

ISSN (Print) 2616-7182
ISSN (Online) 2663-1326



EURASIAN
NATIONAL
UNIVERSITY

Л.Н.Гумилев атындағы
Еуразия ұлттық университетінің
ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of L.N.Gumilyov Eurasian
National University

№4 (125)/2018

ВЕСТНИК

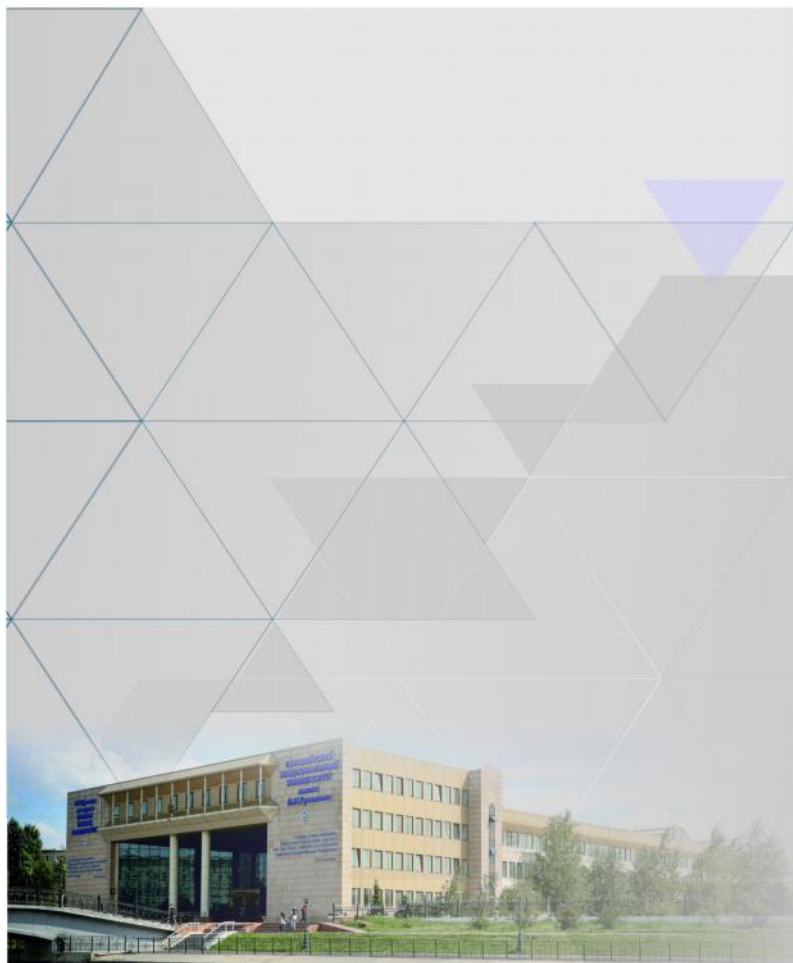
Евразийского национального
университета имени Л.Н.Гумилева

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА
сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS
Series

Серия
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА

bulmathmc.enu.kz



ISSN (Print) 2616-7182
ISSN (Online) 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN
of the L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК
Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА**

№4(125)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018
Astana, 2018

БАС РЕДАКТОРЫ
ф.-м.ғ.д., проф
Темірғалиев Н. (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары **Жұбанышева А.Ж.**, PhD
(Қазақстан)
Бас редактордың орынбасары **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Алимхан Килян	PhD, проф. (Жапония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Қытай)
Бекенов М.И.	ф.-м.ғ.к., доцент (Қазақстан)
Голубов Б.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Зунг Динь	ф.-м.ғ.д., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Иванов В.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Калиев И.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Кобельков Г.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Курина Г.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Марков В.В.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Мейрманов А.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Смелянский Р.Л.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Умирбаев У.У.	ф.-м.ғ.д., проф. (АҚШ)
Холщевникова Н.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. докторы, проф. (Германия)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 408 бөлме.
Тел: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген
А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.
27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу қуәлігі.

Тиражы: 25 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел: (7172)709-500 (ішкі 31-428).

EDITOR-IN-CHIEF
Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences
Temirgaliyev N. (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Zhubanysheva A.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Nauryzbayev N.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Editorial board

Abakumov E.V.	PhD, Prof. (France)
Alexeyeva L.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Alimhan Keylan	PhD, Prof. (Japan)
Bekzhan Turdybek	PhD, Prof. (China)
Bekenov M.I.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
Golubov B.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Dũng Dinh	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
Ibrayev A.G.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
Ivanov V.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kaliev I.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kobel'kov G.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kurina G.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Markov V.V.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Meirmanov A.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Smelyansky R.L.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Umirbaev U.U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
Kholshchevnikova N.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Schmeisser Hans-Juergen	Dr. habil., Prof. (Germany)

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 408, Astana, Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: *vest_math@enu.kz*

Responsible secretary, computer layout:
A. Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 25 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel: (7172) 709-500 (ext.31-428).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
профессор, д.ф.-м.н.
Темиргалиев Н. (Казахстан)

Зам. главного редактора **Жубанышева А.Ж.**, PhD (Казахстан)

Зам. главного редактора **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD (Казахстан)

Редакционная коллегия

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Алимхан Килян	PhD, проф. (Япония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Китай)
Бекенов М.И	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
Голубов Б.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Зунг Динь	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Иванов В.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Калиев И.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Кобельков Г.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Курина Г.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Марков В.В.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Мейрманов А.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Смелянский Р.Л.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Умирбаев У.У.	д.ф.-м.н., проф. (США)
Холщевникова Н.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. доктор, проф. (Германия)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408
Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка
А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА

Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год.

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.

Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 25 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1,

тел.: (7172)709-500 (вн.31-428).

**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА СЕРИЯСЫ,
№4(125)/2018**

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА	
<i>Темірғалиев Н.</i> Компьютерлік (есептеуіш) диаметр және функциялар теориясының ішкі мәселелері мәнмәтініндегі жуықтау және енгізу теориясы	8
<i>Кобельков Г.М.</i> Интегро-дифференциалдық теңдеулерді сандық шешудің бір әдісі жөнінде	69
<i>Малыхин В.И., Нұртазина Қ.Б.</i> Айқынсыздық жағдайдағы инвестициялық процесстерді математикалық талдау	75
<i>Оспанова А.Б., Тулеуов Б.И.</i> Raspberry Pi микрокомпьютерін Қазақстанды цифрландыруда тиімді пайдалану мүмкіндіктері	95
<i>Солодов А.П.</i> Синустар бойынша қатар қосындысының нөл маңайындағы асимптотикалық өзгерісі	108
<i>Холщевникова Н.Н.</i> Қосындылаудың регулярлық әдісі үшін жалғыздық жиыны	113
<i>Фарайзаде А.П., Шафи А.</i> Векторлық кеңістіктердегі Куратовский проблемасы туралы	117
МЕХАНИКА	
<i>Афонина Н.Е., Смахов Г.Д., Хмелевский А.Н.</i> Метанның жоғары температуралы тұтануы мен жануы	120

CONTENTS

MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE

<i>Temirgaliyev N.</i> Embedding and Approximation Theories in the Context of Computational (Numerical) Diameter and Internal Problems of the Theory of Functions	8
<i>Kobel'kov G.M.</i> On a Method for the Numerical Solution of Integro-Differential Equations	69
<i>Malykhin V.I., Nurtazina K.B.</i> Mathematical Analysis of Investment Processes In Uncertainty	75
<i>Ospanova A., Tuleuov B.</i> Perspectives of Use of Microcomputer Raspberry Pi in Effective Kazakhstan Digitalization	95
<i>Solodov A.P.</i> Asymptotic Behavior of the Sum of Sines Series in the Zero Neighborhood	108
<i>Kholshchevnikova N.N.</i> Sets of Uniqueness for Regular Methods of Summation	113
<i>Farajzadeh A.P., Shafie A.</i> On Kuratowski's Problem in Vector Spaces	117

MECHANICS

<i>Afonina N.E., Smekhov G.D., Hmelevskii A.N.</i> High-temperature Ignition and Combustion of Methane	120
--	-----

**ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. СЕРИЯ МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
МЕХАНИКА, №4(125)/2018**

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА

<i>Темиргалиев Н.</i> Теории вложений и приближений в контексте К(В)П и внутренних проблем теории функций	8
<i>Кобельков Г.М.</i> Об одном методе численного решения интегро-дифференциальных уравнений	69
<i>Малыхин В.И., Нуртазина К.Б.</i> Математический анализ инвестиционных процессов в условиях неопределенности	75
<i>Оспанова А.Б., Тулеуов Б.И.</i> Перспективы использования микрокомпьютера Raspberry Pi в эффективной цифровизации Казахстана	95
<i>Солодов А.П.</i> Асимптотическое поведение суммы ряда по синусам в окрестности нуля	108
<i>Холщевникова Н.Н.</i> Множества единственности для регулярных методов суммирования	113
<i>Фарайзаде А.П., Шафи А.</i> О проблеме Куратовского в векторных пространствах	117

МЕХАНИКА

<i>Афонина Н.Е., Сметов Г.Д., Хмелевский А.Н.</i> Высокотемпературное воспламенение и горение метана	120
--	-----

МРНТИ: 27.25.15, 27.25.17

N.N. Kholshchevnikova

Moscow State Technological University "Stankin", Moscow, Russia
(E-mail: kholshchevnikova@gmail.com)

Sets of uniqueness for regular methods of summation

Abstract: Any set of uniqueness for regular method of summation for trigonometric series is also a set of uniqueness. J. Marcinkiewicz and A. Zygmund constructed regular method of summation for that there not exist sets of uniqueness. We formulate some open questions and results on relation between sets of uniqueness and sets of uniqueness for regular methods of summation. In particular: if an empty set is a set of uniqueness for regular method of summation T then every set of uniqueness for trigonometric series that is both a G_δ and an F_σ is also a set of uniqueness for method T .

Keywords: a set of uniqueness or a U -set for trigonometric series, M -set, regular methods of summation, U and M -sets for regular methods of summation.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182-2018-125-4-113-116>

1. INTRODUCTION

The questions that we are going to consider are relative to the theory of uniqueness for trigonometric series. The problem of uniqueness for trigonometric series arose in the works of B. Riemann and H. Heine in the mid-nineteenth century:

Let two trigonometric series $S = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$ and $T = c_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos nx + d_n \sin nx$ converge everywhere to the same value. Is it true that these series coincide, i.e. $a_n = c_n, b_n = d_n$ for all n ?

G. Cantor solved this problem in 1870:

If trigonometric series converges everywhere to zero then all coefficients of this series are equal to zero.

Definition 1. A set $E \subset \mathbb{T}$ is called a set of uniqueness or U -set if every trigonometric series

$$S = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, a_n, b_n \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{T} = \mathbb{R}/\mathbb{Z}, \quad (1)$$

which converges to 0 outside E has all coefficients equal to zero. Otherwise E is called a set of multiplicity or an M -set.

Basic results in the theory of uniqueness for trigonometric series are considered in fundamental monographs of N.K. Bary [1] and A. Zygmund [2]:

1. Empty, finite and some countable sets are U -sets (Cantor, 1870, 1872). Any countable set is a U -set (F. Bernstein, 1908, Young W.H., 1909).

2. Any set of positive measure is an M -set (it follows from Riemann principle of localization). Hence any measurable U -set has measure 0.

3. Theorems on reconstructions coefficients of trigonometric series by its sum (theorems of du Bois-Reymond, A. Lebesgue, de la Vallée-Poisson).

4. There exists a null-series (the series that converges to zero almost everywhere but not everywhere) for trigonometric system (Menshov, 1916).

5. There exist perfect U -sets (A. Raychman, 1922, N.K. Bary, 1923). The union of countable many closed U -sets is a U -set (Bary, 1923).

In the 1920-s, questions of uniqueness for summations methods begun to be considered. We will compare classes of sets of uniqueness for trigonometric series and analogous classes for regular methods of summation. Recall some definitions.

Let T be a discrete regular method of summation, that define by matrix $(c_{m,n})$ or T be semicontinuous regular method of summation, $T = (c_n(u))$, where u is continuous parameter.

According to definition the method is regular if from convergence the sequence s_n to s by $n \rightarrow \infty$ follows that $t_m = \sum_{n=1}^{\infty} c_{m,n} s_n$ ($t_u = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(u) s_n$ where $u \in [a, u_0]$ or $u \in [a, u_0)$, in semicontinuous case) convergences to s by $n \rightarrow \infty$ (or by $u \rightarrow u_0$).

An example of discrete regular matrix method gives $(C,1)$ (Chesaro of the first order or method of arithmetic mean) and Abel-Poisson and Riemann methods are semicontinuous regular methods.

It is known (see, for example, [1], [2]) that trigonometric series

$$1/2 + \sum_{n=1}^{\infty} \cos nx$$

is summed by the $(C,1)$, Abel-Poisson and Riemann methods to zero everywhere on $\mathbb{T} \setminus \{0\}$. The series

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin nx$$

is summed by methods Abel-Poisson and Riemann to zero for all x . If we change in definition 1 convergence on summation we will have that there not sets of uniqueness for methods Abel-Poisson and Riemann. An empty set is a set of uniqueness for method $(C,1)$, but one point is not. In connection with these for method of summation is considered another definition.

Definition 2. A set $E \subset \mathbb{T}$ is called a set of uniqueness or a U -set for regular method of summation T , briefly a $U(T)$ -set, if every trigonometric series (1) that has coefficients converging to zero

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \tag{2}$$

and is summed by T to 0 outside E has all coefficients equal to zero. Otherwise E is called a set of multiplicity for the method T or an $M(T)$ -set.

For the convergence definitions 1 and 2 are equivalent but additional condition (2) on coefficients is essential for methods of summation.

Let U be the class of sets of uniqueness and $U(T)$ be the class of sets of uniqueness for regular method T .

The method of summation T_2 is stronger than T_1 if any number sequence summable by T_1 to s is summable by T_2 to s . So any regular method of summation is stronger than convergence. It is known that the method Abel-Poisson (briefly (AP)) is stronger than (C,k) (method Chesaro of the k order, that is regular by $k > 0$). If $k > m$ then (C,k) stronger than (C,m) . From definitions 1 and 2 follows

If a method T_2 is stronger than T_1 then are correctly following inclusions

$$U(T_2) \subset U(T_1) \subset U. \tag{3}$$

In particular, any $U(T)$ -set is as well a U -set. We consider

Question 1: when a U -set will be also a $U(T)$ -set?

I.I.Privalov (1923) [3] proved that countable sets and closed U -sets are sets of uniqueness for the (AP) -method. This is truth also for the Riemann method. It follows from Vallee-Poussin theorem (see, for example, [1], Ch.XIV, §4) and also from Privalov's proof in [3]. From (3) follows that countable sets and closed U -sets are sets of uniqueness for $(C;k)$ -methods by $k > 0$. On the other hand J.Marcinkiewicz and A.Zygmund [4] (see also [1], Ch.XIV, §25) constructed regular method of summation for that the empty set is not a set of uniqueness. In connection with this arise

Question 2: Does exist a regular method of summation for that the empty set is a set of uniqueness but one point is not a set of uniqueness?

We will see that such regular method of summation don't exists.

2. SOME ANALOGOUS OF BARI THEOREM

One open question in the theory of uniqueness of trigonometric series is

The Union Problem. Is the union of two (countable many) Borel or analytic sets of uniqueness also a U-set?

The famous Theorem was proved by N.K.Bary (1923)(see, for example, [1]):

The union of countably many closed sets of uniqueness is a set of uniqueness.

In 1981 N.N.Kholshchevnikova [5] proved that:

1. The union of two disjoint G_δ sets of uniqueness is a set of uniqueness.
2. The union of two sets of uniqueness A and B, where B is both a G_δ and an F_σ , is a set of uniqueness.

C.Carlet and G.Debs (1985) [6] (see also [7], Ch.I, §5) generalised these results:

The union of a sequence of U-sets E_n which are relatively closed in their union $\cup_{n=1}^\infty E_n$ is a U-set.

The Union Problem is open for two G_δ U-sets and for G_δ U-set and a countable set. On these results and problems see also [7] (List of problems).

It follows from theorems 3 and 4 of [8] that are correctly two theorems

Teorema 1. *Let T be regular method of summation, $E_n \in U(T)$ ($n = 1, 2, \dots$) and E_n are relatively closed in there union $E = \cup_{n=1}^\infty E_n$. If E is G_δ - set then $E \in U(T)$.*

Teorema 2. *Let T be regular method of summation. If E_1 and E_2 are $U(T)$ -sets and*
 1) E_1 and E_2 are two G_δ - sets and $E = E_1 \cap E_2$ is F_σ -set (in particular $E = \emptyset$) or
 2) E_1 is both a G_δ and an F_σ -set
 then $E = E_1 \cup E_2$ is $U(T)$ -set.

Of course these theorems are valuable if $U(T) \neq \emptyset$.

Teorema 3. *Let E be a closed U -set and T be a regular method of summation such that $\emptyset \in U(T)$. Then $E \in U(T)$.*

Teorema 4. *Let T be regular method of summation such that the $\emptyset \in U(T)$. If E_1 is a set of uniqueness and is both a G_δ and F_σ and if E_2 is $U(T)$ -set then $E = E_1 \cup E_2$ is $U(T)$ -set. In particular any U -set that is both a G_δ and an F_σ is also a $U(T)$ -set.*

It is proved for Riemann, Abel-Poisson and (C,1) methods [9], [8] that any U -set of type F_σ is as well a U -set for any of this methods.

It is an open

Question 3: Does there exist a U -set of type G_δ which cannot be covered by countably many closed set of uniqueness?

G. Debs and J.Saint Raymond [10](1986)(see also [7], Ch.VII, §4) proved that any closed set of multiplicity E has a subset E_1 which is not contained in the union of countably many closed sets of uniqueness and any closed or F_σ subset of E_1 is a set of uniqueness. It is unknown is a set E_1 a U -set or an M -set.

Following theorem is connected with these questions.

Teorema 5. *Let T be one of methods of summation: Riemann, Abel-Poisson or (C,1).*

1) *If any U -set of type $G_{\delta\sigma}$ is a $U(T)$ -set, then any U -set is also a $U(T)$ -set, that is $U(T) = U$.*

2) *If there exist a U -set of type $G_{\delta\sigma}$ that isn't a $U(T)$ -set, then there exist a U -set of type G_δ which cannot be covered by countably many closed set of uniqueness.*

References

- 1 Bari N.K. A treatise on trigonometric series. -Moscow: Fizmatgiz, 1961; English transl., -New York: Pergamon Press, Oxford and Macmillan, 1964.
- 2 Zygmund A. Trigonometric series, V.1, Cambridge University Press, 1959.

- 3 Privalov I.I. A generalization of a theorem of Paul du Bois-Reymond Mat. Sb, **31**, 229-231(1923).
- 4 Marcinkiewicz J., Zygmund A. Two theorems on trigonometric series. Mat. Sb., 2(44):4, 733-738(1937).
- 5 Kholshchevnikova N.N. Less-than-continuum sum of closed U-sets, Moscow Univ. Math. Bull. 36, 1981.
- 6 Carlet C., Debs G., Un resultat sur les ensembles d'unicite du tore, Publ. Math. Univ. Pierre Marie Curie 78, 1984-85.
- 7 Kechris A., Louveau A. Descriptive Set Theory and the Structure of Sets of Uniqueness, London Math. Soc. Lecture Note Series. 128. Cambridge University Press, 1987.
- 8 Kholshchevnikova N.N. Theorems on Unions of U-sets. Mathematical Notes, V.67, N 5, 2000.
- 9 Kholshchevnikova N.N., On the de la Valle-Poussin theorem about the uniqueness of a representation of a function by a trigonometric series, Mat. Sb. [Russian Acad. Sci. Sb. Math.],187, No. 5, 1996.
- 10 Debs G., Saint Raymond J. Ensembles d'unicite et d'unicite au sens large, Ann.Inst.Fourier, Grenoble, 1987.

Н.Н. Холщевникова

"Станкин" Мәскеу мемлекеттік техникалық университеті, Мәскеу, Ресей

Қосындылаудың регулярлық әдісі үшін жалғыздық жиыны

Аннотация: T тригонометрикалық қатарларды қосындылаудың регулярлық әдісі үшін кез келген $U(T)$ жалғыздық жиыны U жай жалғыздық жиыны да бола алады. Дж. Марцинкевич пен А.Зигмунд $U(T)$ жиыны болмайтын қосындылаудың регулярлық әдісін құрды. Жұмыста U және $U(T)$ жиындарының арасындағы байланыс жайлы ашық сұрақтар қойылады да солар бойынша белгілі нәтижелер келтіріледі. Солардың ішінде, егер де қосындылаудың регулярлық әдісі үшін бос жиын $U(T)$ жалғыздық жиыны болса, онда тригонометрикалық қатарлардың әр жалғыздық жиыны G_δ және F_σ болып, және де әдісі үшін жалғыздық жиыны болады.

Түйін сөздер: тригонометриялық қатарлар үшін жалғыздық жиындары немесе U -жиындар, M -жиыны, қосындылаудың регулярлық әдістері, қосындылаудың регулярлық әдістері үшін U - және M -жиындары.

Н.Н. Холщевникова

Московский государственный технологический университет "Станкин", Москва, Россия

Множества единственности для регулярных методов суммирования

Аннотация: Всякое множество единственности $U(T)$ для регулярного метода суммирования T тригонометрических рядов является также и просто множеством единственности, т.е. U -множеством. Дж. Марцинкевич и А. Зигмунд построили регулярный метод суммирования T , для которого не существует $U(T)$ -множеств. В работе формулируются открытые вопросы и результаты о связи между U и $U(T)$ -множествами. В частности следующий результат: если пустое множество является $U(T)$ -множеством для регулярного метода суммирования T , то всякое множество единственности для тригонометрических рядов типа G_δ и F_σ одновременно, будет также множеством единственности для метода T .

Ключевые слова: множества единственности или U -множества для тригонометрических рядов, M -множество, регулярные методы суммирования, U и M -множества для регулярных методов суммирования.

References

- 1 Bari N.K. A treatise on trigonometric series (Fizmatgiz, Moscow, 1961); English transl. (Pergamon Press, Oxford and Macmillan, New York, 1964).
- 2 Zygmund A. Trigonometric series, V.1. (Cambridge University Press, 1959).
- 3 Privalov I.I. A generalization of a theorem of Paul du Bois-Reymond, Mat. Sb, 31, 229-231(1923).
- 4 Marcinkiewicz J., Zygmund A. Two theorems on trigonometric series, Mat. Sb., 2(44):4, 733-738(1937).
- 5 Kholshchevnikova N.N. Less-than-continuum sum of closed U-sets, Moscow Univ. Math. Bull. 36, 1981.
- 6 Carlet C., Debs G., Un resultat sur les ensembles d'unicite du tore, Publ. Math. Univ. Pierre Marie Curie 78, 1984-85.
- 7 Kechris A., Louveau A. Descriptive Set Theory and the Structure of Sets of Uniqueness, London Math. Soc. Lecture Note Series. 128. Cambridge University Press, 1987.
- 8 Kholshchevnikova N.N. Theorems on Unions of U-sets, Mathematical Notes, V.67, N 5, 2000.
- 9 Kholshchevnikova N.N., On the de la Valle-Poussin theorem about the uniqueness of a representation of a function by a trigonometric series, Mat. Sb. [Russian Acad. Sci. Sb. Math.],187, No. 5, 1996.
- 10 Debs G., Saint Raymond J. Ensembles d'unicite et d'unicite au sens large, Ann.Inst.Fourier, Grenoble, 1987.

Сведения об авторах:

Н.Н. Холщевникова – Доктор физико-математических наук, Профессор, Московский государственный технологический университет "Станкин", Москва, Россия.

N.N. Kholshchevnikova – Doctor of physical and mathematical sciences, Professor of Moscow State Technological University "Stankin", Moscow, Russia.

Поступила в редакцию 11.09.2018

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға қойылатын талаптар

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теоремадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.

Provision on articles submitted to the journal
"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulmathmc.enu.kz*.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... see [3, § 7, Lemma 6]"; "... see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). *E-mail:* *vest_math@enu.kz*. *Сайт:* *bulmathmc.enu.kz*.

Правила представления работ в журнал
"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Информатика. Механика"

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bul-mathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубризатора МРНТИ (Международный рубризатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохранять структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

Редакторы: Н. Темірғалиев

Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы.
- 2018. 4(125)- Астана: ЕҰУ. 128-б.
Шартты б.т. - 16. Таралымы - 25 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Астана қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: (8-717-2) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды