

<https://doi.org/10.32523/2616-7182>

ISSN 2616-7182  
eISSN 2663-1326



Л.Н.Гумилев атындағы  
Еуразия ұлттық университетінің  
**ХАБАРШЫСЫ**

**BULLETIN**  
of L.N.Gumilyov Eurasian  
National University

№3 (128)/2019

**ВЕСТНИК**

Евразийского национального  
университета имени Л.Н.Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА  
сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS  
Series

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА  
Серия

[bulmathmc.enu.kz](http://bulmathmc.enu.kz)



ISSN 2616-7182  
eISSN 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
**ХАБАРШЫСЫ**

---

**BULLETIN**  
of L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ВЕСТНИК**  
Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА** сериясы

**MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS** Series

Серия **МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

№3(128)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

**Нұр-Сұлтан, 2019**  
**Nur-Sultan, 2019**  
**Нур-Султан, 2019**



## EDITOR-IN-CHIEF

Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences  
Temirgaliyev N. (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*

Zhubanysheva A.Zh., PhD (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*

Nauryzbayev N.Zh., PhD (Kazakhstan)

### *Editorial board*

Abakumov E.V.	PhD, Prof. (France)
Alexeyeva L.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Alexander Iosevich	PhD, Prof. (USA)
Alimhan Keylan	PhD, Prof. (Japan)
Bekzhan Turdybek	PhD, Prof. (China)
Bekenov M.I.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
Goginava U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Georgia)
Golubov B.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Dũng Dinh	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
Ibrayev A.G.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
Ivanov V.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kobel'kov G.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kurina G.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Markov V.V.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Meirmanov A.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Smelyansky R.L.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Umirbaev U.U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
Kholshechnikova N.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Schmeisser Hans-Juergen	Dr. habil., Prof. (Germany)

*Editorial address:* 2, Satpayev str., of. 349, Nur-Sultan, Kazakhstan, 010008  
Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-428)  
E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz)

*Responsible Editor-in-Chief:* A.Zh. Zhubanysheva

**Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.**

**MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series**

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 25 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-428).

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
профессор, д.ф.-м.н.  
**Темиргалиев Н.** (Казахстан)

*Зам. главного редактора*                      **Жубанышева А.Ж.**, PhD (Казахстан)

*Зам. главного редактора*                      **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD (Казахстан)

*Редакционная коллегия*

<b>Абакумов Е.В.</b>	PhD, проф. (Франция)
<b>Алексеева Л.А.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Алимхан Килян</b>	PhD, проф. (Япония)
<b>Бекжан Турдыбек</b>	PhD, проф. (Китай)
<b>Бекенов М.И</b>	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
<b>Гогинава У.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Грузия)
<b>Голубов Б.И.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Зунг Динь</b>	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
<b>Ибраев А.Г.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Иванов В.И.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Иосевич А.</b>	PhD, проф. (США)
<b>Кобельков Г.М.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Курина Г.А.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Марков В.В.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Мейрманов А.М.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Смелянский Р.Л.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Умирбаев У.У.</b>	д.ф.-м.н., проф. (США)
<b>Холщевникова Н.Н.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Шмайссер Ханс-Юрген</b>	Хабилит. доктор, проф. (Германия)

*Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 349  
Тел: +7 (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz)

*Ответственный редактор:* А.Ж. Жубанышева

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.**  
**Серия МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**  
Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК  
Периодичность: 4 раза в год.  
Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.  
Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.  
Тираж: 25 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан,  
ул. Кажымукана, 12/1, тел.: +7 (7172)709-500 (вн.31-428).

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА-КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР

<i>Темірғалиев Н.</i> Біріңғай терминдер жағдайында детерминирленген және кездейсоқ есептеулерді салыстыру проблемасындағы С.М. Воронин концепциясы	8
<i>Щёголев С.А.</i> Сызықты дифференциалдық теңдеулер жүйесін екідиагоналды түрге келтіру туралы	34
<i>Каюмов И.</i> Кейбір біржапырақты функциялар кластарының коэффициенттерін салыстыру туралы	46
<i>Дүйсенғалиева Б.Ә., Наурызбекова А.С.</i> Рангі 2 тең дифференциалды көпмүшеліктер алгебрасының триангулярлы емес дифференциалдауының мысалы	53

CONTENTS

**MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE**

<i>Temirgaliyev N.</i> The Concept of S.M.Voronin in the Problem of Comparisons in the Same Terms of Deterministic and Random Computation	8
<i>Shchogolev S.A.</i> On the Reduction of the Linear System of the Differential Equations to the Bi-Diagonal Kind	34
<i>Kayumov I.</i> Comparison Theorems For Certain Classes of Univalent Functions 2	46
<i>Duisengaliyeva B.A., Naurazbekova A.S.</i> An Example of a Non-triangulable Derivation of a Differential Polynomial Algebra of Rank 2	53

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА-компьютерные науки

<i>Темиргалиев Н.</i> Концепция С.М.Воронина в проблеме сравнений детерминированных и случайных вычислений в одних и тех же терминах	8
<i>Щёголев С.А.</i> О сведении линейной системы дифференциальных уравнений к двухдиагональному виду	34
<i>Каюмов И.Р.</i> О сравнении коэффициентов некоторых классов однолистных функций	46
<i>Дуйсенгалиева Б.А., Наурызбекова А.С.</i> Пример нетриангулируемого дифференцирования алгебры дифференциальных многочленов ранга 2	53



МРНТИ: 27.29.23

S. A. Shchogolev

*Odessa I.I. Machnikov National University, Odessa, Russia*  
(E-mail: [sergas1959@gmail.com](mailto:sergas1959@gmail.com))

### On the Reduction of the Linear System of the Differential Equations to the Bi-Diagonal Kind

**Abstract:** For the linear homogeneous differential system, whose coefficients are represented as an absolutely and uniformly convergent Fourier-series with slowly varying coefficients and frequency, the existence of the transformation which leads it to bi-diagonal kind, are proved.

**Keywords:** linear differential systems, Fourier series.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182/2019-128-3-34-45>

**Introduction.** In the theory of linear systems of differential equations is well known problem is a problem of the construction for the linear homogeneous system of the differential equations

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad (1)$$

where  $x = \text{colon}(x_1, \dots, x_n)$ ,  $P(t) = (p_{jk}(t))_{j,k=\overline{1,n}}$ , Lyapunov's transformation

$$x = L(t)y,$$

which leads the system (1) to the kind

$$\frac{dy}{dt} = \Lambda(t)y,$$

where  $\Lambda(t) = \text{diag}(\lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t))$ , means the problem of the full separation of the system (1) [1-3].

In this paper, we assume, that matrix of the system (1) close to the Jordan block:

$$J(t) = \begin{pmatrix} \lambda(t) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \lambda(t) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda(t) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \lambda(t) \end{pmatrix},$$

and the coefficients of the system are represented as an absolutely and uniformly convergent Fourier-series with slowly varying coefficients and frequency. We construct the transformation of the analogous structure, which leads the system (1) to the bi-diagonal kind:

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} d_{11}(t) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ d_{21}(t) & d_{22}(t) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & d_{32}(t) & d_{33}(t) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d_{n-1,n-1}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d_{n,n-1}(t) & d_{nn}(t) \end{pmatrix} y.$$

#### Basic notations and definitions.

Let  $G(\varepsilon_0) = \{t, \varepsilon : 0 < \varepsilon < \varepsilon_0, t \in \mathbb{R}, \}$ .

**Definition 1.** We say, that a function  $p(t, \varepsilon)$  belongs to a class  $S(m; \varepsilon_0)$

( $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ), if

- 1)  $p : G(\varepsilon_0) \rightarrow \mathbb{C}$ , 2)  $p(t, \varepsilon) \in C^m(G(\varepsilon_0))$  with respect  $t$ ;
- 3)  $d^k p(t, \varepsilon)/dt^k = \varepsilon^k p_k^*(t, \varepsilon)$  ( $0 \leq k \leq m$ ),

$$\|p\|_{S(m; \varepsilon_0)} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=0}^m \sup_{G(\varepsilon_0)} |p_k^*(t, \varepsilon)| < +\infty.$$

Under the slowly varying function we mean the function of the class  $S(m; \varepsilon_0)$ .

**Definition 2.** We say, that a function  $f(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon))$  belongs to a class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$  ( $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ), if this function can be represented as:

$$f(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t, \varepsilon) \exp(in\theta(t, \varepsilon)),$$

and:

- 1)  $f_n(t, \varepsilon) \in S(m; \varepsilon_0)$ ;
- 2)

$$\|f\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \|f_n\|_{S(m; \varepsilon_0)} < +\infty,$$

- 3)  $\theta(t, \varepsilon) = \int_0^t \varphi(\tau, \varepsilon) d\tau$ ,  $\varphi(t, \varepsilon) \in \mathbb{R}^+$ ,  $\varphi(t, \varepsilon) \in S(m; \varepsilon_0)$ ,  $\inf_{G(\varepsilon_0)} \varphi(t, \varepsilon) = \varphi_0 > 0$ .

State some properties of the functions of the classes  $S(m; \varepsilon_0)$ ,  $F_0(m; \varepsilon_0; \theta)$  (the proofs are given in [4]). Let  $k = \text{const}$ ,  $p, q \in S(m; \varepsilon_0)$ ,  $u, v \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ . Then  $kp$ ,  $p \pm q$ ,  $pq$  belongs to the class  $S(m; \varepsilon_0)$ ,  $ku$ ,  $u \pm v$ ,  $uv$  belongs to the class  $F_0(m; \varepsilon_0; \theta)$ , and

- 1)  $\|kp\|_{S(m; \varepsilon_0)} = |k| \cdot \|p\|_{S(m; \varepsilon_0)}$ .
- 2)  $\|p \pm q\|_{S(m; \varepsilon_0)} \leq \|p\|_{S(m; \varepsilon_0)} + \|q\|_{S(m; \varepsilon_0)}$ .
- 3)  $\|pq\|_{S(m; \varepsilon_0)} \leq 2^m \|p\|_{S(m; \varepsilon_0)} \|q\|_{S(m; \varepsilon_0)}$ .
- 4)  $\|ku\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)} = |k| \cdot \|u\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)}$ .
- 5)  $\|u \pm v\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)} \leq \|u\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)} + \|v\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)}$ .
- 6)  $\|uv\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)} \leq 2^m \|u\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)} \cdot \|v\|_{F(m; \varepsilon_0; \theta)}$ .

For  $f(t, \varepsilon, \theta) \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$  we denote:

$$\Gamma_n[f] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t, \varepsilon, \theta) \exp(-in\theta) d\theta \quad (n \in \mathbb{Z}).$$

In particular

$$\overline{f(t, \varepsilon, \theta)} = \Gamma_0[f] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t, \varepsilon, \theta) d\theta.$$

We denote for the matrix  $A = (a_{jk})_{j, k = \overline{1, N}}$ :

$$(A)_{jk} = a_{jk}, j, k = \overline{1, N}.$$

**Statement of the Problem.** We consider the next system of differential equations:

$$\frac{dx}{dt} = (J(t, \varepsilon) + \mu P(t, \varepsilon, \theta))x, \tag{2}$$

where  $x = \text{colon}(x_1, \dots, x_n)$ ,

$$J(t, \varepsilon) = \begin{pmatrix} \lambda(t, \varepsilon) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \lambda(t, \varepsilon) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda(t, \varepsilon) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda(t, \varepsilon) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \lambda(t, \varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \lambda(t, \varepsilon) \end{pmatrix},$$

$\lambda(t, \varepsilon) \in S(m; \varepsilon_0)$ ,  $P(t, \varepsilon, \theta) = (p_{jk}(t, \varepsilon, \theta))_{j,k=\overline{1,n}}$ ,  $p_{jk}(t, \varepsilon, \theta) \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$  ( $j, k = \overline{1, n}$ ),  $\mu \in (0, \mu_0)$  – the real parameter.

We study the problem of the existence of a transformation of kind

$$x = (E + \mu U(t, \varepsilon, \theta, \mu))y, \tag{3}$$

$y = \text{colon}(y_1, \dots, y_n)$ ,

$$U(t, \varepsilon, \theta, \mu) = \begin{pmatrix} 0 & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1,n-2} & u_{1,n-1} & u_{1n} \\ 0 & 0 & u_{23} & \dots & u_{2,n-2} & u_{2,n-1} & u_{2n} \\ u_{31} & 0 & 0 & \dots & u_{3,n-2} & u_{3,n-1} & u_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{n-2,1} & u_{n-2,2} & u_{n-2,3} & \dots & 0 & u_{n-2,n-1} & u_{n-2,n} \\ u_{n-1,1} & u_{n-1,2} & u_{n-1,3} & \dots & 0 & 0 & u_{n-1,n} \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \dots & u_{n,n-2} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$u_{jk} = u_{jk}(t, \varepsilon, \theta, \mu) \in F(m_1; \varepsilon_1; \theta)$  ( $0 \leq m_1 \leq m$ ,  $0 < \varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$ ), which leads the system (2) to kind:

$$\frac{dy}{dt} = (J(t, \varepsilon) + \mu B(t, \varepsilon, \theta, \mu))y, \tag{4}$$

where

$$B(t, \varepsilon, \theta, \mu) = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{n-2,n-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{n-1,n-2} & b_{n-1,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_{n-1,n} & b_{nn} \end{pmatrix},$$

$b_{jk} = b_{jk}(t, \varepsilon, \theta, \mu) \in F(m_1; \varepsilon_1; \theta)$  ( $j, k = \overline{1, n}$ ).

**Auxiliary results.**

**Lemma 1.** *Let we have the system*

$$\frac{dx}{dt} = \left( J_N + \sum_{l=1}^q D_l(t, \varepsilon, \theta) \mu^l \right) x, \tag{5}$$

$x = \text{colon}(x_1, \dots, x_N)$ ,

$$J_N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

–  $(N \times N)$ -matrix,  $q \in \mathbb{N}$ ,  $\mu \in [0, \mu_0]$ ,  $D_l$  –  $(N \times N)$ -matrices with elements from the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$ . Then there exists  $\mu_1 \in (0, \mu_0)$ , such that for all  $\mu \in (0, \mu_1)$  there exists the Lyapunov's transformation of kind

$$x = \left( E + \sum_{l=1}^q \Psi_l(t, \varepsilon, \theta) \mu^l \right) y, \tag{6}$$

where elements of matrices  $\Psi_l$  belongs to the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$ , which leads the system (5) to kind

$$\frac{dy}{dt} = \left( J_N + \sum_{l=1}^q U_l(t, \varepsilon) \mu^l + \varepsilon \sum_{l=1}^q V_l(t, \varepsilon, \theta) \mu^l + \mu^{q+1} W(t, \varepsilon, \theta, \mu) \right) y, \tag{7}$$

where  $U_l$  – the matrices with elements from  $S(m; \varepsilon_0)$ ,  $V_l, W$  – the matrices with elements from  $F(m-1; \varepsilon_0; \theta)$  ( $l = \overline{1, q}$ ).

**Proof.** We substitute the expression (6) into system (5), and require that the transformed system has the kind (7). We obtain the next chain of matrix differential equations for determining matrices  $\Psi_1, \dots, \Psi_q$ :

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = J_N \Psi_1 - \Psi_1 J_N + D_1(t, \varepsilon, \theta) - U_1(t, \varepsilon) - \varepsilon V_1(t, \varepsilon, \theta), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_l}{dt} &= J_N \Psi_l - \Psi_l J_N + D_l(t, \varepsilon, \theta) - \sum_{\nu=1}^{l-1} D_\nu \Psi_{l-\nu} - \\ &- \sum_{\nu=1}^{l-1} \Psi_\nu U_{l-\nu}(t, \varepsilon) - \varepsilon \sum_{\nu=1}^{l-1} \Psi_\nu V_{l-\nu}(t, \varepsilon, \theta) - U_l(t, \varepsilon) - \varepsilon V_l(t, \varepsilon, \theta), \quad l = \overline{2, q}. \end{aligned} \quad (9)$$

Then the matrix  $W$  at sufficiently small values  $\mu$  is determined from the equation:

$$\begin{aligned} \left( E + \sum_{l=1}^q \Psi_l \mu^l \right) W &= \sum_{s=0}^{q-1} \left[ \sum_{\sigma+\delta=s+q+1} (D_\sigma \Psi_\delta - \Psi_\sigma U_\delta) \right] \mu^s - \\ &- \sum_{s=0}^{q-1} \left( \sum_{\sigma+\delta=s+q+1} \Psi_\sigma V_\delta \right) \mu^s. \end{aligned} \quad (10)$$

We consider first the equation (8). In the component form it looks like this:

$$\begin{aligned} \frac{d(\Psi_1)_{1k}}{dt} &= -(\Psi_1)_{1,k+1} + (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{1k}, \quad k = \overline{1, N-1}, \\ \frac{d(\Psi_1)_{1N}}{dt} &= (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{1N}, \\ \frac{d(\Psi_1)_{jk}}{dt} &= (\Psi_1)_{j-1,k} - (\Psi_1)_{j,k+1} + (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{jk}, \quad j = \overline{2, N}, \quad k = \overline{1, N-1}, \\ \frac{d(\Psi_1)_{jN}}{dt} &= (\Psi_1)_{j-1,N} + (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{jN}, \quad j = \overline{2, N} \end{aligned} \quad (11)$$

Define the elements of the matrices  $\Psi_1, U_1, V_1$  by the following expression:

$$\begin{aligned} (\Psi_1)_{1n} &= \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} \frac{\Gamma_n[(D_1(t, \varepsilon, \theta))_{1n}]}{in\varphi} e^{in\theta}, \\ (\Psi_1)_{1k} &= \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} \left( \frac{\Gamma_n[-(\Psi_1(t, \varepsilon, \theta))_{1,k+1} + (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{1k}]}{in\varphi} \right) e^{in\theta}, \quad k = \overline{1, N-1}, \\ (\Psi_1)_{1N} &= \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} \left( \frac{\Gamma_n[(\Psi_1(t, \varepsilon, \theta))_{j-1,N} + (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{jN}]}{in\varphi} \right) e^{in\theta}, \quad j = \overline{2, N}, \\ (\Psi_1)_{1k} &= \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} \left( \frac{\Gamma_n[(\Psi_1(t, \varepsilon, \theta))_{j-1,k} - (\Psi_1(t, \varepsilon, \theta))_{j,k+1} + (D_1(t, \varepsilon, \theta))_{jk}]}{in\varphi} \right) e^{in\theta}, \\ & \quad j = \overline{2, N}, \quad k = \overline{1, N}; \\ (U_1)_{jk} &= \Gamma_0[(D_1)_{jk}], \quad j, k = \overline{1, N}, \\ (V_1)_{jk} &= -\frac{1}{\varepsilon} \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} \frac{\Gamma_n[(\Psi_1(t, \varepsilon, \theta))_{jk}]}{in\varphi} e^{in\theta}, \quad j, k = \overline{1, N}. \end{aligned} \quad (12)$$

The elements of the matrices  $\Psi_2, \dots, \Psi_q$  we define from equations (9) similar to formulas (12). The matrix  $W$  at sufficiently small values  $\mu$  is expressed by the formula (10)

Lemma 1 are proved.

**Consequence.** Consider the next system

$$\frac{dx}{dt} = \left( J_B + \sum_{l=1}^q R_l(t, \varepsilon, \theta) \mu^l \right) x, \quad (13)$$

where  $J_B$  has a block-diagonal kind:

$$J_B = \begin{pmatrix} J_{N_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_{N_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & J_{N_k} \end{pmatrix},$$

$\bar{N} = N_1 + \dots + N_k$ ,  $R_l$  –  $(\bar{N} \times \bar{N})$ -matrices with elements from the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$ . Then there exists  $\mu_2 \in [0, \mu_0]$ , such that for all  $\mu \in (0, \mu_2)$  there exists the Lyapunov's transformation of kind:

$$x = \left( E + \sum_{l=1}^q \Phi_l(t, \varepsilon, \theta) \mu^l \right) y, \quad (14)$$

where  $\Phi_l$  –  $(\bar{N} \times \bar{N})$ -matrices with elements from the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$ , which leads the system (13) to the kind:

$$\frac{dy}{dt} = \left( J_B + \sum_{l=1}^q U_l^1(t, \varepsilon) \mu^l + \varepsilon \sum_{l=1}^q V_l^1(t, \varepsilon, \theta) \mu^l + \mu^{q+1} W^1(t, \varepsilon, \theta, \mu) \right) y, \quad (15)$$

where  $U_l^1$  –  $(\bar{N} \times \bar{N})$ -matrices with elements from the class  $S(m; \varepsilon_0)$ ,  $V_l^1, W^1$  – the  $(\bar{N} \times \bar{N})$ -matrices with elements from  $F(m-1; \varepsilon_0; \theta)$  ( $l = \overline{1, q}$ ).

**Problem solving method.**

Based on the type of system (4) we obtain the next matrix equation for defined of matrix  $U$ :

$$\frac{dU}{dt} = J(t, \varepsilon)U - UJ(t, \varepsilon) + P(t, \varepsilon, \theta) + \mu P(t, \varepsilon, \theta)U - B(t, \varepsilon, \theta, \mu) - \mu UB(t, \varepsilon, \theta, \mu), \quad (16)$$

where elements of the matrix  $B$  depends on  $U$  also and has the kind (function arguments are omitted for brevity):

$$b_{11} = -u_{12} + p_{11} + \mu \sum_{j=3}^n p_{1j} u_{j1} - p_{21} u_{12} - \mu \sum_{j=3}^n p_{2j} u_{j1} u_{12}, \quad (17)$$

$$b_{kk} = u_{k-1,k} - u_{k,k+1} + p_{kk} - \mu p_{k+1,k} u_{k,k+1} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{kj} u_{jk} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j} u_{jk} u_{k,k+1}, \quad k = \overline{2, n-1}, \quad (18)$$

$$b_{nn} = u_{n-1,n} + p_{nn} + \mu \sum_{j=1}^{n-1} p_{nj} u_{jn}, \quad (19)$$

$$b_{k+1,k} = p_{k+1,k} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j} u_{jk}, \quad k = \overline{1, n-1}. \quad (20)$$

Together with the system (16) we consider the auxiliary system

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{dU}{d\theta} = J(t, \varepsilon)U - UJ(t, \varepsilon) + P(t, \varepsilon, \theta) + \mu P(t, \varepsilon, \theta)U - B(t, \varepsilon, \theta, \mu) - \mu UB(t, \varepsilon, \theta, \mu), \quad (21)$$

where  $\varphi(t, \varepsilon)$  – the function in the definition of class  $F(m; \varepsilon; \theta)$ , and  $t, \varphi$  are considered as constants.

Having written the matrix equation (21) in the components, taking into account relations (17)–(20), we obtain (function arguments are omitted for brevity also):

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{1k}}{d\theta} = & -u_{1,k+1} + p_{1k} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq 2; j \neq 3)}}^n p_{1j}u_{jk} - \mu p_{kk}u_{1k} + \mu p_{k+1,k}u_{k,k+1}u_{1k} - \\ & -\mu(u_{k-1,k} - u_{k,k+1})u_{1k} - \mu p_{k+1,k}u_{1,k+1} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k,j}u_{jk}u_{1,k} - \\ & -\mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j}u_{jk}u_{1,k+1} + \mu^3 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j}u_{jk}u_{k,k+1}u_{1k}, \quad k = \overline{2, n-1}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\varphi \frac{du_{1n}}{d\theta} = p_{1n} + \mu \sum_{j=1}^{n-1} p_{1j}u_{jn} - \mu p_{nn}u_{1n} - \mu u_{n-1,n}u_{1n} - \mu^2 \sum_{j=1}^{n-1} p_{nj}u_{jn}u_{1n}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{lk}}{d\theta} = & u_{l-1,k} - u_{l,k+1} + p_{lk} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{lj}u_{jk} - \mu p_{kk}u_{lk} + \mu p_{k+1,k}u_{k,k+1}u_{lk} - \\ & -\mu(u_{k-1,k} - u_{k,k+1})u_{lk} - \mu p_{k+1,k}u_{l,k+1} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{kj}u_{jk}u_{lk} - \\ & -\mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j}u_{jk}u_{l,k+1} + \mu^3 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j}u_{jk}u_{k,k+1}u_{lk}, \\ & l = \overline{2, n-2}, \quad k = \overline{l+1, n+1}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{kn}}{d\theta} = & u_{k-1,n} + p_{kn} + \mu \sum_{j=1}^{n-1} p_{kj}u_{jn} - \mu p_{nn}u_{kn} - \\ & -\mu u_{n-1,n}u_{kn} - \mu^2 \sum_{j=1}^{n-1} p_{nj}u_{jn}u_{kn}, \quad k = \overline{1, n-1}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{31}}{d\theta} = & p_{31} + \mu \sum_{j=3}^n p_{3j}u_{j1} - \mu p_{11}u_{31} + \mu u_{12}u_{31} + \mu p_{21}u_{12} - \\ & -\mu^2 \sum_{j=3}^n p_{3j}u_{j1}u_{31} + \mu^3 \sum_{j=3}^n p_{2j}u_{j1}u_{12}u_{31}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{l1}}{d\theta} = & u_{l-1,1} - u_{l2} + p_{l1} + \mu \sum_{j=3}^n p_{lj}u_{j1} - \mu p_{11} + \mu u_{12}u_{l1} - \mu p_{21}u_{12} + \\ & + \mu p_{21}u_{12}u_{l1} - \mu^2 \sum_{j=3}^n p_{1j}u_{j1}u_{l1} - \mu^2 \sum_{j=3}^n p_{2j}u_{j1}u_{l2} + \mu^3 \sum_{j=3}^n p_{2j}u_{j1}u_{12}u_{l1}, \\ & l = \overline{4, n-1}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{lk}}{d\theta} = & u_{l-1,k} - u_{l,k+1} + p_{lk} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{lj}u_{jk} - \mu(u_{k-1,k} - u_{k,k+1})u_{lk} - \\ & -\mu p_{kk}u_{lk} = \mu p_{k+1,k}u_{k,k+1}u_{lk} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{kj}u_{jk}u_{lk} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j}u_{jk}u_{l,k+1} + \end{aligned}$$

$$+\mu^3 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j} u_{jk} u_{k,k+1} u_k, \quad l = \overline{4, n-1}, \quad k = \overline{2, l-3}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{n-3,n-3}}{d\theta} &= p_{n-3,n-3} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq n-3; j \neq n-2)}}^n p_{n-1,j} u_{j,n-3} - \mu(u_{n-4,n-3} - u_{n-3,n-2})u_{n-1,n-3} - \\ &- \mu p_{n-3,n-3} u_{n-1,n-3} - \mu p_{n-2,n-3} u_{n-1,n-2} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq n-3; j \neq n-2)}}^n p_{n-3,j} u_{j,n-3} u_{n-1,n-3} - \\ &- \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq n-3; j \neq n-2)}}^n p_{n-2,j} u_{j,n-2} u_{n-1,n-2}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{n1}}{d\theta} &= u_{n-1,1} - u_{n2} + p_{n1} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq 1; j \neq 2)}}^n p_{nj} u_{j1} + \mu u_{12} u_{n1} - \mu p_{11} u_{n1} + \\ &+ \mu p_{21} u_{12} u_{n1} - \mu p_{21} u_{n2} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq 1; j \neq 2)}}^n p_{1j} u_{j1} u_{n1} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq 1; j \neq 2)}}^n p_{2j} u_{j1} u_{n2} + \\ &+ \mu^3 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq 1; j \neq 2)}}^n p_{2j} u_{j1} u_{12} u_{n1}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{nk}}{d\theta} &= u_{n-1,k} - u_{n,k+1} + p_{nk} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{nj} u_{jk} - \mu(u_{k-1,k} - u_{k,k+1})u_{nk} - \\ &- \mu p_{kk} u_{nk} + \mu p_{k+1,k} u_{k,k+1} u_{nk} - \mu p_{k+1,k} u_{n,k+1} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{kj} u_{jk} u_{nk} - \\ &- \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j} u_{jk} u_{n,k+1} + \mu^3 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq k; j \neq k+1)}}^n p_{k+1,j} u_{jk} u_{k,k+1} u_{nk}, \quad k = \overline{2, n-3}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \varphi \frac{du_{n,n-2}}{d\theta} &= p_{n,n-2} + \mu \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq n-2; j \neq n-1)}}^n p_{nj} u_{j,n-2} - \mu(u_{n-3,n-2} - u_{n-2,n-1})u_{n,n-2} - \\ &- \mu p_{n-2,n-2} u_{n,n-2} + \mu p_{n-1,n-2} u_{n-2,n-1} u_{n,n-2} - \mu^2 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq n-2; j \neq n-1)}}^n p_{n-2,j} u_{j,n-2} + \\ &+ \mu^3 \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq n-2; j \neq n-1)}}^n p_{n-1,j} u_{j,n-2} u_{n-2,n-1} u_{n,n-2}. \end{aligned} \quad (32)$$

In vector form, the system (22) – (32) can be written as

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{d\xi}{d\theta} = A\xi + f(t, \varepsilon, \theta) + \mu \Xi_1(t, \varepsilon, \theta, \xi) + \mu^2 \Xi_2(t, \varepsilon, \theta, \xi) + \mu^3 \Xi_3(t, \varepsilon, \theta, \xi), \quad (33)$$

where  $\xi = \text{colon}(u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n,n-2})$ ,  $A$  – square constant matrix of dimension  $(n-1)^2$ ,  $f$  – vector of dimension  $(n-1)^2$ ,  $\Xi_1$ ,  $\Xi_2$ ,  $\Xi_3$  – vector-function of dimension  $(n-1)^2$ , dependent on  $(t, \varepsilon, \theta, \xi)$ .

We seek an approximate solution of the system (33) according to the small parameter method [4] in the form of a partial sum of a series in degrees of a small parameter  $\mu$ :

$$\tilde{\xi}(t, \varepsilon, \theta, \mu) = \sum_{s=0}^{2q-1} \xi^{(s)}(t, \varepsilon, \theta) \mu^s, \quad (34)$$

where vector-functions  $\xi^s(t, \varepsilon, \theta)$  are defined from the next chain of the differential equations:

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{d\xi^{(0)}}{d\theta} = A\xi^{(0)} + f(t, \varepsilon, \theta), \quad (35)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{d\xi^{(1)}}{d\theta} = A\xi^{(1)} + \Xi_1(t, \varepsilon, \theta, \xi^{(0)}), \quad (36)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{d\xi^{(2)}}{d\theta} = A\xi^{(2)} + \frac{\partial \Xi_1(t, \varepsilon, \theta, \xi^{(0)})}{\partial \xi} \xi^{(1)} + \Xi_2(t, \varepsilon, \theta, \xi^{(0)}), \quad (37)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{d\xi^{(2q-1)}}{d\theta} = A\xi^{(2q-1)} + \frac{\partial \Xi_1(t, \varepsilon, \theta, \xi^{(0)})}{\partial \xi} \xi^{(2q-2)} + F_{2q-1}(t, \varepsilon, \theta, \xi^{(0)}, \dots, \xi^{(2q-3)}), \quad (38)$$

where  $F_{2q-1}$  – polynomial from  $\xi^{(0)}, \dots, \xi^{(2q-3)}$  with coefficients from the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$ .

For  $\mu = 0$  we get a generating system (35). In the component form it has a kind:

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{du_{1k}^{(0)}}{d\theta} = -u_{1,k+1}^{(0)} + p_{1k}(t, \varepsilon, \theta), \quad k = \overline{2, n-1}, \quad (39)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{du_{1n}^{(0)}}{d\theta} = p_{1n}(t, \varepsilon, \theta), \quad (40)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{du_{lk}^{(0)}}{d\theta} = u_{l-1,k}^{(0)} - u_{l,k+1}^{(0)} + p_{lk}(t, \varepsilon, \theta), \quad l = \overline{2, n-2}; k = \overline{l+1, n-1}, \quad (41)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{du_{ln}^{(0)}}{d\theta} = u_{l-1,n}^{(0)} + p_{ln}(t, \varepsilon, \theta), \quad l = \overline{2, n-1}, \quad (42)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{du_{lk}^{(0)}}{d\theta} = u_{l-1,k}^{(0)} - u_{l,k+1}^{(0)} + p_{lk}(t, \varepsilon, \theta), \quad l = \overline{4, n}; k = \overline{1, l-3}, \quad (43)$$

$$\varphi(t, \varepsilon) \frac{du_{l,l-2}^{(0)}}{d\theta} = p_{l,l-2}(t, \varepsilon, \theta), \quad l = \overline{3, n}. \quad (44)$$

It is easy to see, that system (39) – (44) decomposes into two independent subsystems (39) – (42) and (43),(44). The necessary and sufficient conditions for the existence of  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions for the system (39) – (42) the the following conditions:

$$\overline{\sum_{k=1}^s p_{k,k+n-s}(t, \varepsilon, \theta)} = 0, \quad s = \overline{1, n-1}. \quad (45)$$

Under these conditions, system (39) – (42) has a  $(n-1)$ -parameter family of  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions:

$$u_{k,k+1}(t, \varepsilon, \theta) = c_{k,k+1}(t, \varepsilon) + \varphi_{k,k+1}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta), \quad k = \overline{1, n-1},$$

and the rest

$$u_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta) = \varphi_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta),$$

where  $c_{k,k+1}(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{1, n-1}$ ) – the arbitrary functions of the class  $S(m; \varepsilon_0)$ , and the all functions  $\varphi_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta)$  – particular  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions of it system, such that:

$$\overline{\varphi_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta)} = 0, \quad j = \overline{1, n-1}; k = \overline{j+1, n}.$$

The necessary and sufficient conditions for the existence of  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions for the system (43),(44) the the following conditions:

$$\overline{p_{k,k-2}(t, \varepsilon, \theta)} = 0, \quad k = \overline{3, n}. \quad (46)$$



Under these conditions, system (43),(44) has a  $(n - 2)$ -parameter family of  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions:

$$u_{nk}(t, \varepsilon, \theta) = c_{nk}(t, \varepsilon) + \varphi_{nk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta), \quad k = \overline{1, n-2},$$

and the rest

$$u_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta) = \varphi_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta),$$

where  $c_{nk}(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{1, n-2}$ ) – the arbitrary functions of the class  $S(m; \varepsilon_0)$ , and the all functions  $\varphi_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta)$  – particular  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions of it system, such that:

$$\overline{\varphi_{jk}^{(0)}(t, \varepsilon, \theta)} = 0, \quad j = \overline{3, n}; k = \overline{1, j-2}.$$

For the determine the functions  $c_{k,k+1}(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{1, n-1}$ ) and  $c_{nk}(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{1, n-2}$ ) we obtain the next system of algebraic equations, which follows from the conditions of the existence of  $2\pi$ -periodic in  $\theta$  solutions of the system (36):

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^{n-1} \overline{p_{ss}(t, \varepsilon, \theta)} c_{s,s+1}(t, \varepsilon) + \sum_{s=1}^{n-2} (c_{s,s+1}(t, \varepsilon) - c_{s+1,s+2}(t, \varepsilon)) c_{s,s+1}(t, \varepsilon) - \\ & - \sum_{s=2}^n \overline{p_{ss}(t, \varepsilon, \theta)} c_{s-1,s}(t, \varepsilon) + \sum_{s=3}^n \overline{p_{s,s-1}(t, \varepsilon, \theta)} c_{s-1,s}(t, \varepsilon) c_{s-2,s-1}(t, \varepsilon) + \\ & + \sum_{s=3}^n \overline{p_{s,s-1}(t, \varepsilon, \theta)} \varphi_{s-1,s}^0(t, \varepsilon, \theta) c_{s-2,s-1}(t, \varepsilon) + \\ & + \sum_{s=3}^n \overline{p_{s,s-1}(t, \varepsilon, \theta)} \varphi_{s-2,s-1}^0(t, \varepsilon, \theta) c_{s-1,s}(t, \varepsilon) - c_{n-1,n}^2(t, \varepsilon) = f_1(t, \varepsilon), \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s=1}^{n-(k+1)} \overline{p_{s,s+k-1}(t, \varepsilon, \theta)} c_{s+k-1,s+k}(t, \varepsilon) + \\ & + \sum_{s=k+2}^n \overline{p_{s,s-1}(t, \varepsilon, \theta)} \varphi_{s-3,s-1}^0(t, \varepsilon, \theta) c_{s-1,s}(t, \varepsilon) + \\ & + \overline{p_{n-k,n-1}(t, \varepsilon, \theta)} c_{n-1,n}(t, \varepsilon) = f_k(t, \varepsilon), \quad k = \overline{2, n-2}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\overline{p_{1,n-1}(t, \varepsilon, \theta)} c_{n-1,n}(t, \varepsilon) = f_{n-1}(t, \varepsilon), \quad (49)$$

$$\overline{p_{k+2,n}(t, \varepsilon, \theta)} c_{nk}(t, \varepsilon) = g_k(t, \varepsilon), \quad k = \overline{1, n-3}, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} & \overline{p_{nn}(t, \varepsilon, \theta)} c_{n,n-2}(t, \varepsilon) - (c_{n-3,n-2}(t, \varepsilon) - c_{n-2,n-1}(t, \varepsilon)) c_{n,n-2}(t, \varepsilon) - \\ & - \overline{p_{n-2,n-1}(t, \varepsilon, \theta)} c_{n,n-2}(t, \varepsilon) + \overline{p_{n-1,n-2}(t, \varepsilon, \theta)} \varphi_{n-2,n-1}^0(t, \varepsilon, \theta) c_{n,n-2}(t, \varepsilon) = \\ & = g_{n-2}(t, \varepsilon), \end{aligned} \quad (51)$$

where  $f_k(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{2, n-1}$ ),  $g_k(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{1, n-2}$ ) – famous functions of the class  $S(m; \varepsilon)$ .

The system (49) – (51) can be written in the kind:

$$C_j(t, \varepsilon, c_{12}, c_{23}, \dots, c_{n-1,n}, c_{n1}, c_{n2}, \dots, c_{n,n-2}) = 0, \quad j = \overline{1, 2n-3}. \quad (52)$$

We suppose that there exists a solution  $c_{j,j+1}^0(t, \varepsilon)$  ( $j = \overline{1, n-1}$ ),  $c_{nk}^0(t, \varepsilon)$  ( $k = \overline{1, n-2}$ ) of the system (52) that satisfies the inequality:

$$\inf_{G(\varepsilon_0)} \left| \det \frac{\partial(C_1, C_2, \dots, C_{2n-3})}{\partial(c_{12}, \dots, c_{n-1,n}, c_{n1}, \dots, c_{n,n-2})} \right| > 0 \quad (53)$$

at  $c_{jk} = c_{jk}^0(t, \varepsilon)$ . Then, in accordance with the small parameter method [4] all vector-function  $\xi^{(0)}(t, \varepsilon, \theta), \dots, \xi^{(2q-1)}(t, \varepsilon, \theta)$  are defined and belongs to the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$ .

Consider the system

$$\frac{dz}{dt} = Az + f(t, \varepsilon, \theta) + \mu \Xi_1(t, \varepsilon, \theta, z) + \mu^2 \Xi_2(t, \varepsilon, \theta, z) + \mu^3 \Xi_3(t, \varepsilon, \theta, z), \quad (54)$$

where  $z = \text{colon}(u_{12}, u_{13}, \dots, u_{n-1,n}, u_{31}, u_{41}, \dots, u_{n,n-2})$ , and the other functions are the same as in the system (33).

We make in the system (54) the substitution

$$z = \tilde{\xi}(t, \varepsilon, \theta, \mu) + z^{(1)}, \tag{55}$$

where  $z^{(1)}$  – the new unknown vector-function. We obtain:

$$\begin{aligned} \frac{dz^{(1)}}{dt} = & Az^{(1)} + \varepsilon g(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \mu^{2q} h(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \left( \sum_{j=1}^q V_j(t, \varepsilon, \theta) \mu^j \right) z^{(1)} + \\ & + \mu^{q+1} W(t, \varepsilon, \theta, \mu) z^{(1)} + \mu Z^{(1)}(t, \varepsilon, \theta, z^{(1)}, \mu), \end{aligned} \tag{56}$$

where  $g \in F(m-1; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $h \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $V_j, W \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $Z^{(1)}$  belong to the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$  relatively  $t, \varepsilon, \theta$ , and contains terms not lower than second order relatively the components of vector  $z^{(1)}$ .

Matrix  $A$  has a block kind:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix},$$

where  $A_1, A_2$  – square constant matrices of orders  $\frac{(n-1)n}{2}$  and  $\frac{(n-2)(n-1)}{2}$  respectively. All their eigenvalues are zero. An analysis of these matrices shows that the Jordan normal form (JNF) of matrix  $A_1$  consists of  $n-1$  blocks of dimensions  $1, 2, \dots, n-1$ , and the JNF of matrix  $A_2$  consists of  $n-2$  blocks of dimensions  $1, 2, \dots, n-2$ . Each block of dimension  $l$  ( $l \geq 2$ ) has the kind:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{57}$$

( $l$  rows and  $l$  columns in the matrix), and block of dimension 1 consists only of zero.

Therefore, the JNF  $J$  of the matrix  $A$  consists of  $2n-3$  blocks of kind (57).  $2n-4$  of them have dimension  $1, 2, \dots, n-2$ , and one block have dimension  $n-1$ .

We denote  $H$  – non-degenerate matrix, reducing matrix  $A$  to JNF. We make in the system (56) the substitution:

$$z^{(1)} = Hz^{(2)}. \tag{58}$$

We obtain:

$$\begin{aligned} \frac{dz^{(2)}}{dt} = & Jz^{(2)} + \varepsilon g^{(1)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \mu^{2q} h^{(1)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \left( \sum_{j=1}^q V_j^{(1)}(t, \varepsilon, \theta) \mu^j \right) z^{(2)} + \\ & + \mu^{q+1} W^{(1)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) z^{(2)} + \mu Z^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, z^{(2)}, \mu), \end{aligned} \tag{59}$$

where  $g^{(1)} \in F(m-1; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $h^{(1)} \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $V_j^{(1)}, W^{(1)} \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $Z^{(2)}$  belong to the class  $F(m; \varepsilon_0; \theta)$  relatively  $t, \varepsilon, \theta$ , and contains terms not lower than second order relatively the components of vector  $z^{(2)}$ .

By virtue Consequence from Lemma 1 there exists non-degenerate transformation of kind:

$$z^{(2)} = \Phi(t, \varepsilon, \theta, \mu) z^{(3)}, \tag{60}$$

where  $\Phi \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ , which leads the system (59) to kind:

$$\begin{aligned} \frac{dz^{(3)}}{dt} = & \left( \sum_{j=1}^q U_j(t, \varepsilon) \mu^j \right) z^{(3)} + \varepsilon \left( \sum_{j=1}^q V_j^{(2)}(t, \varepsilon, \theta) \mu^j \right) z^{(3)} + \\ & + \varepsilon g^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \mu^{2q} h^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) + \mu W^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) z^{(3)} + \mu Z^{(3)}(t, \varepsilon, \theta, z^{(3)}, \mu), \end{aligned} \tag{61}$$

where  $U_j(t, \varepsilon) \in S(m; \varepsilon_0)$ ,  $g^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, \mu)$ ,  $V_j^{(2)}(t, \varepsilon, \theta)$ ,  $W^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) \in F(m-1; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $h^{(2)}(t, \varepsilon, \theta, \mu) \in F(m; \varepsilon_0; \theta)$ ,  $Z^{(3)}$  belong to the class  $F(m-1; \varepsilon_0; \theta)$  relatively  $t, \varepsilon, \theta$ , and contains terms not lower than second order relatively the components of vector  $z^{(3)}$ .

Consider the matrix

$$U(t, \varepsilon, \mu) = \sum_{j=1}^q U_j(t, \varepsilon) \mu^{j-1}.$$

**Lemma 2.** *Let the system (61) satisfy the next condition: for the matrix  $U(t, \varepsilon, \mu)$  there exists the matrix  $L(t, \varepsilon, \mu)$  with coefficients from the class  $S(m; \varepsilon_0)$ , such that:*

- 1)  $\inf_{\mu \in (0, \mu_0)} \inf_{G(\varepsilon_0)} |\det L(t, \varepsilon, \mu)| > 0$ ;
- 2)  $L^{-1}UL = \Lambda(t, \varepsilon, \mu)$  – diagonal matrix;
- 3) there exists  $q_0 \in \mathbb{N}$  ( $1 \leq q_0 \leq q$ ) and  $\gamma > 0$  such that

$$\inf_{G(\varepsilon_0)} |\operatorname{Re} \lambda_j(t, \varepsilon, \mu)| \geq \gamma \mu^{q_0-1} \quad j = \overline{1, 2n-3},$$

where  $\lambda_j(t, \varepsilon, \mu)$  ( $j = \overline{1, 2n-3}$ ) – the eigenvalues of the matrix  $U(t, \varepsilon, \mu)$ .

Then there exists  $\mu_2 \in (0, \mu_0)$ ,  $K_1 \in (0, +\infty)$  such that for all  $\mu \in (0, \mu_2)$  the system (61) has a particular solution  $z^{(3)}(t, \varepsilon, \theta, \mu)$ , belongs to class  $F(m-1; \varepsilon_1(\mu); \theta)$ , where  $\varepsilon_1(\mu) = K_1 \mu^{2q_0-1}$ .

**Proof** is similar to the proof in [5].

**Basic result.**

An immediate consequence of Lemma 2 is the next theorem.

**Theorem.** *Let the system (2) satisfy the next conditions:*

- 1) for the system (35) conditions (45), (46) are satisfied;
- 2) there exists solution of the system (52), which satisfied to condition (53);
- 3) all conditions of Lemma 2 are satisfied.

Then there exists  $\mu_3 \in (0, \mu_0)$ ,  $K_2 \in (0, +\infty)$  such that for all  $\mu \in (0, \mu_3)$  for the system (2) there exists the transformation of kind (3) with coefficients from the class  $F(m-1; \varepsilon_2(\mu); \theta)$ , where  $\varepsilon_2(\mu) = K_2 \mu^{2q_0-1}$  ( $q_0$  are defined in Lemma 2), which leads the system (2) to the kind (4), and the elements of the matrix  $B(t, \varepsilon, \theta, \mu)$  are defined by formulas (17) – (20).

## Conclusions.

Thus, for the system (2) the existence of the transformation with coefficients whose coefficients are represented as an absolutely and uniformly convergent Fourier-series with slowly varying coefficients and frequency, which leads it to bi-diagonal kind, are proved.

## References

- 1 Лященко Н. Я. Об одной теореме полного разделения линейной однородной системы дифференциальных уравнений и некоторых свойствах матрицы разделения // Укр. Мат. Журн. - 1955. - Т. 7. № 4. - С. 403-4128.
- 2 Костін В. В. Деякі питання повного розподілу та асимптотичної поведінки розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь // Доповіді АН УРСР, сер. А. - 1967. № 7. - С. 47-55.
- 3 Фещенко С. Ф., Шкиль Н. И., Николенко Л. Д. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений. - К.: Наук. думка, 1966. - 251 с.
- 4 Малкин И. Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М.: Гостехиздат, 1956. - 491 с.
- 5 Щоголев С. А. Про один особливий випадок існування розв'язків квазілінійних диференціальних систем, зображуваних рядами Фур'є із повільно змінними параметрами // Мат. методи та фіз.-мех. поля. - 2012. - Т. 55, № 2. - С. 41-51.

С.А. Щёголев

*И.И. Мечников атындағы Одесса ұлттық университеті, Одесса, Украина*

**Сызықты дифференциалдық теңдеулер жүйесін екідиагоналды түрге келтіру туралы**

**Аннотация:** Коэффициенттері мен жиілігі баяу өзгертін абсолютті және бірқалыпты жинақталатын Фурье қатарларымен берілген сызықты біртекті дифференциалдық жүйелерін екідиагоналды түрге келтіретін түрлендірудің бар болатындығы дәлелденген.

**Түйін сөздер:** сызықты дифференциалдық теңдеулер, Фурье қатарлары.

С.А. Щёголев

*Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина*

**О сведении линейной системы дифференциальных уравнений к двухдиагональному виду**

**Аннотация.** Для линейной однородной дифференциальной системы, коэффициенты которой представимы абсолютно и равномерно сходящимися рядами Фурье с медленно меняющимися коэффициентами и частотой, доказано существование преобразования, сводящего её к двухдиагональному виду.

**Ключевые слова:** линейные дифференциальные системы, ряды Фурье.

## References

- 1 Lyashchenko N. Ya. Ob odnoy teoreme polnogo razdeleniya lineynoy odnorodnoy sistemy differentsialnykh uravneniy i nekotorykh svoystvakh matrici razdeleniya [On a theorem on the complete separation of a linear homogeneous system of differential equations and some properties of the separation matrix], Ukr. Mat. Zh. [Ukrain. Mat. Zhurn.], 7(4), 403–418(1955).
- 2 Kostin V. V. Deyaki pitannya povnogo rozpodilu ta asimptotichnoi povedinki rozvyazkiv sistem zvizhainykh diferentsialnykh rivnyanj[Some issues of complete distribution and asymptotic behavior of solutions of systems of ordinary differential equations], Dop. AN URSSR, ser.A.[Reports of the USSR Academy of Sciences, Ser. A.], (7), 47–55(1967).
- 3 Feshchenko S. F. , Shkil N. I., Nikolenko L. D. Asimptoticheskie metody v teorii lineynykh differentsialnykh uravneniy [Asymptotic methods in the theory of linear differential equations] (Nauk. dumka, K., 1966, 251 p.).
- 4 Malkin I.G. Nekotorye zadachi teorii nelineynykh kolebaniy [Some problems of the theory of nonlinear oscillations] (Gostehizdat, Moscow, 1956, 491 p.).
- 5 Shchogolev S.A. Pro odin osoblivyi vyppadok isnuvannya rozvyazkiv kvaziliniynykh diferentsialnykh sistem, zobrazhuvanykh ryadami Furye iz povilno zminnimi parametrami[One special case of the existence of solutions of quasilinear differential systems represented by Fourier series with slowly varying parameters], Mat. metody ta fiz.-meh. polya [Mat. methods and physical mech. fields], 55(2), 41-51(2012).

**Сведения об авторах:**

*Щёголев С.А.* – физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, И.И. Мечников атындағы Одесса ұлттық университеті, Дворянская көш., 2, Одесса, 65026, Украина.

*Shchogolev S.A.* – Prof., Doctor of Phys. -Math. Sciences, Odessa I.I. Machnikov National University, Dvoryanskaya str., 2, Odessa, 65082, Ukraine.

*Поступила в редакцию 11.09.2019*

**«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика.  
Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға  
қойылатын талаптар**

*Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.*

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теоремадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

**Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz). Сайт: [bulmathmc.enu.kz](http://bulmathmc.enu.kz).

**Provision on articles submitted to the journal**  
**"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.**  
**Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"**

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulmathmc.enu.kz*.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "..., see [3, § 7, Lemma 6]"; "..., see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

**Template**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). *E-mail:* *vest\_math@enu.kz*. *Сайт:* *bulmathmc.enu.kz*.

**Правила представления работ в журнал**  
**"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.**  
**Серия Математика. Компьютерные науки. Механика"**

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bul-mathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубризатора МРНТИ (Международный рубризатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохранять структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

**Примеры оформления списка литературы**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz). Сайт: [bulmathmc.enu.kz](http://bulmathmc.enu.kz).

Бас редактор:

Н. Темірғалиев

Жауапты редактор:

А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы.  
- 2019. 3(128)- Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 61-б.  
Шартты б.т. - 3,88. Таралымы - 25 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.,  
Сәтпаев көшесі, 2.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Тел.: +7(7172) 70-95-00 (ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды