Decision-Making on Assessment of Reliability and Fault Tolerance for Information Systems

Abstract: This article is devoted to assessing the reliability and fault tolerance of information and automated systems. A method is proposed that allows one to determine the level of fault tolerance of components of information and automated systems, to take into account several criteria with different directions of optimization, to evaluate and rank alternative solutions.

Based on the proposed method, corresponding information technology has been developed, which makes it possible to determine the reliability of the operation of information and automated systems.

The proposed method and approach were applied in practice to assess the reliability and fault tolerance of information system components according to various criteria. The levels of fault tolerance of each of the components of the information system were identified. Practical application of the method has shown that it can be used to calculate the level of reliability and fault tolerance of information and automated systems.

Keywords: Information system, automated system, fault tolerance, reliability, method, criterion, expert assessment.

References

- 1 Turskis, Z.; Zavadskas, E. K.; Peldschus, F. Multi-criteria optimization system for decision making in construction design and management, Inzinerine Ekonomika – Engineering Economics, №1, 7–17(2009).
- 2 Zavadskas E.K. & Turskis Z. A new additive ratio assessment (ARAS) method in multicriteria decision-making, Technological and Economic Development of Economy, 16(2), 159-172(2010).
- 3 Erdogan M.; Kaya I. Prioritizing failures by using hybrid multi criteria decision making methodology with a real case application, Sustainable cities and society, №45, 117-130(2019). DOI: 10.1016/j.scs.2018.10.027

- 4 Lo H.-W.; Liou J.J.H. A novel multiple-criteria decision-making-based FMEA model for risk assessment, Applied soft computing, №73, 684-696(2018). DOI: 10.1016/j.asoc.2018.09.020
- 5 Han, Y.; Deng, Y. A hybrid intelligent model for assessment of critical success factors in high-risk emergency system, Journal of ambient intelligence and humanized computing, 9(6), 1933-1953(2018). DOI: 10.1007/s12652-018-0882-4.
- 6 Li, M.; Wang, J.L.; Li, Y.; Xu, Y.C. Evaluation of Sustainability Information Disclosure Based on Entropy, Entropy, 20(9), 2018. DOI: 10.3390/e20090689
- 7 Pamucar, D.; Stevic, Z.; Sremac, S. A new model for determining weight coefficients of criteria in MCDM models: full consistency method (FUCOM), Symmetry-Basel. 10(9), 2018. DOI: 10.3390/sym10090393
- 8 Mardani, A.; Nilashi, M.; Zakuan, N.; Loganathan, N.; Soheilrad, S.; Saman, M.Z.M.; Ibrahim, O. A systematic review and meta-Analysis of SWARA and WASPAS methods: Theory and applications with recent fuzzy developments, Applied soft computing, №57, 265-292(2017). DOI: 10.1016/j.asoc.2017.03.045
- 9 Celik, E.; Gul, M.; Aydin, N.; Gumus, A.T.; Guneri, A.F. A comprehensive review of multi criteria decision making approaches based on interval type-2 fuzzy sets, Knowledge-based systems, №85, 329-341(2015). DOI: 10.1016/j.knsys.2015.06.004
- 10 Radovic, D.; Stevic, Z.; Pamucar, D.; Zavadskas, E.K.; Badi, I.; Antucheviciene, J.; Turskis, Z. Measuring Performance in Transportation Companies in Developing Countries: A Novel Rough ARAS Model, Symmetry-Basel, 10(10), 2018. DOI: 10.3390/sym10100434.
- 11 Ecer, F. An integrated Fuzzy AHP and ARAS model to evaluate mobile banking services, Technological and economic development of economy, 24(2), 670-695(2018). DOI: 10.3846/20294913.2016.1255275.
- 12 Stanujkic, D.; Zavadskas, E.K.; Karabasevic, D.; Turskis, Z.; Kersulienė, V. New group decision-making ARCAS approach based on the integration of the SWARA and the ARAS methods adapted for negotiations, Journal of business economics and management, 18(4), 599-618(2017). DOI: 10.3846/16111699.2017.1327455.
- 13 Turskis Z., Kersulienė, V.; Vinogradova, I. A new fuzzy hybrid multi-criteria decision-making approach to solve personnel assessment problems. Case study: Directo selection for estates and economy office, Economic computation and economic cybernetics studies and research, 51(3), 211-229(2017).
- 14 Turskis, Z., Goranin, N., Nurusheva, A., Boranbayev, S. A fuzzy WASPAS-based approach to determine critical information infrastructures of EU sustainable development, Sustainability (Switzerland), 11(2), 424(2019).
- 15 Turskis, Z., Goranin, N., Nurusheva, A., Boranbayev, S. Information security risk assessment in critical infrastructure: A hybrid MCDM approach, Informatica (Netherlands), 30(1), 187-211(2019).
- 16 Boranbayev, A., Boranbayev, S., Nurusheva, A., Yersakhanov, K. Development of a software system to ensure the reliability and fault tolerance in information systems, Journal of Engineering and Applied Sciences, 13(23), 10080-10085(2018).
- 17 Boranbayev, S., Goranin, N., Nurusheva, A. The methods and technologies of reliability and security of information systems and information and communication infrastructures, Journal of Theoretical and Applied Information Technology, 96(18), 6172-6188(2018).
- 18 Boranbayev, A., Boranbayev, S., Nurusheva, A. Development of a software system to ensure the reliability and fault tolerance in information systems based on expert estimates, Advances in Intelligent Systems and Computing, 869, 924-935(2018).
- 19 Boranbayev, A. S., Boranbayev, S. N., Nurusheva, A. M., Yersakhanov, K. B., Seitkulov, Y. N. Development of web application for detection and mitigation of risks of information and automated systems, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, 7(1), 4-22(2019).
- 20 Seitkulov, Y.N., Boranbayev, S.N., Ulyukova, G.B., Yergaliyeva, B.B., Satybaldina, D. Methods for secure cloud processing of big data, Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, 22(3), 1650-1658(2021).
- 21 Boranbayev A.S. Defining methodologies for developing J2EE web-based information systems, Journal Non-linear Analysis: Theory, Methods & Applications, 71(12), 1633-1637(2009).

Сведения об авторах:

Боранбаев С.Н. – доктор технических наук, профессор кафедры «Информационные системы» Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, Пушкина 11, г. Нур-Султан, Казахстан.

Боранбаев А.С. – автор для корреспонденции, PhD, доцент кафедры компьютерных наук Назарбаев Университета, пр. Кабанбай Батыра 53, г. Нур-Султан, Казахстан.

Сисенов Н.М. – магистр естественных наук, преподаватель кафедры «Информационные системы» Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, Пушкина 11, г. Нур-Султан, Казахстан.

Горанин Н. – профессор, заведующий кафедры Информационных систем Факультета Фундаментальных Наук Вильнюсского Технического Университета имени князя Гедиминаса, Sauletekio al. 11, г. Вильнюс, Литва.

Тулебаев Е.Б. – магистр технических наук, сенсор-лектор департамента Компьютерной инженерии, Astana IT University, проспект Мангилик Ел 55/11, павильон С-1, Нур-Султан, Казахстан.

Boranbayev S. – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Information Systems Department, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin 11, Nur-Sultan, Kazakhstan.

Boranbayev A. – **Corresponding author**, PhD, Associate Professor. Computer Science Department, Nazarbayev University, 53 Kabanbay Batyr Ave., Nur-Sultan, Kazakhstan.

Sissenov N. – Master of Science, Lecturer at the Department of Information Systems, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin 11, Nur-Sultan, Kazakhstan.

Goranin N. – Professor, Head of the Information Systems Department, Faculty of Fundamental Sciences, Vilnius Gediminas Technical University, Sauletekio al. 11, Vilnius, Lithuania.

Tulebaev Y. – Master of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Computer Engineering Department, Astana IT University, 55/11 Mangilik El Avenue, Pavilion C-1, Nur-Sultan, Kazakhstan.

МРНТИ: 27.25.19

А.Б. Утесов

Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан
(E-mail: adilzhan_71@mail.ru)

Оптимальное восстановление функций из анизотропных классов Соболева в степенно-логарифмической шкале

Аннотация: В данной работе в рамках К(В)П-постановки в метрике L^q ($2 \leq q \leq \infty$) решена задача оптимального восстановления функций из анизотропных классов Соболева в степенно-логарифмической шкале. Именно, в случае, когда в качестве числовой информации о функции используются значения $l_N^{(1)}(f), \dots, l_N^{(N)}(f)$ линейных функционалов $l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}$, определенных на рассматриваемом функциональном классе, во-первых, установлен точный порядок погрешности восстановления, во-вторых, указан конкретный вычислительный агрегат $\bar{\varphi}_N \left(\bar{l}_N^{(1)}(f), \dots, \bar{l}_N^{(N)}(f); \cdot \right)$, реализующий установленный точный порядок.

Ключевые слова: компьютерный (вычислительный) перечень, оптимальное восстановление, вычислительный агрегат, линейный функционал, точный порядок погрешности восстановления.

DOI: <https://doi.org/10.32523/bulmathenu.2021/3.4>

1. Постановка задачи. Общая К(В)П-постановка задачи восстановления в последней редакции вместе с историей возникновения и развития дана в статьях [1-2]. Исходной в этой постановке является величина

$$\delta_N(\varepsilon_N, D_N, T, F)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left(\varepsilon_N, (l^{(N)}, \varphi_N), T, F \right)_Y, \quad (1)$$

где $\delta_N(\varepsilon_N, (l^{(N)}, \varphi_N), T, F)_Y =$

$$= \sup_{f \in F} \left\| (Tf)(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$$\left| \gamma_N^{(\tau)} \right| \leq 1 (\tau = 1, \dots, N)$$

Здесь математическая модель задается посредством оператора $T : F \mapsto Y$, X и Y нормированные пространства функций, заданных соответственно на множествах Ω_X и Ω_Y , $F \subset X$ – класс функций. Числовая информация $l^{(N)} \equiv l^{(N)}(f) = \left(l_N^{(1)}(f), \dots, l_N^{(N)}(f) \right)$ объема N ($N = 1, 2, \dots$) об f из класса F снимается с функционалов $l_N^{(1)} : F \mapsto C$, ..., $l_N^{(N)} : F \mapsto C$. Алгоритм переработки информации $\varphi_N(z_1, \dots, z_N; \cdot) : C^N \times \Omega_Y \mapsto C$ есть соответствие, которое при всяком фиксированном $(z_1, \dots, z_N) \in C^N$ как функция от (\cdot) есть элемент Y .

Далее, $(l^{(N)}, \varphi_N)$ есть вычислительный агрегат восстановления по точной информации о функции $f \in F$, действующий по правилу $\varphi_N \left(l_N^{(1)}(f), \dots, l_N^{(N)}(f); \cdot \right)$ и пусть $D_N \subset \{(l^{(N)}, \varphi_N)\}$.

Величину (1) называют *информативной мощностью набора вычислительных агрегатов* D_N *точности* ε_N , где ε_N есть неотрицательная последовательность.

Всюду ниже, записи $A \ll B$ ($B \geq 0$) и $A \succ \prec B$ ($A \geq 0, B \geq 0$) для $A \equiv \{A_n\}$ и $B \equiv \{B_n\}$ соответственно означают $|A| \leq cB$ ($c > 0, \forall n = 1, 2, \dots$) и одновременное выполнение $A \ll B$ и $B \ll A$.

При заданных F, Y, T, D_N (фиксированных всюду по последующему контексту) в рамках приведенных обозначений и определений, проблема оптимального восстановления по неточной информации, оформленная под названием «Компьютерный (вычислительный) поперечник» (в сокращении – К(В)П), заключается, в собирательном смысле, в последовательном решении трех задач:

К(В)П-1. Находится порядок $\succ \prec \delta_N(0, D_N, T, F)_Y$, –информативная мощность набора вычислительных агрегатов D_N ;

К(В)П-2. Производится построение конкретного вычислительного агрегата $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$ из D_N , поддерживающего порядок $\succ \prec \delta_N(0, D_N, T, F)_Y$ и находится последовательность $\bar{\varepsilon}_N > 0$ (предельная погрешность оптимального вычислительного агрегата $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$) такая, что

$$\delta_N(0, D_N, T, F)_Y \succ \prec \delta_N(\bar{\varepsilon}_N, (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N), T, F)_Y =$$

$$= \sup \left\{ \| (Tf)(\cdot) - \bar{\varphi}_N(z_1(f), \dots, z_N(f); \cdot) \|_Y : f \in F, \left| \bar{l}_N^{(\tau)} - z_\tau \right| \leq \bar{\varepsilon}_N(\tau = 1, \dots, N) \right\},$$

с одновременным выполнением для всякой возрастающей к $+\infty$ положительной последовательности $\{\eta_N\}_{N \geq 1}$ равенства $\overline{\lim}_{N \rightarrow +\infty} \frac{\delta_N(\eta_N \bar{\varepsilon}_N, (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N), T, F)_Y}{\delta_N(0, D_N, T, F)_Y} = +\infty$;

К(В)П-3. Устанавливается массивность предельной погрешности $\bar{\varepsilon}_N$: находится как можно большее множество вычислительных агрегатов $(l^{(N)}, \varphi_N)$ (обычно связанных со структурой исходного $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$), построенных по всевозможным функционалам $l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}$ таких, что для каждого из которых выполнено $\overline{\lim}_{N \rightarrow +\infty} \frac{\delta_N(\eta_N \bar{\varepsilon}_N, (l^{(N)}, \varphi_N), T, F)_Y}{\delta_N(0, D_N, T, F)_Y} = +\infty$.

Конкретизируя в (1) класс F , пространство Y , множество D_N , оператор T получаем различные задачи оптимального восстановления по точной и по неточной информации (см., напр., [1-2] и имеющуюся в них библиографию).

В данной статье получено полное решение задачи К(В)П-1 в случае $F = W_2^{r;\alpha}(0, 1)^s$ классов Соболева в степенно-логарифмической шкале (определение класса $W_2^{r;\alpha}(0, 1)^s$ дано ниже в пункте 2), $Tf = f, Y = L^q(0, 1)^s (2 \leq q \leq \infty), D_N = L^{(N)} \times \{\varphi_N\}$, где $L^\infty(0, 1)^s \equiv C[0, 1]^s, L^{(N)}$ есть множество всех N -мерных векторов $l^{(N)} = (l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)})$, состоящих из N линейных функционалов $l_N^{(i)} : W_2^{r;\alpha}(0, 1)^s \mapsto C (i = 1, \dots, N)$.

Здесь же отметим, что ряд задач восстановления функций по числовой информации, полученной от линейных функционалов, в К(В)П-постановке изучались в работах [3 - 6].

2. Определение классов Соболева $W_2^{r;\alpha}(0, 1)^s$ в степенно-логарифмической шкале. Пусть даны целое число $s \geq 2$, векторы $r = (r_1, \dots, r_s)$ и $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_s)$ такие, что $r_i > 0$ и $\alpha_i \in \mathbb{R}$ для каждого $i = 1, \dots, s$.

Класс $W_2^{r;\alpha}(0, 1)^s \equiv W_2^{r_1, \dots, r_s; \alpha_1, \dots, \alpha_s}(0, 1)^s$ есть, по определению, множество всех суммируемых 1-периодических по каждой переменной функций $f(x) = f(x_1, \dots, x_s)$, тригонометрические коэффициенты Фурье – Лебега $\hat{f}(m), m \in \mathbb{Z}^s$ которых удовлетворяют условию

$$\sum_{m \in \mathbb{Z}^s} |\hat{f}(m)|^2 (\bar{m}_1^{2r_1} \ln^{2\alpha_1}(\bar{m}_1 + 1) + \dots + \bar{m}_s^{2r_s} \ln^{2\alpha_s}(\bar{m}_s + 1)) \leq 1,$$

где $\bar{m}_j = \max\{1; |m_j|\}$ для каждого $j = 1, \dots, s$.

Тем самым, нами введена более тонкая шкала классификации периодических функций многих переменных в зависимости от скорости убывания их коэффициентов Фурье: при $\alpha_1 = 0, \dots, \alpha_s = 0$ класс $W_2^{r_1, \dots, r_s; \alpha_1, \dots, \alpha_s}(0, 1)^s$ обращается в анизотропный класс Соболева $W_2^{r_1, \dots, r_s}(0, 1)^s$ (см., напр., [7, стр. 11]).

3. Вспомогательные утверждения. При доказательстве основного результата статьи используются следующие леммы:

Лемма 1. Пусть даны векторы $r = (r_1, \dots, r_s)$ и $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_s)$ такие, что $r_i > 0, \alpha_i \in \mathbb{R}$ и $r_i + \alpha_i > 0$ для каждого $i = 1, \dots, s$ и пусть выполнено неравенство

$$\left(\frac{1}{\min\{r_1, r_1 + \alpha_1\}} + \dots + \frac{1}{\min\{r_s, r_s + \alpha_s\}} \right)^{-1} > \frac{1}{2}.$$

Тогда тригонометрический ряд Фурье каждой функции $f \in W_2^{r;\alpha}$ сходится абсолютно (и равномерно при любом методе суммирования).

Лемма 2. Для каждого действительного числа γ имеет место соотношение

$$\ln(N \ln^\gamma N) \asymp \ln N (N = 2, 3, \dots).$$

Лемма 3[8]. Пусть дано целое число $s \geq 1$. Тогда для каждого целого $N \geq 1$ выполнено следующее утверждение: для любого множества $G \equiv \{m^{(1)}, \dots, m^{(N')}\} \subset Z^s$ такого, что $N' = |G| \geq 2N$ и $|G| \asymp N$, и для произвольных линейных функционалов l_1, \dots, l_N , определенных, по крайней мере, на множестве всех тригонометрических полиномов со спектром в G найдутся комплексные числа $\{c_k\}_{k=1}^{N'}$, удовлетворяющие условиям

$$\sum_{k=1}^{N'} |c_k| \geq N, \quad \sum_{k=1}^{N'} |c_k|^2 = N,$$

причем если $\chi(x) = \sum_{k=1}^{N'} c_k e^{2\pi i(m^{(k)}, x)}$, то $l_1(\chi) = 0, \dots, l_N(\chi) = 0$ и $\|\chi\|_\infty \geq N, \|\chi\|_2 = \sqrt{N}$.

4. Основной результат. Справедлива

Теорема. Пусть даны $s(s = 2, 3, \dots), 2 \leq q \leq \infty$ и пусть векторы $r = (r_1, \dots, r_s)$ и $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_s)$ такие, что $r_i > 0, \alpha_i \in \mathbb{R}$ и $r_i + \alpha_i > 0$ ($i = 1, \dots, s$) $\left(\frac{1}{\min\{r_1, r_1 + \alpha_1\}} + \dots + \frac{1}{\min\{r_s, r_s + \alpha_s\}} \right)^{-1} > \frac{1}{2}$.

Тогда для всех $K \geq 2, N_i \equiv N_i(K) = [K^{\lambda/r_i} (\ln K)^{\lambda \cdot (\alpha_1/r_1 + \dots + \alpha_s/r_s)/r_i} (\ln K)^{-\alpha_i/r_i}]$ ($i = 1, \dots, s; [x]$ — целая часть числа x), $N \equiv N(K) = \prod_{i=1}^s (2N_i + 1), \lambda = (r_1^{-1} + \dots + r_s^{-1})^{-1}$ имеет место соотношение

$$\delta_N \left(0; L^{(N)} \times \{\varphi_N\}, Tf = f, W_2^{r;\alpha} \right)_{L^q, s, r, \alpha, q} \asymp \frac{N^{1/2-1/q}}{N^\lambda (\ln N)^{\lambda \cdot (\alpha_1/r_1 + \dots + \alpha_s/r_s)}} \quad (L^\infty \equiv C),$$

при этом, оценка сверху реализуется вычислительным агрегатом $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$, состоящим из функционалов $\bar{l}_N^{(1)}(f) = \hat{f}(\bar{m}^{(1)})$, ..., $\bar{l}_N^{(N)}(f) = \hat{f}(\bar{m}^{(N)})$ и функции $\bar{\varphi}_N(z_1, \dots, z_N; x) = \sum_{\tau=1}^N z_\tau e^{2\pi i(\bar{m}^{(\tau)}, x)}$, где $\{\bar{m}^{(1)}, \bar{m}^{(2)}, \dots, \bar{m}^{(N)}\}$ есть некоторое упорядочение множества $A_K = \{m \in Z^s : |m_1| \leq N_1, \dots, |m_s| \leq N_s\}$.

При $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_s = 0$ справедливо

Следствие. Пусть даны $s(s = 2, 3, \dots), 2 \leq q \leq \infty$ и вектор $r = (r_1, \dots, r_s)$ с положительными компонентами такой, что $\left(\frac{1}{r_1} + \dots + \frac{1}{r_s} \right)^{-1} > \frac{1}{2}$.

Тогда для всех $K \geq 2, N_i \equiv N_i(K) = [K^{\lambda/r_i}]$ ($i = 1, \dots, s; [x]$ — целая часть числа x) $N \equiv N(K) = \prod_{i=1}^s (2N_i + 1), \lambda = (r_1^{-1} + \dots + r_s^{-1})^{-1}$ имеет место соотношение

$$\delta_N \left(0; L^{(N)} \times \{\varphi_N\}, Tf = f, W_2^r \right)_{L^q, s, r, q} \asymp \frac{N^{1/2-1/q}}{N^\lambda} \quad (L^\infty \equiv C),$$

при этом, оценка сверху реализуется вычислительным агрегатом $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$, состоящим из функционалов $\bar{l}_N^{(1)}(f) = \hat{f}(\bar{m}^{(1)})$, ..., $\bar{l}_N^{(N)}(f) = \hat{f}(\bar{m}^{(N)})$ и функции $\bar{\varphi}_N(z_1, \dots, z_N; x) = \sum_{\tau=1}^N z_\tau e^{2\pi i(\bar{m}^{(\tau)}, x)}$, где $\{\bar{m}^{(1)}, \bar{m}^{(2)}, \dots, \bar{m}^{(N)}\}$ есть некоторое упорядочение множества $A_K = \{m \in Z^s : |m_1| \leq N_1, \dots, |m_s| \leq N_s\}$.

Список литературы

- 1 Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж. Компьютерный (вычислительный) поперечник в контексте общей теории восстановления // Известия ВУЗов. Математика. 2019, №1, стр. 89-97.
- 2 Жубанышева А.Ж., Темиргалиев Н. Информативная мощность тригонометрических коэффициентов Фурье и их предельная погрешность при дискретизации оператора дифференцирования на многомерных классах Соболева // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2015, том 55, №9, стр. 1474– 1985.
- 3 Fisher S.D., Micchelli Ch.A. Optimal sampling of holomorphic functions // Amer. J. Math. -1984. 106:3. P. 593-609.
- 4 Fisher S.D., Micchelli Ch.A. Optimal sampling of holomorphic functions. II // Amer. J. Math., -1985. 273:1. -P.131-147.
- 5 Ажгалиев Ш., Темиргалиев Н. Об информативной мощности линейных функционалов // Матем. заметки. -2003. -Т. 3. -№.6. -С. 803-812.
- 6 Ажгалиев Ш. У., Темиргалиев Н. Информативная мощность всех линейных функционалов при восстановлении функций из классов H_p^ω // Матем. сб. -2007. -Т. 198. №11. -С. 3-20.
- 7 Темиргалиев Н., Таугынбаева Г.Е., Абикенова Ш.К. Дискретизация решений уравнений в частных производных в контексте компьютерного (вычислительного) поперечника // Вестник ЕНУ. Серия Математика. Компьютерные науки. Механика. -2019. -Т. 126. -№ 1. -С. 8–51.
- 8 Ажгалиев Ш. О дискретизации решений уравнения теплопроводности // Матем. Заметки. -2007. -Том 82, выпуск 2. -С. 177–182.

Ә.Б. Өтесов

Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Дәреже - логарифмдік шкаладағы анизотропты Соболев кластарының функцияларын оптималды жуықтау

Аннотация: Бұл жұмыста жуықтау есебінің $K(E)D$ - қойылымы аясында дәреже- логарифмдік шкаладағы анизотропты Соболев кластарының функцияларын оптималды жуықтау есебі L^q ($2 \leq q \leq \infty$) метрикасында шешілген. Атап айтқанда, функция туралы сандық мәліметтер ретінде қарастырылып отырылған класта анықталған сызықтық $l_N^{(1)}(f), \dots, l_N^{(N)}(f)$ функционалдарының $l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}$ мәндері алынғанда, біріншіден, жуықтау қателігінің дәл реті анықталған, екіншіден, сол дәл ретті жүзеге асыратын $\bar{\varphi}_N(\bar{l}_N^{(1)}(f), \dots, \bar{l}_N^{(N)}(f); \cdot)$ есептеу агрегаты көрсетілген.

Түйін сөздер: компьютерлік (есептеуіш) диаметр, оптималды жуықтау, есептеу агрегаты, сызықтық функционал, жуықтау қателігінің дәл реті.

A.B. Utessov

K.Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan

Optimal recovery of functions from anisotropic Sobolev classes on a power – logarithmic scale

Abstract: In this paper, within the framework of the $C(N)D$ - formulation of the recovery problem, the problem of optimal recovery of functions from anisotropic Sobolev classes in a power-logarithmic scale in the metric L^q ($2 \leq q \leq \infty$) is solved. Namely, in the case when the values $l_N^{(1)}(f), \dots, l_N^{(N)}(f)$ of linear functionals $l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}$ defined on the considered functional class are used as numerical information about a function, firstly, the exact order of the recovery error is established, and secondly, a specific computing unit $\bar{\varphi}_N(\bar{l}_N^{(1)}(f), \dots, \bar{l}_N^{(N)}(f); \cdot)$ is indicated that implements the established exact order.

Keywords: computational (numerical) diameter, optimal recovery, computing unit, linear functional, exact order of the recovery error.

References

- 1 Temirgaliev N., Zhubanysheva A.Zh. Computational (Numerical) diameter in a context of general theory of a recovery, Russian Mathematics (Iz. VUZ), N 1, 89-97(2019).
- 2 Temirgaliev N. , Zhubanisheva A. Zh. Informative Cardinality of Trigonometric Fourier Coefficients and Their Limiting Error in the Discretization of a Differentiation Operator in Multidimensional Sobolev Classes, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 55(9), 1432–1443(2015).
- 3 Fisher S.D., Micchelli Ch.A., Optimal sampling of holomorphic functions , Amer. J. Math., 106(3), 593 – 609(1984).
- 4 Fisher S.D., Micchelli Ch.A. Optimal sampling of holomorphic functions. II, Amer. J. Math., 273(1), 131-147(1985).
- 5 Azhgaliev Sh. , Temirgaliev N. Informativeness of Linear Functionals, Mathematical Notes, 73(6), 759-768(2003).
- 6 Ажгалиев Ш. У., Темиргалиев Н. Информативность всех линейных функционалов в восстановлении функций из классов H_p^ω //Sbornik: Mathematics,198(11),1535-1551(2007).

- 7 Temirgaliev N., Taugynbayeva G.E., Abikenova Sh.K. Discretization of solutions of partial differential equations in the context of Computational (numerical) diameter // Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. Mathematics. Computer Science. Mechanics series, 126(1), 8-51 (2019).
- 8 Azhgaliev Sh., Discretization of the solutions of the heat equation, Math. Notes, 82(2), 153-158(2007).

Сведения об авторе:

Утесов Адилжан Базарханович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математика» Актобинского регионального университета им. К. Жубанова, ул. А. Молдагуловой, 34, 030000 Актобе, Казахстан.

Utessov Adilzhan Bazarkhanovich – candidate of physico - mathematical sciences, associate professor of the Mathematics department K.Zhubanov Aktobe Regional University, A.Moldagulova Prospect, 34, 030000 Aktobe, Kazakhstan.

Боранбаев Сейілхан Нарботаұлы



2021 жылы 15 тамыз күні Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті (ЕҰУ) Ақпараттық технологиялар факультеті "Ақпараттық жүйелер" кафедрасының профессоры, техника ғылымдарының докторы, жоғары кәсіби, ғылыми-шығармашылығы белсенді және этикалық ұстанымы биік тұлға Сейілхан Нарботаұлы Боранбаев мезгілсіз өмірден озды.

Профессор С.Н. Боранбаев монографиялар, оқулықтар, терминологиялық сөздіктерді қосқанда 400-ден астам ғылыми еңбектер жазып, зияткерлік меншік объектілеріне авторлық құқықты мемлекеттік тіркеу туралы 10-нан астам куәлік алды. Оның ішінде, заманауи талаптарға сай ғылыми еңбектері Web of Science және Scopus базаларының Q1-Q3 квантильдік халықаралық ғылыми журналдарында жарияланды.

Профессор С.Н. Боранбаев - Америка математикалық қоғамының мүшесі, Халықаралық ақпараттандыру академиясының академигі. Америка Құрама Штаттары, Испания, Ресей, Голландия университеттерімен тығыз ғылыми байланыста болды.

Профессор С.Н. Боранбаев Қазақстан Республикасы көлемінде белсенді ғылыми-зерттеу ұйымдастырушылық жұмыс атқарды: докторлық, кандидаттық және PhD диссертациялық кеңестерінің мүшесі, ұлттық және сарапшылық кеңестердің мүшесі, ғылыми журналдар Редакциялық алқа мүшесі, Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің 18 ғылыми грантының жетекшісі және жауапты орындаушысы, Халықаралық Қазақ-Американдық Солтүстік Атлантикалық келісім ұйымы ғылыми жобасының жетекшісі, Республикалық ғылыми жобалар конкурстарында, халықаралық байқауларда жүлделі орындарға ие болған студенттер мен магистранттардың ғылыми жетекшісі. 40-тан астам PhD доктор, ғылым кандидаты мен магистрларды дайындады.

"Білім беру ісінің құрметті қызметкері - 2013", "ЖОО Үздік оқытушысы - 2005, 2010", "ЕҰУ-дың үздік оқытушысы: студенттердің таңдауы - 2016" төс белгілерімен, "Ғылым мен техниканың дамуына ерекше үлес қосқан ғалымдар мен мамандарға арналған мемлекеттік ғылыми стипендияның иегері - 2010-2012", Қазақстан Республикасы Білім және Ғылым министрлігінің және ЕҰУ ректорының Құрмет дипломдарымен марапатталған.

Сейілхан Нарботаұлы "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы" журналының Редакциялық алқа мүшесі ретінде аз уақытта "Компьютерлік ғылымдар" саласындағы мақалаларды объективті бағалай отырып, журналдың еңбектерді сапалы сараптау дәстүрінің сақталуына зор үлесін қосты.

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті ұжымы

Бас редактор:

Н. Теміргалиев

Жауапты редактор:

А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы.
- 2021. 3(136)- Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 43-б. Басуға қол қойылды: 30.09.2021.
Шартты б.т. - 4,44.

Ашық қоланыстағы электронды нұсқа: <http://bulmathmc.enu.kz/>
Авторларға арналған нұсқаулықтар, публикациялық этика журнал сайтында берілген:
<http://bulmathmc.enu.kz/>

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00 (ішкі 31-410)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды