

<https://doi.org/10.32523/2616-7182>

ISSN 2616-7182
eISSN 2663-1326



Л.Н.Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университетінің
ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N.Gumilyov Eurasian
National University

№2 (127)/2019

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н.Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА
сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS
Series

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА
Серия

bulmathmc.enu.kz



ISSN 2616-7182
eISSN 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК
Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

№2(127)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2019
Nur-Sultan, 2019
Нур-Султан, 2019

БАС РЕДАКТОРЫ
ф.-м.ғ.д., проф
Темірғалиев Н. (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары **Жұбанышева А.Ж.**, PhD
(Қазақстан)
Бас редактордың орынбасары **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Алимхан Килян	PhD, проф. (Жапония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Қытай)
Бекенов М.И.	ф.-м.ғ.к., доцент (Қазақстан)
Гогинава У.	ф.-м.ғ.д., проф. (Грузия)
Голубов Б.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Зунг Динь	ф.-м.ғ.д., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Иванов В.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Иосевич А.	PhD, проф. (АҚШ)
Калиев И.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Кобельков Г.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Курина Г.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Марков В.В.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Мейрманов А.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Смелянский Р.Л.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Умирбаев У.У.	ф.-м.ғ.д., проф. (АҚШ)
Холщевникова Н.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. докторы, проф. (Германия)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтпаев к-сі, 2, 349 бөлме.
Тел: +7 (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Жауапты редактор: А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы
Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.
Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде тіркелген.
27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу қуәлігі.
Тиражы: 30 дана
Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел: +7 (7172)709-500 (ішкі 31-428).

EDITOR-IN-CHIEF
Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences
Temirgaliyev N. (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Zhubanysheva A.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Nauryzbayev N.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Editorial board

Abakumov E.V.	PhD, Prof. (France)
Alexeyeva L.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Alexander Iosevich	PhD, Prof. (USA)
Alimhan Keylan	PhD, Prof. (Japan)
Bekzhan Turdybek	PhD, Prof. (China)
Bekenov M.I.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
Goginava U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Georgia)
Golubov B.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Dũng Dinh	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
Ibrayev A.G.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
Ivanov V.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kaliev I.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kobel'kov G.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kurina G.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Markov V.V.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Meirmanov A.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Smelyansky R.L.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Umirbaev U.U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
Kholshechnikova N.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Schmeisser Hans-Juergen	Dr. habil., Prof. (Germany)

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 349, Nur-Sultan, Kazakhstan, 010008
Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_math@enu.kz

Responsible Editor-in-Chief: A.Zh. Zhubanysheva

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 30 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-428).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
профессор, д.ф.-м.н.
Темиргалиев Н. (Казахстан)

Зам. главного редактора **Жубанышева А.Ж.**, PhD (Казахстан)

Зам. главного редактора **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD (Казахстан)

Редакционная коллегия

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Алимхан Килян	PhD, проф. (Япония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Китай)
Бекенов М.И	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
Гогинава У.	д.ф.-м.н., проф. (Грузия)
Голубов Б.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Зунг Динь	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Иванов В.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Иосевич А.	PhD, проф. (США)
Калиев И.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Кобельков Г.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Курина Г.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Марков В.В.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Мейрманов А.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Смелянский Р.Л.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Умирбаев У.У.	д.ф.-м.н., проф. (США)
Холщевникова Н.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. доктор, проф. (Германия)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 349
Тел: +7 (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Ответственный редактор: А.Ж. Жубанышева

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА
Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год.
Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.
Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.
Тираж: 30 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан,
ул. Кажымукана, 12/1, тел.: +7 (7172)709-500 (вн.31-428).

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАВАРШЫСЫ. МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА
СЕРИЯСЫ, №2(127)/2019

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА-КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР

<i>Темірғалиев Н.</i> Тригонометриялық Фурье қатарларының түрлендірулері мен абсолютті жинақталуы	8
<i>Макдональд А.</i> Үшбұрыштар аудандары мен ақырлы сақиналардағы SL_2 әрекеттер	27
<i>Зунг Динь</i> Логнормаланған алғашқы мәліметтермен берілген параметрлі эллиптикалық дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін көпөлшемді коллокациялық салмақты жуықтаулар	39
<i>Нұрлыбаев А.Н., Ковалева И.М.</i> n -номдық алгебрадағы комбинаторлық әдістер және олардың қолданулары	46

МЕХАНИКА

<i>Минглибаев М.Дж., Кушекбай А.Қ.</i> Массалары, өлшемдері және пішіндері айнымалы үш дене есебінің ілгерімелі-айналмалы қозғалыс теңдеулері	58
---	----

CONTENTS

MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE

<i>Temirgaliyev N.</i> Transformation and Absolute Convergence of Trigonometric Fourier Series	8
<i>McDonald A.</i> Areas of Triangles and SL_2 Actions in Finite Rings	27
<i>Dũng Dinh</i> High-dimensional Collocation Weighted Approximations For Parametric Elliptic PDEs With Lognormal Inputs	39
<i>Nurlybaev A.N., Kovaleva I.M.</i> Combinatorial Methods in n -nomial Algebra and Their Application	46

MECHANICS

<i>Minglibayev M.Zh., Kushekbay A.K.</i> Equations of Translational-rotational Motion of the Problem of Three Axisymmetric Bodies with Variable Masses, Sizes and Shapes	58
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА-компьютерные науки

<i>Темиргалиев Н.</i> Преобразования и абсолютная сходимость тригонометрических рядов Фурье	8
<i>Макдональд А.</i> Площади треугольников и SL_2 действия в конечных кольцах	27
<i>Зунг Динь</i> Высокорамерные коллокационные весовые приближения для параметрических эллиптических уравнений в частных производных с логнормальными входными данными	39
<i>Нурлыбаев А.Н., Ковалева И.М.</i> Комбинаторные методы в алгебре n -номов и их применения	46

МЕХАНИКА

<i>Минглибаев М.Дж., Кушекбай А.Қ.</i> Уравнения поступательно-вращательного движения задачи трех осесимметричных тел с переменными массами, размерами и формами	58
--	----

МАХАНИКА MECHANICS

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика.
Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы, 2019, том 127, №2, 58-65 беттер
<http://bulmathmc.enu.kz>, E-mail: vest_math@enu.kz

МРНТИ: 41.03.02

М.Дж. Минглибаев¹, А.Қ. Кушекбай²

*Механико-математический факультет Казахского национального университета имени
аль-Фараби, Алматы, Казахстан
(E-mail: ¹ minglibayev@gmail.com, ² kkabylay@gmail.com)*

Уравнения поступательно-вращательного движения задачи трех осесимметричных тел с переменными массами, размерами и формами

Аннотация: Исследуется поступательно - вращательное движение трех свободных осесимметричных небесных тел с переменными массами, размерами и переменного сжатия, взаимодействующих по закону Ньютона.

Получены дифференциальные уравнения поступательно-вращательного движения осесимметричных трех тел в абсолютной системе координат. Оси собственной системы координат нестационарных осесимметричных трех тел направлены по главным осям инерции тел, и предполагается, что в ходе эволюции их относительная ориентация остаются неизменными.

Исходя из уравнений движения в абсолютной системе координат получены уравнения поступательно-вращательного движения нестационарных осесимметричных трех тел в относительной системе координат, с началом в центре более массивного тела.

Приведено аналитическое выражение силовой функции ньютоновского взаимодействия трех нестационарных осесимметричных тел с переменными массами, размерами и переменным сжатием.

Ключевые слова: поступательно - вращательное движение, переменная масса, задача трех тел, осесимметричные небесные тела.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182/2019-127-58-65>

1. Введение

В классической небесной механике реальные небесные тела моделируются материальной точкой (сферически симметричное тело). В случаях, когда такое описание физических явлений неадекватно отражает суть реальной небесно-механической проблемы, небесные тела моделируются твердыми телами постоянного размера, массы и неизменной структуры [1, 321стр., 2, 398стр.]. Наблюдательная астрономия свидетельствует, что реальные небесные тела неточечные и нетвердые. Небесные тела нестационарны, в процессе эволюции меняются их массы, размеры, формы и структуры [3, стр.10; 4].

В связи с этим становится актуальным создание математических моделей движения небесных тел с переменными массами, размерами и формами.

Целью настоящей работы является получение дифференциальных уравнений поступательно-вращательного движения нестационарных трех осесимметричных тел с переменными массами, размерами и переменного сжатия – математической модели исследуемой проблемы.

2. Постановка задачи и уравнения движения в абсолютной системе координат

2.1 Физическая постановка задачи и допущения

Рассмотрим движение трех нестационарных свободных небесных тел T_0 , T_1 , и T_2 с переменными массами, размерами и переменного сжатия, взаимодействующих по закону Ньютона.

Пусть $m_i = m_i(t_0)\nu_i$ – масса, $l_i = l_i(t_0)\chi_i$ – характерный линейный размер, и A_i , B_i , C_i – главные моменты инерции 2-го порядка тела T_i , t_0 – начальное время, ν_i , χ_i – безразмерные заданные функции времени.

Пусть эллипсоид инерции различных, осесимметричных тел T_0 , T_1 , T_2 и имеет экваториальную плоскость симметрии и в процессе эволюции эти свойства сохраняются. Так же допустим, что сжатия тел относительно экваториальной плоскости переменны. Исходные расположения главных осей инерции и центр инерции осесимметричных тел в ходе эволюции остаются неизменными и направлены вдоль линии пересечения трех взаимоперпендикулярных плоскостей.

Примем следующие допущения:

1. Тела с переменными массами $m_i = m_i(t)$, $i = 0, 1, 2$, обладают экваториальными плоскостями симметрии и характерными линейными размерами $l_i = l_i(t)$. Моменты инерции второго порядка рассматриваемых тел суть переменные

$$A_i = A_i(t), \quad B_i = B_i(t), \quad C_i = C_i(t). \quad (1)$$

2. Тела осесимметричные, динамическая форма тел остаются неизменными в ходе эволюции

$$A_i(t) = B_i(t) \neq C_i(t). \quad (2)$$

3. Оси собственной системы координат тел совпадают с главными осями инерции и это положение все время движения сохраняется.

4. Массы и характерные размеры тел меняются с различными удельными темпами

$$\frac{\dot{m}_0(t)}{m_0(t)} \neq \frac{\dot{m}_1(t)}{m_1(t)} \neq \frac{\dot{m}_2(t)}{m_2(t)}, \quad \frac{\dot{l}_0(t)}{l_0(t)} \neq \frac{\dot{l}_1(t)}{l_1(t)} \neq \frac{\dot{l}_2(t)}{l_2(t)}. \quad (3)$$

5. Допустим, что суммарные реактивные силы равны нулю и дополнительные моменты также равны нулю:

$$\vec{F}_{\text{реак}} = 0, \quad \vec{M}^{(\text{доп})} = 0. \quad (4)$$

Ограничимся приближенным выражением второй зональной гармоники

$$U = U_{01} + U_{12} + U_{20}. \quad (5)$$

2.2 Уравнения движения в абсолютной системе координат

Пусть $O\xi\eta\zeta$ – абсолютная система координат, ξ_i, η_i, ζ_i – абсолютные координаты центра инерции G_i тела T_i (см. Рис. 1).

В принятых допущениях (1)-(5), уравнения поступательно - вращательного движения трех нестационарных осесимметричных тел в абсолютной системе координат $O\xi\eta\zeta$ в рассматриваемой постановке имеют вид [3, стр.87]

$$m_i \ddot{\xi}_i = \frac{\partial U}{\partial \xi_i}, \quad m_i \ddot{\eta}_i = \frac{\partial U}{\partial \eta_i}, \quad m_i \ddot{\zeta}_i = \frac{\partial U}{\partial \zeta_i}$$

$$\frac{d}{dt}(A_i p_i) - (A_i - C_i) q_i r_i = \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_i} - \cos \theta_i \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} \right] \frac{\sin \varphi_i}{\sin \theta_i} + \cos \varphi_i \frac{\partial U}{\partial \theta_i},$$

$$\frac{d}{dt}(A_i q_i) - (C_i - A_i) p_i r_i = \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_i} - \cos \theta_i \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} \right] \frac{\cos \varphi_i}{\sin \theta_i} - \sin \varphi_i \frac{\partial U}{\partial \theta_i},$$

$$\frac{d}{dt}(C_i r_i) = \frac{\partial U}{\partial \varphi_i} = 0.$$

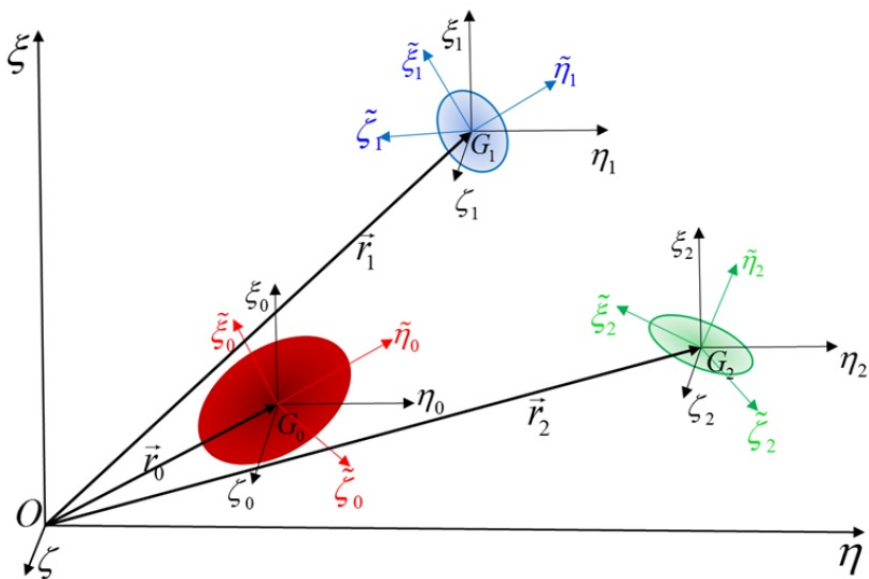


Рисунок 1 – Тела в абсолютной системе координат

Здесь $p_i, q_i, r_i, i = 0, 1, 2$ проекции угловой скорости вращательного движения тела T_i на оси собственной системы координат $G_i x_i y_i z_i$, которые описываются кинематическими уравнениями Эйлера

$$p_i = \dot{\psi}_i \sin \theta_i \sin \varphi_i + \dot{\theta}_i \cos \varphi_i, \quad q_i = \dot{\psi}_i \sin \theta_i \cos \varphi_i - \dot{\theta}_i \sin \varphi_i, \quad r_i = \dot{\psi}_i \cos \theta_i + \dot{\varphi}_i,$$

где $\varphi_i, \psi_i, \theta_i$ – углы Эйлера (см. Рис. 2).

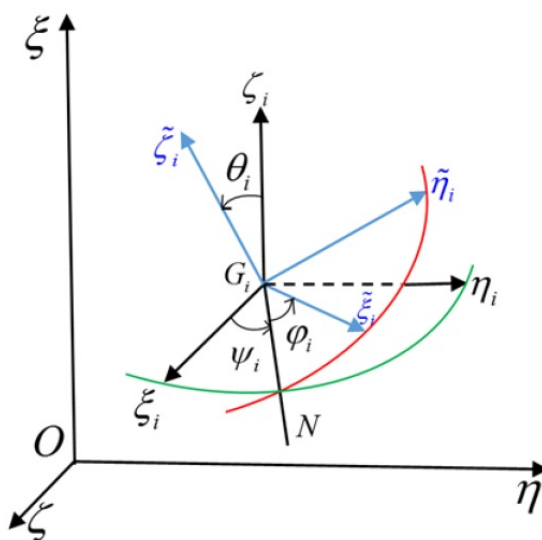


Рисунок 2 – Углы Эйлера

3. Уравнения движения в относительной системе координат с началом в центре тела T_0

Переходим к относительной системе координат $G_0 \xi_0 \eta_0 \zeta_0$. При этом, начало относительной системы координат совпадает с барицентром тела T_0 , а координатные оси параллельны соответствующим координатным осям абсолютной системы координат (см.

Рис. 3)

$$x_j = \xi_j - \xi_0, y_j = \eta_j - \eta_0, z_j = \zeta_j - \zeta_0, j = 1, 2.$$

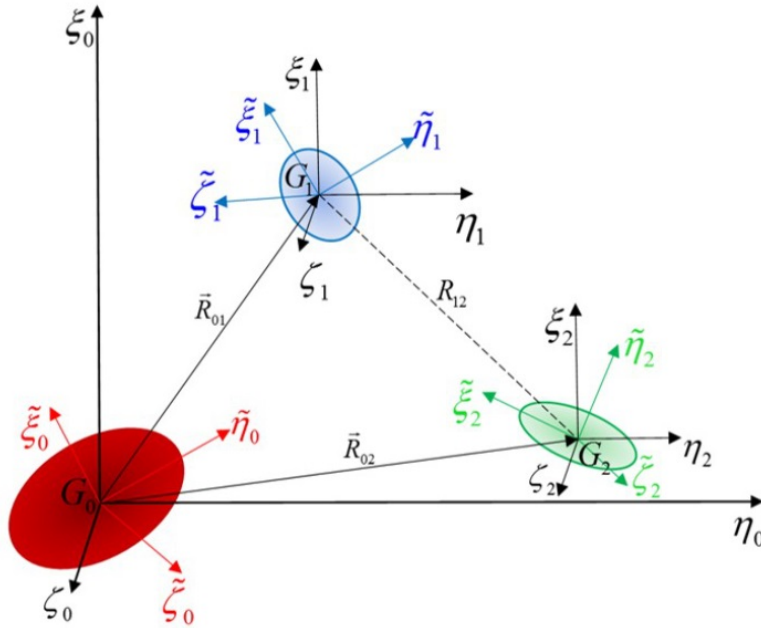


Рисунок 3 – Тела в относительной системе координат

Уравнения вращательного движения тела T_0 в относительной системе координат записывается следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(A_0 p_0) - (A_0 - C_0) q_0 r_0 &= \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_0} - \cos \theta_0 \frac{\partial U}{\partial \varphi_0} \right] \frac{\sin \varphi_0}{\sin \theta_0} + \cos \varphi_0 \frac{\partial U}{\partial \theta_0}, \\ \frac{d}{dt}(A_0 q_0) - (C_0 - A_0) p_0 r_0 &= \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_0} - \cos \theta_0 \frac{\partial U}{\partial \varphi_0} \right] \frac{\cos \varphi_0}{\sin \theta_0} - \sin \varphi_0 \frac{\partial U}{\partial \theta_0}, \\ \frac{d}{dt}(C_0 r_0) &= \frac{\partial U}{\partial \varphi_0} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь p_0, q_0, r_0 – проекции угловой скорости вращательного движения тела T_0 на оси собственной системы координат $G_0 x_0 y_0 z_0$, которые описываются кинематическими уравнениями Эйлера

$$p_0 = \dot{\psi}_0 \sin \theta_0 \sin \varphi_0 + \dot{\theta}_0 \cos \varphi_0, \quad q_0 = \dot{\psi}_0 \sin \theta_0 \cos \varphi_0 - \dot{\theta}_0 \sin \varphi_0, \quad r_0 = \dot{\psi}_0 \cos \theta_0 + \dot{\varphi}_0, \quad (7)$$

где $\varphi_0, \psi_0, \theta_0$ – углы Эйлера.

Уравнения поступательно-вращательного движения тела T_1 в относительной системе координат записывается следующим образом

$$\mu_1(t) \ddot{x}_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad \mu_1(t) \ddot{y}_1 = \frac{\partial U}{\partial y_1}, \quad \mu_1(t) \ddot{z}_1 = \frac{\partial U}{\partial z_1}, \quad (8)$$

где

$$\mu_1(t) = m_1(t) m_0(t) / (m_1(t) + m_0(t)) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(A_1 p_1) - (A_1 - C_1) q_1 r_1 &= \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_1} - \cos \theta_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi_1} \right] \frac{\sin \varphi_1}{\sin \theta_1} + \cos \varphi_1 \frac{\partial U}{\partial \theta_1}, \\ \frac{d}{dt}(A_1 q_1) - (C_1 - A_1) p_1 r_1 &= \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_1} - \cos \theta_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi_1} \right] \frac{\cos \varphi_1}{\sin \theta_1} - \sin \varphi_1 \frac{\partial U}{\partial \theta_1}, \\ \frac{d}{dt}(C_1 r_1) &= \frac{\partial U}{\partial \varphi_1} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

а p_1, q_1, r_1 – проекции угловой скорости вращательного движения второго тела на оси собственной системы координат.

Соответственно кинематические уравнения Эйлера перепишем в виде

$$p_1 = \dot{\psi}_1 \sin \theta_1 \sin \varphi_1 + \dot{\theta}_1 \cos \varphi_1, \quad q_1 = \dot{\psi}_1 \sin \theta_1 \cos \varphi_1 - \dot{\theta}_1 \sin \varphi_1, \quad r_1 = \dot{\psi}_1 \cos \theta_1 + \dot{\varphi}_1 \quad (11)$$

Аналогично уравнения поступательно-вращательного движения тела T_2 в относительной системе координат записывается следующим образом

$$\mu_2(t)\ddot{x}_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2}, \quad \mu_2(t)\ddot{y}_2 = \frac{\partial U}{\partial y_2}, \quad \mu_2(t)\ddot{z}_2 = \frac{\partial U}{\partial z_2}, \quad (12)$$

где

$$\mu_2(t) = m_2(t)m_0(t)/(m_2(t) + m_0(t)) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(A_2 p_2) - (A_2 - C_2)q_2 r_2 &= \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_2} - \cos \theta_2 \frac{\partial U}{\partial \varphi_2} \right] \frac{\sin \varphi_2}{\sin \theta_2} + \cos \varphi_2 \frac{\partial U}{\partial \theta_2}, \\ \frac{d}{dt}(A_2 q_2) - (C_2 - A_2)p_2 r_2 &= \left[\frac{\partial U}{\partial \psi_2} - \cos \theta_2 \frac{\partial U}{\partial \varphi_2} \right] \frac{\cos \varphi_2}{\sin \theta_2} - \sin \varphi_2 \frac{\partial U}{\partial \theta_2}, \\ \frac{d}{dt}(C_2 r_2) &= \frac{\partial U}{\partial \varphi_2} = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

а p_2, q_2, r_2 – проекции угловой скорости вращательного движения второго тела на оси собственной системы координат.

Соответственно кинематические уравнения Эйлера перепишем в виде

$$p_2 = \dot{\psi}_2 \sin \theta_2 \sin \varphi_2 + \dot{\theta}_2 \cos \varphi_2, \quad q_2 = \dot{\psi}_2 \sin \theta_2 \cos \varphi_2 - \dot{\theta}_2 \sin \varphi_2, \quad r_2 = \dot{\psi}_2 \cos \theta_2 + \dot{\varphi}_2 \quad (15)$$

Полученные уравнения (6) – (7), (8) – (11), (12) – (15) полностью характеризуют вращательное движение тела T_0 и поступательно-вращательное движение тел T_1 и T_2 соответственно, в относительной системе координат $G_0 \xi_0 \eta_0 \zeta_0$ в рассматриваемой постановке.

4. Силовая функция рассматриваемой задачи

Пусть M_i ($i = 0, 1, 2$) есть текущая точка тела T_i , в которой сосредоточена элементарная притягивающая масса. В общем случае ньютоновская силовая функция рассматриваемой задачи трех нестационарных тел имеет вид [1-3]

$$U = U_{01} + U_{12} + U_{20},$$

где

$$U_{01} = f \int_{(T_0)} \int_{(T_1)} \frac{dm_0 dm_1}{\delta_{01}}, \quad U_{02} = f \int_{(T_0)} \int_{(T_2)} \frac{dm_0 dm_2}{\delta_{02}}, \quad U_{12} = f \int_{(T_1)} \int_{(T_2)} \frac{dm_1 dm_2}{\delta_{12}}, \quad (16)$$

$$\delta_{ij} = \delta_{ji} = \sqrt{(\xi_j^* - \xi_i^*)^2 - (\eta_j^* - \eta_i^*)^2 - (\zeta_j^* - \zeta_i^*)^2}$$

есть взаимное расстояние между точками M_i и M_j , а f – гравитационная постоянная.

В настоящей работе ограничимся приближенными выражениями соотношений (16) до второй гармоники включительно

$$\begin{aligned} U_{01} &= f \frac{m_0 m_1}{R_{01}} + f m_0 \frac{A_1 + B_1 + C_1 - 3I_{10}}{2R_{01}^3} + f m_1 \frac{A_0 + B_0 + C_0 - 3I_{01}}{2R_{01}^3} \\ I_{01} &= A_0(t)(\alpha_{01}^2 + \beta_{01}^2) + C_0(t)\gamma_{01}^2, \quad I_{10} = A_1(t)(\alpha_{10}^2 + \beta_{10}^2) + C_1(t)\gamma_{10}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} U_{12} &= f \frac{m_1 m_2}{R_{12}} + f m_1 \frac{A_2 + B_2 + C_2 - 3I_{21}}{2R_{12}^3} + f m_2 \frac{A_1 + B_1 + C_1 - 3I_{12}}{2R_{12}^3} \\ I_{12} &= A_1(t)(\alpha_{12}^2 + \beta_{12}^2) + C_1(t)\gamma_{12}^2, \quad I_{21} = A_2(t)(\alpha_{21}^2 + \beta_{21}^2) + C_2(t)\gamma_{21}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

$$U_{20} = f \frac{m_2 m_0}{R_{20}} + f m_2 \frac{A_0 + B_0 + C_0 - 3I_{02}}{2R_{20}^3} + f m_0 \frac{A_2 + B_2 + C_2 - 3I_{20}}{2R_{20}^3}$$

$$I_{20} = A_2(t)(\alpha_{20}^2 + \beta_{20}^2) + C_2(t)\gamma_{20}^2, \quad I_{02} = A_0(t)(\alpha_{02}^2 + \beta_{02}^2) + C_0(t)\gamma_{02}^2, \quad (19)$$

где I_{ij} – момент инерции трех осесимметричных тел относительно прямой R_{ij} .

В формулах (17) α_{01} , β_{01} , γ_{01} есть косинусы углов, образуемых прямой G_0G_1 с главными центральными осями инерции тела T_0 , а α_{10} , β_{10} , γ_{10} – аналогичные величины для тела T_1 :

$$\alpha_{01} = a_{11}^{(0)} \frac{x_1}{R_{01}} + a_{21}^{(0)} \frac{y_1}{R_{01}} + a_{31}^{(0)} \frac{z_1}{R_{01}} = \cos(\overrightarrow{R_{01}} \wedge \overrightarrow{G_0\xi_0}),$$

$$\beta_{01} = a_{12}^{(0)} \frac{x_1}{R_{01}} + a_{22}^{(0)} \frac{y_1}{R_{01}} + a_{32}^{(0)} \frac{z_1}{R_{01}} = \cos(\overrightarrow{R_{01}} \wedge \overrightarrow{G_0\eta_0}),$$

$$\gamma_{01} = a_{13}^{(0)} \frac{x_1}{R_{01}} + a_{23}^{(0)} \frac{y_1}{R_{01}} + a_{33}^{(0)} \frac{z_1}{R_{01}} = \cos(\overrightarrow{R_{01}} \wedge \overrightarrow{G_0\zeta_0}),$$

$$\alpha_{10} = a_{11}^{(1)} \frac{-x_1}{R_{10}} + a_{21}^{(1)} \frac{-y_1}{R_{10}} + a_{31}^{(1)} \frac{-z_1}{R_{10}} = \cos(\overrightarrow{R_{10}} \wedge \overrightarrow{G_1\xi_1}),$$

$$\beta_{10} = a_{12}^{(1)} \frac{-x_1}{R_{10}} + a_{22}^{(1)} \frac{-y_1}{R_{10}} + a_{32}^{(1)} \frac{-z_1}{R_{10}} = \cos(\overrightarrow{R_{10}} \wedge \overrightarrow{G_1\eta_1}),$$

$$\gamma_{10} = a_{13}^{(1)} \frac{-x_1}{R_{10}} + a_{23}^{(1)} \frac{-y_1}{R_{10}} + a_{33}^{(1)} \frac{-z_1}{R_{10}} = \cos(\overrightarrow{R_{10}} \wedge \overrightarrow{G_1\zeta_1}),$$

В формулах (19) α_{02} , β_{02} , γ_{02} есть косинусы углов образуемых прямой G_0G_2 с главными центральными осями инерции тела T_0 , а α_{20} , β_{20} , γ_{20} – аналогичные величины для тела T_2 :

$$\alpha_{02} = a_{11}^{(0)} \frac{x_2}{R_{02}} + a_{21}^{(0)} \frac{y_2}{R_{02}} + a_{31}^{(0)} \frac{z_2}{R_{02}} = \cos(\overrightarrow{R_{02}} \wedge \overrightarrow{G_0\xi_0}),$$

$$\beta_{02} = a_{12}^{(0)} \frac{x_2}{R_{02}} + a_{22}^{(0)} \frac{y_2}{R_{02}} + a_{32}^{(0)} \frac{z_2}{R_{02}} = \cos(\overrightarrow{R_{02}} \wedge \overrightarrow{G_0\eta_0}),$$

$$\gamma_{02} = a_{13}^{(0)} \frac{x_2}{R_{02}} + a_{23}^{(0)} \frac{y_2}{R_{02}} + a_{33}^{(0)} \frac{z_2}{R_{02}} = \cos(\overrightarrow{R_{02}} \wedge \overrightarrow{G_0\zeta_0}),$$

$$\alpha_{20} = a_{11}^{(2)} \frac{-x_2}{R_{20}} + a_{21}^{(2)} \frac{-y_2}{R_{20}} + a_{31}^{(2)} \frac{-z_2}{R_{20}} = \cos(\overrightarrow{R_{20}} \wedge \overrightarrow{G_2\xi_2}),$$

$$\beta_{20} = a_{12}^{(2)} \frac{-x_2}{R_{20}} + a_{22}^{(2)} \frac{-y_2}{R_{20}} + a_{32}^{(2)} \frac{-z_2}{R_{20}} = \cos(\overrightarrow{R_{20}} \wedge \overrightarrow{G_2\eta_2}),$$

$$\gamma_{20} = a_{13}^{(2)} \frac{-x_2}{R_{20}} + a_{23}^{(2)} \frac{-y_2}{R_{20}} + a_{33}^{(2)} \frac{-z_2}{R_{20}} = \cos(\overrightarrow{R_{20}} \wedge \overrightarrow{G_2\zeta_2}),$$

В формулах (18) α_{12} , β_{12} , γ_{12} есть косинусы углов образуемых прямой G_1G_2 с главными центральными осями инерции тела T_1 , а α_{21} , β_{21} , γ_{21} – аналогичные величины для тела T_2 :

$$\alpha_{12} = a_{11}^{(1)} \frac{x_1 - x_2}{R_{12}} + a_{21}^{(1)} \frac{y_1 - y_2}{R_{12}} + a_{31}^{(1)} \frac{z_1 - z_2}{R_{12}} = \cos(\overrightarrow{R_{12}} \wedge \overrightarrow{G_1\xi_1}),$$

$$\beta_{12} = a_{12}^{(1)} \frac{x_1 - x_2}{R_{12}} + a_{22}^{(1)} \frac{y_1 - y_2}{R_{12}} + a_{32}^{(1)} \frac{z_1 - z_2}{R_{12}} = \cos(\overrightarrow{R_{12}} \wedge \overrightarrow{G_1\eta_1}),$$

$$\gamma_{12} = a_{13}^{(1)} \frac{x_1 - x_2}{R_{12}} + a_{23}^{(1)} \frac{y_1 - y_2}{R_{12}} + a_{33}^{(1)} \frac{z_1 - z_2}{R_{12}} = \cos(\overrightarrow{R_{12}} \wedge \overrightarrow{G_1\zeta_1}),$$

$$\alpha_{21} = a_{11}^{(2)} \frac{x_2 - x_1}{R_{21}} + a_{21}^{(2)} \frac{y_2 - y_1}{R_{21}} + a_{31}^{(2)} \frac{z_2 - z_1}{R_{21}} = \cos(\overrightarrow{R_{21}} \wedge \overrightarrow{G_2\xi_2}),$$

$$\beta_{21} = a_{12}^{(2)} \frac{x_2 - x_1}{R_{21}} + a_{22}^{(2)} \frac{y_2 - y_1}{R_{21}} + a_{32}^{(2)} \frac{z_2 - z_1}{R_{21}} = \cos(\overrightarrow{R_{21}} \wedge \overrightarrow{G_2\eta_2}),$$

$$\gamma_{21} = a_{13}^{(2)} \frac{x_2 - x_1}{R_{21}} + a_{23}^{(2)} \frac{y_2 - y_1}{R_{21}} + a_{33}^{(2)} \frac{z_2 - z_1}{R_{21}} = \cos(\overrightarrow{R_{21}} \wedge \overrightarrow{G_2 \zeta_2}),$$

где $(x_i - x_j)/R_{ij}$, $(y_i - y_j)/R_{ij}$, $(z_i - z_j)/R_{ij}$ – направляющие косинусы вектора R_{ij} относительно неподвижных осей системы координат $G_i \xi_i \eta_i \zeta_i$, $a_{ij}^{(k)}$ – косинусы углов между осями собственной подвижной системы координат жестко связанной с системой и неподвижной системы координат. Величины $a_{ij}^{(k)}$, $k = 0, 1, 2$ связаны с углами Эйлера известными формулами:

$$a_{11}^{(k)} = \cos \psi_k \cos \varphi_k - \sin \psi_k \sin \varphi_k \cos \theta_k,$$

$$a_{21}^{(k)} = \sin \psi_k \cos \varphi_k + \cos \psi_k \sin \varphi_k \cos \theta_k,$$

$$a_{31}^{(k)} = \sin \varphi_k \sin \theta_k,$$

$$a_{12}^{(k)} = -\cos \psi_k \sin \varphi_k - \sin \psi_k \cos \varphi_k \cos \theta_k,$$

$$a_{22}^{(k)} = -\sin \psi_k \sin \varphi_k + \cos \psi_k \cos \varphi_k \cos \theta_k,$$

$$a_{32}^{(k)} = \cos \varphi_k \sin \theta_k,$$

$$a_{13}^{(k)} = \sin \psi_k \sin \theta_k,$$

$$a_{23}^{(k)} = -\cos \psi_k \sin \theta_k,$$

$$a_{33}^{(k)} = \cos \theta_k.$$

5. Заключение и обсуждение

Исследовано поступательно-вращательное движение трех свободных осесимметричных небесных тел с переменными массами, размерами и переменного сжатия взаимодействующих по закону Ньютона.

Получены дифференциальные уравнения поступательно-вращательного движения осесимметричных трех тел в абсолютной системе координат. Оси собственной системы координат нестационарных осесимметричных трех тел направлены по главным осям инерции тел, и предполагается, что в ходе эволюции их относительная ориентация остаются неизменными.

Исходя из уравнений движения в абсолютной системе координат получены уравнения поступательно-вращательного движения нестационарных осесимметричных трех тел в относительной системе координат, с началом в центре более массивного тела.

Приведены аналитическое выражение силовой функций ньютоновского взаимодействия трех нестационарных осесимметричных тел с переменными массами, размерами и переменного сжатия.

В дальнейшем планируется исследование полученных дифференциальных уравнений поступательно-вращательного движения трех нестационарных осесимметричных небесных тел методами теории возмущения.

Список литературы

- 1 Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. – Москва: Наука, 1975. – 799 с.
- 2 Дубошин Г.Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы. – М.: Наука. Глав.ред.физ.-мат.лит., 1978. – 456 с.
- 3 Минглибаев М.Дж. Динамика гравитирующих тел с переменными массами и размерами. Поступательное и поступательно-вращательное движение. – Germany: Lambert Academic Publishing, 2012. – 224 с.
- 4 Bekov A. A., Omarov T. B. The theory of Orbits in Non-Stationary Stellar Systems // Astron. and Astrophys. Transactions. 2003. T. 22. – P. 145-153

М.Дж. Минглибаев, А.Қ. Кушекбай

әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Массалары, өлшемдері және пішіндері айнымалы үш дене есебінің ілгерімелі-айналмалы қозғалыс теңдеулері

Аннотация: Өзара Ньютон заңымен әсерлесетін массалары, өлшемдері және пішіндері айнымалы үш еркін, өстік симметриялы аспан денелерінің ілгерімелі-айналмалы қозғалыс теңдеулері зерттеледі.

Өстік симметриялы үш дененің абсолюттік координатадағы ілгерімелі-айналмалы қозғалыс теңдеулері алынды. Бейстационар, өстік симметриялы үш дененің өзіндік координаталар жүйесінің өстері денен инерциясының бас өстері бойымен бағытталады және эволюция барысында олардың салыстырмалы бағыттары өзгеріссіз қалады деп болжанады.

Абсолюттік координатадағы қозғалыс теңдеулеріне қарай отырып бейстационар, өстік симметриялы үш дененің бас нүктесі ең салмақты дененің центрінен басталатын салыстырмалы координаталар жүйесіндегі ілгерімелі-айналмалы қозғалыс теңдеулер алынды.

Массалары, өлшемдері және пішіндері айнымалы, бейстационар, өстік симметриялы үш дененің ньютондық әсерлесулерінің күштік функциясының аналитикалық өрнегі келтірілді.

Түйін сөздер: ілгерімелі-айналмалы қозғалыс, айнымалы масса, үш дене есебі, өстік симметриялы аспан денелері.

M.Zh. Minglibayev, A.K. Kushekbay

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Equations of translational-rotational motion of the problem of three axisymmetric bodies with variable masses, sizes and shapes

Abstract: It explores the translational and rotational movement of the three free axisymmetric celestial bodies with variable mass, size and variable compression interacting according to Newton's law.

Differential equations of translational-rotational motion of axisymmetric three bodies in the absolute coordinate system are obtained. The axes of own coordinate system of unsteady axisymmetric three bodies are directed along the principal axes of inertia of the bodies, and it is assumed that during the evolution their relative orientation remains unchanged.

Based on the equations of motion in the absolute coordinate system, the equations of translational-rotational motion of non-stationary axisymmetric three bodies in a relative coordinate system are obtained, starting at the center of the more massive body.

An analytical expression of the force functions of the Newtonian interaction of three non-stationary axisymmetric bodies with variable masses, sizes and variable compression are given.

Keywords: translational-rotational motion, variable mass, three-body problem, axisymmetric celestial bodies.

References

- 1 Duboshin G.N. Nebesnaya mehanika. Osnovnyie zadachi i metodyi, [Celestial mechanics. Main tasks and methods] (Nauka, 1975).
- 2 Duboshin G.N. Nebesnaya mehanika. Analiticheskie i kachestvennyie metodyi, [Celestial mechanics. Analytical and qualitative methods] (Nauka. Glav.red.fiz.-mat.lit., 1978).
- 3 Minglibaev M.Dzh. Dinamika gravitiruyuschih tel s peremennyimi massami i razmerami. Postupatelnoe i postupatelno-vraschatelnoe dvizhenie, [Dynamics of gravitating bodies with variable masses and sizes. Translational and translational-rotational movement] (Lambert Academic Publishing, 2012).
- 4 Bekov A. A., Omarov T. B. The theory of Orbits in Non-Stationary Stellar Systems, (Astron. and Astrophys. Transactions. 2003).

Авторлар туралы мәліметтер:

Минглибаев М.Дж. – әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Механика-математика факультеті, механика кафедрасының профессоры. әл-Фараби даңғылы 71, Алматы, Қазақстан.

Күшекбай А.К. – әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Механика-математика факультеті, механика кафедрасының PhD докторанты. әл-Фараби даңғылы 71, Алматы, Қазақстан.

Minglibayev M.Zh. – Professor of the Department of Mechanics, Faculty of Mechanics and Mathematics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

Kushekbay A.K. – 1-year PhD student of specialty mechanic, Department of Mechanics, Faculty of Mechanics and Mathematics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 13.04.2019

**«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика.
Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға
қойылатын талаптар**

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідірмеді.

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теоремадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.

**Provision on articles submitted to the journal
"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"**

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulmathmc.enu.kz*.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "..., see [3, § 7, Lemma 6]"; "..., see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). *E-mail:* *vest_math@enu.kz*. *Сайт:* *bulmathmc.enu.kz*.

Правила представления работ в журнал
"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Компьютерные науки. Механика"

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bul-mathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубризатора МРНТИ (Международный рубризатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохранять структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.

Бас редактор:

Н. Темірғалиев

Жауапты редактор:

А.Ж. Жұбанышева

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы.
- 2019. 2(127)- Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 70-б.
Шартты б.т. - 3,88. Таралымы - 30 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00 (ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды