

<https://doi.org/10.32523/2616-7182>

ISSN 2616-7182
eISSN 2663-1326



Л.Н.Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университетінің
ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N.Gumilyov Eurasian
National University

№3 (128)/2019

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н.Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА
сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS
Series

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА
Серия

bulmathmc.enu.kz



ISSN 2616-7182
eISSN 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК
Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

№3(128)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2019
Nur-Sultan, 2019
Нур-Султан, 2019

БАС РЕДАКТОРЫ
ф.-м.ғ.д., проф
Темірғалиев Н. (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары **Жұбанышева А.Ж.**, PhD
(Қазақстан)
Бас редактордың орынбасары **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Алимхан Килян	PhD, проф. (Жапония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Қытай)
Бекенов М.И.	ф.-м.ғ.к., доцент (Қазақстан)
Гогинава У.	ф.-м.ғ.д., проф. (Грузия)
Голубов Б.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Зунг Динь	ф.-м.ғ.д., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Иванов В.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Иосевич А.	PhD, проф. (АҚШ)
Кобельков Г.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Курина Г.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Марков В.В.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Мейрманов А.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Смелянский Р.Л.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Умирбаев У.У.	ф.-м.ғ.д., проф. (АҚШ)
Холщевникова Н.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. докторы, проф. (Германия)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтпаев к-сі, 2, 349 бөлме.
Тел: +7 (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Жауапты редактор: А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы
Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.
Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде тіркелген.
27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу қуәлігі.
Тиражы: 25 дана
Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел: +7 (7172)709-500 (ішкі 31-428).

EDITOR-IN-CHIEF
Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences
Temirgaliyev N. (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Zhubanysheva A.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Nauryzbayev N.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Editorial board

Abakumov E.V.	PhD, Prof. (France)
Alexeyeva L.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Alexander Iosevich	PhD, Prof. (USA)
Alimhan Keylan	PhD, Prof. (Japan)
Bekzhan Turdybek	PhD, Prof. (China)
Bekenov M.I.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
Goginava U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Georgia)
Golubov B.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Dũng Dinh	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
Ibrayev A.G.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
Ivanov V.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kobel'kov G.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kurina G.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Markov V.V.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Meirmanov A.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Smelyansky R.L.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Umirbaev U.U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
Kholshechnikova N.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Schmeisser Hans-Juergen	Dr. habil., Prof. (Germany)

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 349, Nur-Sultan, Kazakhstan, 010008
Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_math@enu.kz

Responsible Editor-in-Chief: A.Zh. Zhubanysheva

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 25 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-428).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
профессор, д.ф.-м.н.
Темиргалиев Н. (Казахстан)

Зам. главного редактора **Жубанышева А.Ж.**, PhD (Казахстан)

Зам. главного редактора **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD (Казахстан)

Редакционная коллегия

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Алимхан Килян	PhD, проф. (Япония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Китай)
Бекенов М.И	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
Гогинава У.	д.ф.-м.н., проф. (Грузия)
Голубов Б.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Зунг Динь	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Иванов В.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Иосевич А.	PhD, проф. (США)
Кобельков Г.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Курина Г.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Марков В.В.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Мейрманов А.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Смелянский Р.Л.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Умирбаев У.У.	д.ф.-м.н., проф. (США)
Холщевникова Н.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. доктор, проф. (Германия)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 349
Тел: +7 (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Ответственный редактор: А.Ж. Жубанышева

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА
Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год.
Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.
Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.
Тираж: 25 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан,
ул. Кажымукана, 12/1, тел.: +7 (7172)709-500 (вн.31-428).

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА-КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР

<i>Темірғалиев Н.</i> Біріңғай терминдер жағдайында детерминирленген және кездейсоқ есептеулерді салыстыру проблемасындағы С.М. Воронин концепциясы	8
<i>Щёголев С.А.</i> Сызықты дифференциалдық теңдеулер жүйесін екідиагоналды түрге келтіру туралы	34
<i>Каюмов И.</i> Кейбір біржапырақты функциялар кластарының коэффициенттерін салыстыру туралы	46
<i>Дүйсенғалиева Б.Ә., Наурызбекова А.С.</i> Рангі 2 тең дифференциалды көпмүшеліктер алгебрасының триангулярлы емес дифференциалдауының мысалы	53

CONTENTS

MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE

<i>Temirgaliyev N.</i> The Concept of S.M.Voronin in the Problem of Comparisons in the Same Terms of Deterministic and Random Computation	8
<i>Shchogolev S.A.</i> On the Reduction of the Linear System of the Differential Equations to the Bi-Diagonal Kind	34
<i>Kayumov I.</i> Comparison Theorems For Certain Classes of Univalent Functions 2	46
<i>Duisengaliyeva B.A., Naurazbekova A.S.</i> An Example of a Non-triangulable Derivation of a Differential Polynomial Algebra of Rank 2	53

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА-компьютерные науки

<i>Темиргалиев Н.</i> Концепция С.М.Воронина в проблеме сравнений детерминированных и случайных вычислений в одних и тех же терминах	8
<i>Щёголев С.А.</i> О сведении линейной системы дифференциальных уравнений к двухдиагональному виду	34
<i>Каюмов И.Р.</i> О сравнении коэффициентов некоторых классов однолистных функций	46
<i>Дуйсенгалиева Б.А., Наурызбекова А.С.</i> Пример нетриангулируемого дифференцирования алгебры дифференциальных многочленов ранга 2	53

МРНТИ: 27.27.17

И.Р. Каюмов

*Институт математики и механики Казанского федерального университета, Казань,
Россия
(E-mail: ikaumov@kpfu.ru)*

О сравнении коэффициентов некоторых классов однолистных функций

Аннотация: В работе доказываются теоремы сравнения для коэффициентов из различных классов ограниченных однолистных функций, голоморфных в единичном круге. В частности, нами улучшен один из результатов Л. Карлесона и П. Джонса.

Keywords: коэффициенты однолистных функций, коэффициенты ограниченных однолистных функций, логарифмические коэффициенты, интегральные средние.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182/2019-128-3-46-52>

Оценки интегральных средних конформных отображений занимают ведущее положение в геометрической теории функций комплексного переменного. В качестве примера укажем теорему площадей, доказанную Гронуоллом [1], позволившую получить ряд точных оценок различных функционалов в классе однолистных функций (см., например [2]). Отметим также, что в силу интегральной формулы Коши проблемы коэффициентов однолистных функций являются по-существу проблемами интегральных средних. Начало бурного развития этого направления связано с работами Кебе, Бибербаха и Левнера.

Одной из центральных проблем геометрической теории функций в XX веке становится гипотеза Бибербаха о том, что $|a_n| \leq n$, где a_n – коэффициенты функций из класса S . Напомним, что класс S состоит из однолистных и голоморфных в круге $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$ функций f , удовлетворяющих соотношениям $f'(0) - 1 = f(0) = 0$. Литтлвуд [3] получил точный порядок роста интегральных средних в классе S

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\theta})| d\theta, \quad r \rightarrow 1-,$$

с помощью которого он доказал оценку $|a_n| < en$, что явилось первым нетривиальным результатом в этом направлении после хорошо известных результатов Бибербаха $|a_2| \leq 2$ и Левнера $|a_3| \leq 3$. Впоследствии оценка Литтлвуда неоднократно улучшалась. Здесь следует отметить работы советских математиков И.Е. Базилевича, И.М. Милина и Н.А. Лебедева. В 1985 году де Бранж, доказав гипотезу Лебедева-Милина (из которой следует гипотеза Бибербаха), завершил большой цикл исследований в этом направлении. Однако, точные оценки коэффициентов ограниченных однолистных функций остались нерешенной проблемой. Более того, не удалось даже установить точное асимптотическое поведение.

Перейдем теперь к сравнению тейлоровских коэффициентов в различных классах однолистных функций.

Пусть S_1 – класс функций, однолистных и аналитических в круге \mathbb{D} , нормированных следующим образом: $f(z) = a_1(f)z + a_2(f)z^2 + \dots$, $|f(z)| < 1$, $z \in \mathbb{D}$. Рассмотрим наряду с классом S_1 класс Σ – аналитических и однолистных в $\mathbb{D}^- = \{|z| > 1\}$ функций, нормированных следующим образом: $f(z) = z + b_0(f) + b_1(f)z^{-1} + b_2(f)z^{-2} + \dots$.

Введем еще разложение $\log(f(z)/z) = \gamma_1(f)z + \gamma_2(f)z^2 + \dots$, $z \in \mathbb{D}$.

Рассмотрим следующие величины:

$$A_n = \sup_{f \in S_1} |a_n(f)|,$$

$$B_n = \sup_{f \in \Sigma} |b_n(f)|,$$

$$\Gamma_n = \sup_{f \in S_1} |\gamma_n(f)|.$$

Как показали Л. Карлесон и П. Джонс [4] величины A_n и B_n связаны следующими неравенствами:

$$B_n/C \leq A_n \leq C \log^2 n B_n,$$

в этой формуле C — абсолютная положительная константа. В нашей статье мы покажем, что на самом деле верно более сильное соотношение:

$$A_n \leq C \log n B_{n \log n}. \quad (1)$$

Преимущество этого неравенства заключается в том, что во-первых, показатель степени логарифма уменьшается на порядок, во-вторых, вместо B_n берутся $B_{n \log n}$. Строго говоря, нужно взять целую часть числа $n \log n$. Однако это необязательно, так как в [4] коэффициенты A_n и B_n определяются асимптотическими формулами для интегральных средних, и входящий в эти формулы параметр n может принимать и дробные значения.

Аналогично мы докажем новое соотношение:

$$\Gamma_n \leq C \log n B_{n \log n}. \quad (2)$$

Рассмотрим следующую величину $\alpha = -\lim_{n \rightarrow \infty} \log A_n / \log n$. Известно [4], что этот предел существует и $0.54 \leq \alpha \leq 0.76$. В этих неравенствах нижняя оценка принадлежит Х. Хеденмальму и С. Шиморину [6], а верхняя Л. Карлесону и П. Джонсу [4], а также С. Смирнову и Д. Беляеву [5].

Кроме того, Карлесон и Джонс [4] установили качественную связь между проблемами коэффициентов и средними значениями модуля производной:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Cn} \sup_{f \in S_1} \int_{|z|=1-1/n} |f'(z)| |dz| &\leq A_n \leq \frac{C}{n} \sup_{f \in S_1} \int_{|z|=1-1/n} |f'(z)| |dz|, \\ \frac{1}{Cn} \sup_{f \in \Sigma} \int_{|z|=1-1/n} |f'(z)| |dz| &\leq B_n \leq \frac{C}{n} \sup_{f \in \Sigma} \int_{|z|=1-1/n} |f'(z)| |dz|. \end{aligned} \quad (3)$$

Мы докажем аналогичное соотношение для логарифмических коэффициентов.

Предварительно сформулируем лемму из [4].

Лемма 1. ([4], с.177) Пусть C_0 — произвольное положительное число, $f_0 \in S_1$, $\varphi(z)$ — аналитическая в круге $D_n = \{|z| \leq 1 - C_0/n\}$ функция, $|\varphi(z)| \leq 1$.

Тогда существует $\delta_0 > 0$ такое, что функция $f(z) = f_0(z) + \frac{\delta}{n} \varphi(z) f_0'(z)$ однолистка в D_n , и $f(D_n) \subset f_0(\mathbb{D})$, как только $|\delta| \leq \delta_0$. Здесь δ_0 не зависит от n .

Функция f почти однолистка, т.е. она однолистка в круге D_n . Однако, этот факт нам и нужен, поскольку n -ные коэффициенты функций $f(z)$ и $f((1 - C_0/n)z)$ эквивалентны в качественном смысле.

Лемма 2. Пусть C_0 — произвольное положительное число, $f_0 \in S_1$, $\varphi(z)$ — аналитическая в круге $D_n = \{|z| \leq 1 - C_0/n\}$ функция, $|\varphi(z)| \leq 1$.

Тогда найдется положительное $\delta_0 = \delta_0(C_0)$, такое что функция

$$f(z) = f_0(z) \exp \left[\frac{\delta}{n} \varphi(z) z \frac{f_0'(z)}{f_0(z)} \right]$$

однолистка в D_n , и $f(D_n) \subset f_0(\mathbb{D})$, как только $|\delta| \leq \delta_0$. Здесь δ_0 не зависит от n .

Доказательство. Определим функцию ψ из тождества:

$$f_0(z) \exp \left[\frac{\delta}{n} \varphi(z) z \frac{f_0'(z)}{f_0(z)} \right] = f_0(z) + \delta \frac{\psi(z)}{n} f_0'(z).$$

Тогда

$$\left| \frac{\psi(z)}{n} f_0'(z) \right| \leq |f_0(z)| \left(\exp \left| \frac{\delta}{n} \varphi(z) \frac{z f_0'(z)}{f_0(z)} \right| - 1 \right).$$

Поскольку в круге D_n имеем

$$\left| \frac{\delta}{n} \varphi(z) \frac{z f_0'(z)}{f_0(z)} \right| \leq C_3 \delta,$$

то

$$\left| \delta \frac{\psi(z)}{n} f_0'(z) \right| \leq \left| \frac{\delta}{n} \varphi(z) z f_0'(z) \right|,$$

т.е.

$$|\psi(z)| \leq (e^{C_3 \delta} - 1) |\varphi(z)|, \quad z \in D_n.$$

Теперь, применяя лемму 1, доказываем требуемое.

Лемма 3. Если $f \in S_1$, то

$$\left| \frac{f(z)}{z f'(z)} \frac{d}{dz} \left(\frac{z f'(z)}{f(z)} \right) \right| \leq \frac{6}{1 - |z|^2}$$

Доказательство. В данном неравенстве, как легко видеть, класс S_1 можно заменить на класс S . Запишем известные неравенства ([8], стр. 52)

$$\left| (1 - |z|^2) z \frac{f''(z)}{f'(z)} - 2|z|^2 \right| \leq 4|z|, \quad (4)$$

$$\left| (1 - |z|^2) z \frac{f''(z)}{f'(z)} - 2(1 - |z|^2) \left(z \frac{f'(z)}{f(z)} - 1 \right) + 2|z|^2 - A(|z|) \right| \leq A(|z|), \quad (5)$$

где

$$A(|z|) = 4 \left(1 + \int_0^1 \sqrt{\frac{1 - |z|^2 x^2}{1 - x^2}} dx \Big/ \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{(1 - |z|^2 x^2)(1 - x^2)}} dx \right).$$

Из (4) и (5) сразу следует, что

$$2 \left| \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{f'(z)}{f(z)} + \frac{1}{z} \right| (1 - |z|^2) \leq 4|z| + 8A(|z|).$$

Для $A(|z|)$ известна следующая оценка [9]: $A(z) \leq |z|^2$. Поэтому можем записать окончательную оценку

$$\left| \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{f'(z)}{f(z)} + \frac{1}{z} \right| \leq \frac{6}{1 - |z|^2},$$

что и требовалось доказать. Отметим что эта оценка не является точной. Однако она асимптотически точна при $|z| \rightarrow 1$.

Введем следующую величину:

$$\Gamma_n^* = \frac{1}{n} \sup_{f \in S_1} \int_{|z|=1-1/n} \left| \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| |dz|.$$

Теорема 1. Пусть $f \in S_1$ и $\log(f(z)/z) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_k(f) z^k$, $\Gamma_k = \sup_{f \in S_1} |\gamma_k(f)|$. Тогда существует $C > 0$, такое что

$$\frac{1}{C} \leq \frac{\Gamma_n}{\Gamma_n^*} \leq C.$$

Доказательство. Доказательство проведем по схеме, предложенной в [4].

Пусть $f_0(z) \in S_1$ – такая функция, что

$$\int_{|z|=1-1/n} \left| \frac{z f_0'(z)}{f_0(z)} \right| |dz| \geq \frac{1}{2} \sup_{f \in S_1} \int_{|z|=1-1/n} \left| \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| |dz|.$$

Рассмотрим голоморфную в единичном круге функцию $g(z) = \log[zf'_0(z)/f_0(z)]$. В силу леммы 3 получаем:

$$|g'(z)| \leq \frac{6}{1 - |z|^2}.$$

Это значит, что для любого $\varepsilon_0 > 0$ справедливо неравенство

$$|g'(z)| \leq \varepsilon_0 n, \quad z \in D_n = \left\{ |z| \leq 1 - \frac{6}{\varepsilon_0 n} \right\}.$$

Положим $V(\theta) = \exp(-i\Im\{g((1 - 6/(\varepsilon_0 n))e^{i\theta})\})$.

Для $V'(\theta)$ имеем: $|V'(\theta)| \leq \varepsilon_0 n$. Если ω — модуль непрерывности $V(\theta)$, то, как легко видеть, $\omega(V, 1/n) \leq \varepsilon_0$. Из неравенства Джексона (см. [7]) следует, что существует тригонометрический полином $V_n(\theta) = \sum_{k=-n}^n C_k e^{ik\theta}$ такой, что

$$\sup_{\theta \in [0, 2\pi]} |V(\theta) - V_n(\theta)| \leq \varepsilon_0 M,$$

где M — абсолютная константа Джексона. Теперь ε_0 полагаем равным $1/(2M)$. Далее находим (из Леммы 2) $\delta_0 = \delta_0(C_0) = \delta_0(12M)$.

Так как $|V(\theta) - V_n(\theta)| \leq 1/2$, то

$$\Re \left[\frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} V_n(\theta) \right] \geq \frac{1}{2} \left| \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} \right|, \quad z \in \partial D_n.$$

Положим

$$\psi(z) = z^{n+1} \sum_{k=-n}^n C_k \left[\frac{z}{1 - 12M/n} \right]^k.$$

Легко видеть, что ψ — аналитична в D_n , $\psi(0) = 0$, $|\psi| \leq 3/2$ в D_n . Теперь к функции ψ применяем лемму 2. Т.е. функция f , определенная в D_n , будет однолистной. Запишем логарифмическое представление этой функции:

$$\log \frac{f(z)}{z} = \log \frac{f_0(z)}{z} + \frac{\delta_0}{n} \psi(z) \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)}.$$

$(n + 1)$ -й логарифмический коэффициент будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \gamma_{n+1}(f) &= \gamma_{n+1}(f_0) + \frac{\delta_0}{2\pi n} \int_0^{2\pi} \frac{\psi(re^{i\theta})}{r^{n+1} e^{(n+1)i\theta}} \frac{re^{i\theta} f'_0(re^{i\theta})}{f_0(re^{i\theta})} d\theta = \\ &= \gamma_{n+1}(f_0) + \frac{\delta_0}{2\pi n} \int_0^{2\pi} \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} V_n(\theta) d\theta. \end{aligned}$$

Следовательно

$$\Re[\gamma_{n+1}(f)] \geq \Re[\gamma_{n+1}(f_0)] + \frac{\delta_0}{4\pi n} \int_0^{2\pi} \left| \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} \right| d\theta.$$

Если

$$\Re[\gamma_{n+1}(f_0)] \geq \frac{\delta_0}{8\pi n} \int_0^{2\pi} \left| \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} \right| d\theta,$$

то f полагаем равным f_0 . Если

$$\Re[\gamma_{n+1}(f_0)] \leq \frac{\delta_0}{8\pi n} \int_0^{2\pi} \left| \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} \right| d\theta,$$

то, как легко видеть,

$$\Re[\gamma_{n+1}(f)] \geq \frac{\delta_0}{8\pi n} \int_0^{2\pi} \left| \frac{zf'_0(z)}{f_0(z)} \right| d\theta.$$

Во всех выше написанных неравенствах интегралы берутся по окружности $|z| = r = 1 - 12M/n$. Функция

$$\frac{1}{T} f \left(\left(1 - \frac{12M}{n} \right) z \right) \in S_1, \quad T = \sup_{z \in D_n} |f(z)|.$$

Для нее

$$\begin{aligned} |\gamma_{n+1}(f)| &\geq \left(1 - \frac{12M}{n} \right)^n \frac{\delta_0}{8\pi n} \int_0^{2\pi} \left| \frac{z f'_0(z)}{f_0(z)} \right| d\theta \geq \\ &\geq \left(1 - \frac{12M}{n} \right)^n \frac{\delta_0}{16\pi n} \int_0^{2\pi} \left| \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| d\theta. \end{aligned}$$

Этим и завершается доказательство теоремы.

В формулировке данной теоремы при $n \geq 1$ класс S_1 можно, также, заменить на S .

Теорема 2. Верны следующие соотношения

$$A_n \leq C \log n B_{n \log n},$$

$$\Gamma_n \leq C \log n B_{n \log n}.$$

Доказательство. Зафиксируем $n \geq 1$. Пусть $f(z)$ – такая функция, что $\gamma_n(f) = \Gamma_n/2$, где

$$\log(f(z)/z) = \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k(f) z^k.$$

Рассмотрим функцию

$$g(z) = f(z^{\log n})^{\frac{1}{\log n}} \in S.$$

Всюду в дальнейшем под $\log n$ будем понимать целую часть $\log n$. Запишем логарифмическое представление функции $g(z)$:

$$\log \frac{g(z)}{z} = \frac{1}{\log n} \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k(f) z^{k \log n}, \quad \gamma_{n \log n}(g) = \frac{\Gamma_n}{2 \log n}.$$

Введем функцию

$$h(\zeta) = \frac{1}{g\left(\frac{1}{\zeta}\right)} \in \Sigma, \quad \zeta \in D^-.$$

В силу (3) и определения B_n можем записать следующую цепочку неравенств:

$$\begin{aligned} B_{n \log n} &\geq b_{n \log n}(h) \geq \frac{C}{n \log n} \int_{|z|=1-1/(n \log n)} \left| \frac{g'(z)}{g^2(z)} \right| |dz| \geq \\ &\frac{C}{n \log n \sup_{|z|=1-1/(n \log n)} |g(z)|} \int_{|z|=1-1/(n \log n)} \left| \frac{g'(z)}{g(z)} \right| |dz| \geq \\ &\frac{C \gamma_{n \log n}(g)}{\sup_{|z|=1-1/(n \log n)} |g(z)|} \geq \frac{C}{\sup_{|z|=1-1/(n \log n)} |g(z)|} \frac{\Gamma_n}{\log n}. \end{aligned}$$

Осталось доказать, что

$$\sup_{|z|=1-1/(n \log n)} |g(z)| \leq Q,$$

где Q — абсолютная положительная константа. В самом деле, пусть $|z| = 1 - 1/(n \log n)$. Тогда

$$|g(z)| = \left| f^{\frac{1}{\log n}}(z^{\log n}) \right| \leq \left[\frac{\left(1 - \frac{1}{n \log n} \right)^{\log n}}{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{n \log n} \right)^{\log n} \right)^2} \right]^{\frac{1}{\log n}}.$$

Здесь мы воспользовались известным неравенством для функций из класса S . Простые выкладки показывают, что предел выражения, стоящего справа, при $n \rightarrow \infty$ меньше бесконечности.

Этим и завершается доказательство того, что $\Gamma_n \leq C \log n B_{n \log n}$. Для доказательства первого неравенства заметим, что из (31) и теоремы 3 легко следует, что существует абсолютная константа P такая, что $A_n \leq P \Gamma_n$.

Справедливо

Следствие. *Имеют место соотношения*

$$\frac{A_n}{B_n} = O(\log n), \quad n \rightarrow \infty,$$

$$\frac{\Gamma_n}{B_n} = O(\log n), \quad n \rightarrow \infty.$$

Доказательство. Очевидно достаточно показать, что существует положительная константа C , такая что $B_m \leq C B_n$ для любых натуральных чисел m, n , удовлетворяющих неравенству $m \geq n$. Последний результат фактически является следствием конструкции, построенной Карлесоном и Джонсом [4].

Список литературы

- 1 Gronwall T.H. Some remarks on conformal representation // Ann. of Math. - 1914 - 1915. - V. 2. - № 16. - P. 72-76
- 2 Лебедев Н.А. Принцип площадей в теории однолистных функций. - М.: Наука, 1975. - 336 с.
- 3 Littlewood J. On inequalities in the theory of functions // Proc. London Math. Soc. (2). - 1925. - V. 23. - P. 481-519.
- 4 Carleson L. and Jones P. On coefficient problems for univalent functions // Duke math. J. - 1992. - V. 66. № 2. - P. 169-206.
- 5 Beliaev D., Smirnov S. Random conformal snowflakes // Ann. Math. - 2010. - V. 172. - P. 597-615
- 6 Hedenmalm H, Shimorin S., Weighted Bergman spaces and the integral means spectrum of conformal mappings // Duke Math. J. - 2005. - V. 127. - P. 341-393.
- 7 Корнейчук Н.П. Точные константы в теории приближения. - М.: Наука, 1987. - 425 с.
- 8 Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1966. - 628 с.
- 9 Авхадиев Ф.Г. Об условиях однолистности аналитических функций // Известия Вузов. Математика. - 1970. - N 11. - С. 3 - 13.

И.Р. Каюмов

Қазан федералды университетінің математика және механика институты, Қазан, Ресей

Кейбір біржапырақты функциялар кластарының коэффициенттері салыстыру туралы

Аннотация: Бірлік шарда голоморфты, біржапырақты шенелген функциялар класстарындағы коэффициенттерді салыстыру теоремалары дәлелденген. Соның ішінде, Л. Карлесон және П. Джонның бір нәтижесі жақсартылған.

Түйін сөздер: біржапырақты функциялардың коэффициенттері, шенелген біржапырақты функциялардың коэффициенттері, логарифмдік коэффициенттер, интегралды орташалар.

I. Kayumov

Institute of Mathematics and Mechanics Kazan Federal University, Kazan, Russia

Comparison theorems for certain classes of univalent functions

Abstract: We prove comparisons theorems for certain classes of univalent functions holomorphic in the unit disk. In particular, we improve corresponding results obtained by L. Carleson and P. Jones.

Keywords: coefficients of univalent functions, coefficients of bounded univalent functions, logarithmic coefficients, integral means

References

- 1 Gronwall T.H. Some remarks on conformal representation, Ann. of Math., 2(16), 72-76(1914 - 1915).
- 2 Lebedev N.A. [The area principle in the theory of univalent functions] (Nauka, Moscow, 1975, 336 p.).
- 3 Littlewood J. On inequalities in the theory of functions, Proc. London Math. Soc. (2), 23, 481-519(1925).
- 4 Carleson L. and Jones P. On coefficient problems for univalent functions, Duke math. J., 66(2), 169-206(1992).

- 5 Beliaev D., Smirnov S. Random conformal snowflakes, *Ann. Math.*, 172, 597-615(2010).
- 6 Hedenmalm H, Shimorin S., Weighted Bergman spaces and the integral means spectrum of conformal mappings, *Duke Math. J.*, 127, 341–393(2005).
- 7 Korneichuk N.P. Exact constants in approximation theory (Nauka, Moscow, 1987, 425 p.).
- 8 Goluzin G.M. The geometric theory of functions of a complex variable (Nauka, Moscow, 1966, 628 p.).
- 9 Avkhadiev F.G. On the conditions for the univalence of analytic functions, [*News of Universities. Maths*], (11), 3-13(1970).

Сведения об авторах:

Каюмов И.Р. – физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, Қазан федералды университетінің математика және механика институты, Кремлевская көш., 18, Қазан, Ресей.

Каюмов И.Р. – Prof., Doctor of Phys. -Math. Sciences, Kazan Federal University, Kazan, Russia.

Поступила в редакцию 7.09.2019

**«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика.
Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға
қойылатын талаптар**

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теоремадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.

Provision on articles submitted to the journal
"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulmathmc.enu.kz*.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "..., see [3, § 7, Lemma 6]"; "..., see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). *E-mail:* *vest_math@enu.kz*. *Сайт:* *bulmathmc.enu.kz*.

Правила представления работ в журнал
"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Компьютерные науки. Механика"

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bul-mathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубрикатора МРНТИ (Международный рубрикатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохранять структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

Бас редактор:

Н. Темірғалиев

Жауапты редактор:

А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы.
- 2019. 3(128)- Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 61-б.
Шартты б.т. - 3,88. Таралымы - 25 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00 (ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды