

ISSN 2616-7182



Л.Н.Гумилев атындағы  
Еуразия ұлттық университетінің  
**ХАБАРШЫСЫ**

**BULLETIN**  
of L.N.Gumilyov Eurasian  
National University

№3 (124)/2018

**ВЕСТНИК**  
Евразийского национального  
университета имени Л.Н.Гумилева

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА  
сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS  
Series

Серия  
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА



[bulmathmc.enu.kz](http://bulmathmc.enu.kz)

ISSN 2616-7182

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

# ХАБАРШЫСЫ

---

---

**BULLETIN**

of the L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ВЕСТНИК**

Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА** сериясы

**MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS** Series

Серия **МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА**

№3(124)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018

Astana, 2018

**БАС РЕДАКТОРЫ**  
ф.-м.ғ.д., проф  
**Темірғалиев Н.** (Қазақстан)

*Бас редактордың орынбасары*

**Жұбанышева А.Ж.**, PhD  
(Қазақстан)

*Бас редактордың орынбасары*

**Наурызбаев Н.Ж.**, PhD  
(Қазақстан)

*Редакция алқасы*

<b>Абакумов Е.В.</b>	PhD, проф. (Франция)
<b>Алексеева Л.А.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Алимхан Килан</b>	PhD, проф. (Жапония)
<b>Бекжан Турдыбек</b>	PhD, проф. (Қытай)
<b>Бекенов М.И.</b>	ф.-м.ғ.к., доцент (Қазақстан)
<b>Голубов Б.И.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Зунг Динь</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Вьетнам)
<b>Ибраев А.Г.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Иванов В.И.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Калиев И.А.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Кобельков Г.М.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Курина Г.А.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Марков В.В.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Мейрманов А.М.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Смелянский Р.Л.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Умирбаев У.У.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (АҚШ)
<b>Холщевникова Н.Н.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Шмайссер Ханс-Юрген</b>	Хабилит. докторы, проф. (Германия)

*Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 408 бөлме.  
Тел: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz)

*Жауапты хатшы, компьютерде беттеген*  
А. Нұрболат

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.**  
**МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы**

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМҚ  
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.  
27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 20 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,  
тел: (7172)709-500 (ішкі 31-428).

## EDITOR-IN-CHIEF

Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences  
**Temirgaliyev N.** (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*                      **Zhubanysheva A.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*                      **Nauryzbayev N.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

### *Editorial board*

<b>Abakumov E.V.</b>	PhD, Prof. (France)
<b>Alexeyeva L.A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Alimhan Keylan</b>	PhD, Prof. (Japan)
<b>Bekzhan Turdybek</b>	PhD, Prof. (China)
<b>Bekenov M.I.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
<b>Golubov B.I.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Dũng Dinh</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
<b>Ibrayev A.G.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
<b>Ivanov V.I.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Kaliev I.A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Kobel'kov G.M.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Kurina G.A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Markov V.V.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Meirmanov A.M.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Smelyansky R.L.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
<b>Umirbaev U.U.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
<b>Kholshchevnikova N.N.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Schmeisser Hans-Juergen</b>	Dr. habil., Prof. (Germany)

*Editorial address:* 2, Satpayev str., of. 408, Astana, Kazakhstan, 010008  
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)  
E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz)

*Responsible secretary, computer layout:*  
A. Nurbolat

**Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.**

**MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series**

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 20 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel: (7172) 709-500 (ext.31-428).

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
профессор, д.ф.-м.н.  
**Темиргалиев Н.** (Казахстан)

*Зам. главного редактора*                      **Жубанышева А.Ж.**, PhD (Казахстан)

*Зам. главного редактора*                      **Наурызбаев Н.Ж.**, PhD (Казахстан)

*Редакционная коллегия*

<b>Абакумов Е.В.</b>	PhD, проф. (Франция)
<b>Алексеева Л.А.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Алимхан Килян</b>	PhD, проф. (Япония)
<b>Бекжан Турдыбек</b>	PhD, проф. (Китай)
<b>Бекенов М.И</b>	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
<b>Голубов Б.И.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Зунг Динь</b>	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
<b>Ибраев А.Г.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Иванов В.И.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Калиев И.А.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Кобельков Г.М.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Курина Г.А.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Марков В.В.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Мейрманов А.М.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Смелянский Р.Л.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Умирбаев У.У.</b>	д.ф.-м.н., проф. (США)
<b>Холщевникова Н.Н.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Шмайссер Ханс-Юрген</b>	Хабилит. доктор, проф. (Германия)

*Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408  
Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: *vest\_math@enu.kz*

*Ответственный секретарь, компьютерная верстка*  
А. Нурболат

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.**  
**Серия МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА**  
Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК  
Периодичность: 4 раза в год.  
Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.  
Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.  
Тираж: 20 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1,  
тел.: (7172)709-500 (вн.31-428).

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ. МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА СЕРИЯСЫ,  
№3(124)/2018

МАЗМҰНЫ

**МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА**

<i>Темірғалиев Н., Жұбаншышева А.Ж.</i> Жуықтау теориясы, Есептеу математикасы және Сандық анализ Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтіндегі жаңа мазмұнда	8
<i>Фарков Ю.А.</i> Уолш анализіндегі фреймдерге арналған параметрлік жиындар	89
<i>Хачатрян Р.А.</i> Градиенттерді проекциялау әдісі және көпмәнді бейнелеулердің үзіліссіз селекциялары	95
<i>Айдос Е.Ж., Кадырова Ә.С.</i> Орта және жоғары мектептерде математиканы оқытудың кейбір проблемалық сұрақтары жөнінде	101

CONTENTS

**MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE**

<i>Temirgaliyev N., Zhubanysheva A.Zh.</i> Approximation Theory, Computational Mathematics and Numerical Analysis in new conception of Computational (Numerical) Diameter	8
<i>Farkov Yu.A.</i> Parametric sets for frames in Walsh analysis	89
<i>Khachatryan R.A.</i> Gradient projection method and continuous selections of multivalued mappings	95
<i>Aidos Ye., Kadyrova E.</i> On some problematic issues of teaching mathematics in secondary and high schools	101

СОДЕРЖАНИЕ

**МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА**

<i>Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж.</i> Теория приближений, Вычислительная математика и Численный анализ в новой концепции в свете Компьютерного (вычислительного) поперечника	8
<i>Фарков Ю.А.</i> Параметрические множества для фреймов в анализе Уолша	89
<i>Хачатрян Р.А.</i> Метод проекции градиентов и непрерывные селекции многозначных отображений	95
<i>Айдос Е.Ж., Кадырова Э.С.</i> О некоторых проблемных вопросах преподавания математики в средней и высшей школах	101

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика.  
Информатика. Механика сериясы, 2018, том 124, №3, 89-94 беттер  
<http://bulmathmc.enu.kz>, E-mail: vest\_math@enu.kz

МРНТИ: 27.23.23

Ю.А. Фарков

Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ,  
Москва, Россия  
(E-mail: farkov-ya@ranepa.ru)

### Параметрические множества для фреймов в анализе Уолша

**Аннотация:** Определяются параметрические множества для фреймов в анализе Уолша и указываются соответствующие этим множествам алгоритмы построения фреймов Парсевалья. Отмечаются взаимосвязи с конструкциями ортогональных всплесков на группах Виленкина и в пространствах периодических последовательностей комплексных чисел.

**Ключевые слова:** функции Уолша, ортогональные всплески, кратномасштабный анализ, фреймы Парсевалья, группы Виленкина, дискретное преобразование Виленкина-Крестенсона, обобщенная функция Вейерштрасса

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182/2018-124-3-89-94>

В настоящем кратком сообщении в дополнение к недавним публикациям [1, 2] с помощью обобщенных функций Уолша определяются параметрические множества для фреймов на положительной полупрямой  $\mathbb{R}_+$  и указываются соответствующие этим множествам алгоритмы построения фреймов Парсевалья. Как обычно, через  $\mathbb{Z}_+$  и  $\mathbb{N}$  обозначаются множества целых неотрицательных и натуральных чисел соответственно. Для фиксированных  $p, n \in \mathbb{N}$ ,  $p \geq 2$ , положим  $N = p^n$ . Обозначим через  $\langle s \rangle_p$  остаток при делении целого числа  $s$  на  $p$ , а через  $[x]$  целую часть числа  $x$ . Для каждого  $x \in \mathbb{R}_+$  положим

$$x_j = \langle [p^j x] \rangle_p, \quad x_{-j} = \langle [p^{1-j} x] \rangle_p, \quad j \in \mathbb{N}.$$

Эти числа являются цифрами разложения числа  $x$  по основанию  $p$ :

$$x = \sum_{j < 0} x_j p^{-j-1} + \sum_{j > 0} x_j p^{-j}.$$

Видно, что  $[x] = \sum_{j=1}^{\infty} x_{-j} p^{j-1}$  и существует номер  $k = k(x)$  такой, что  $x_{-j} = 0$  для всех  $j > k$ . Равенство  $z = x \oplus y$  означает, что

$$z = \sum_{j < 0} \langle x_j + y_j \rangle_p p^{-j-1} + \sum_{j > 0} \langle x_j + y_j \rangle_p p^{-j}$$

и, соответственно,  $z = x \ominus y$ , если  $z \oplus y = x$ .

Полагая  $\varepsilon_p = \exp(2\pi i/p)$ , для любых  $x, y \in \mathbb{R}_+$  положим

$$\chi(x, y) = \varepsilon_p^{t(x, y)} \quad \text{где} \quad t(x, y) = \sum_{j=1}^{\infty} (x_j y_{-j} + x_{-j} y_j).$$

Обобщенное преобразование Фурье-Уолша функции  $f \in L^1(\mathbb{R}_+)$  определяется [3, § 6.1] по формуле

$$\widehat{f}(\omega) = \int_{\mathbb{R}_+} f(x) \overline{\chi(x, \omega)} dx,$$

и стандартным образом переносится на  $L^2(\mathbb{R}_+)$ .

Далее, определим на интервале  $[0, 1)$  функцию

$$w_1(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1/p), \\ \varepsilon_p^l, & x \in [lp^{-1}, (l+1)p^{-1}), l \in \{1, \dots, p-1\}, \end{cases}$$

и продолжим ее на полупрямую  $\mathbb{R}_+$  с периодом 1. Обобщенная система Уолша  $\{w_l : l \in \mathbb{Z}_+\}$  определяется [3, § 1.5] по формуле

$$w_0(x) \equiv 1, \quad w_l(x) = \prod_{j=1}^k (w_1(p^{j-1}x))^{\nu_j}, \quad l \in \mathbb{N}, \quad x \in \mathbb{R}_+,$$

где  $\nu_j$  – цифры  $p$ -ичного разложения числа  $l$  :

$$l = \sum_{j=1}^k \nu_j p^{j-1}, \quad \nu_j \in \{0, 1, \dots, p-1\}, \quad \nu_k \neq 0, \quad k = k(l).$$

Дискретное преобразование Виленкина-Крестенсона переводит произвольный вектор  $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$  пространства  $\mathbb{C}^N$  в вектор  $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$  с компонентами

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} b_j w_j(k/N), \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (1)$$

Обратное преобразование действует по формуле

$$b_j = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \overline{w_k(j/N)}, \quad 0 \leq j \leq N-1. \quad (2)$$

Маска, ассоциированная с вектором  $\mathbf{b}$ , имеет вид

$$m_{\mathbf{b}}(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \overline{w_k(\omega)}, \quad \omega \in \mathbb{R}_+,$$

где коэффициенты  $a_k$  определены по формуле (1). Соответствующее этой маске масштабирующее уравнение записывается в виде

$$\varphi(x) = p \sum_{k=0}^{N-1} a_k \varphi(px \ominus k), \quad x \in \mathbb{R}_+, \quad (3)$$

или  $\widehat{\varphi}(\omega) = m_{\mathbf{b}}(\omega/p) \widehat{\varphi}(\omega/p)$ ,  $\omega \in \mathbb{R}_+$ . Коэффициенты уравнения (3) вычисляются по вектору  $\mathbf{b}$  с помощью формулы (1). Из формулы (2) видно, что  $m_{\mathbf{b}}(j/N) = b_j$  для  $j = 0, 1, \dots, N-1$ . Отметим также, что

$$\widehat{\varphi}(0) = \int_0^\infty \varphi(x) dx = 1 \Rightarrow b_0 = 1.$$

Параметрические множества  $\mathbf{F}(p, n)$  и  $\mathbf{G}_0(p, n)$  определяются условиями

$$\mathbf{b} \in \mathbf{F}(p, n) \iff b_0 = 1 \quad \text{и} \quad \sum_{j=0}^{p-1} |b_{l+jp^{n-1}}|^2 \leq 1, \quad 0 \leq l \leq p^{n-1} - 1,$$

$$\mathbf{b} \in \mathbf{G}_0(p, n) \iff b_0 = 1 \quad \text{и} \quad \sum_{j=0}^{p-1} |b_{l+jp^{n-1}}|^2 = 1, \quad 0 \leq l \leq p^{n-1} - 1.$$

**Теорема 1.** Пусть маска  $m_{\mathbf{b}}$  масштабирующего уравнения (3) определена по вектору  $\mathbf{b} \in \mathbf{F}(p, n)$ . Тогда функция  $\varphi$ , заданная своим преобразованием Фурье-Уолша по формуле

$$\widehat{\varphi}(\omega) = \prod_{j=1}^{\infty} m_{\mathbf{b}}(p^{-j}\omega), \quad \omega \in \mathbb{R}_+,$$

является  $L^2$ -решением уравнения (3) и имеет носитель  $\text{supp } \varphi \subset [0, p^{n-1}]$ .

В связи с теоремой 1 отметим, что указанный в [1] для каждого  $\mathbf{b} \in \mathbf{G}_0(p, n)$  способ вычисления значений функции  $\widehat{\varphi}(\omega)$  применим для любого вектора  $\mathbf{b} \in \mathbf{F}(p, n)$ .

Для произвольной функции  $\varphi \in L^2(\mathbb{R}_+)$  положим

$$\varphi_{j,k}(x) = p^{j/2} \varphi(p^j x \ominus k), \quad x \in \mathbb{R}_+.$$

Функция  $\varphi$  порождает КМА, если, во-первых, система  $\{\varphi(\cdot \ominus k) : k \in \mathbb{Z}_+\}$  ортонормирована в  $L^2(\mathbb{R}_+)$  и, во-вторых, подпространства

$$V_j = \text{clos}_{L^2(\mathbb{R}_+)} \text{span} \{\varphi_{j,k} : k \in \mathbb{Z}_+\}, \quad j \in \mathbb{Z},$$

обладают следующими свойствами

$$V_j \subset V_{j+1}, \quad \bigcap V_j = \{0\}, \quad \overline{\bigcup V_j} = L^2(\mathbb{R}_+).$$

Если  $\varphi$ – решение уравнения (3) такое, что система  $\{\varphi(\cdot \ominus k) : k \in \mathbb{Z}_+\}$  ортонормирована в  $L^2(\mathbb{R}_+)$ , то вектор  $\mathbf{b}$ , по которому определена маска уравнения (3), принадлежит множеству  $\mathbf{G}_0(p, n)$  (сравните с [6, предложение 3.2]). Пусть  $\mathbf{W}(p, n)$ – множество векторов  $\mathbf{b} \in \mathbf{G}_0(p, n)$ , для которых решение  $\varphi$  уравнения (3) порождает КМА в  $L^2(\mathbb{R}_+)$ , а  $\mathbf{W}_0(p, n)$ – множество векторов  $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$  из  $\mathbf{G}_0(p, n)$ , у которых  $b_l \neq 0$  для всех  $0 \leq l \leq p^{n-1} - 1$ . Известно, что для любого  $\mathbf{b} \in \mathbf{W}_0(p, n)$  существует конструктивный метод построения ортогонального всплескового базиса в  $L^2(\mathbb{R}_+)$  (см. [1, 7]). При этом случаю Хаара отвечает множество  $\mathbf{H}(p, n)$ , состоящее из вектора  $(b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$ , у которого  $b_l = 1$  для  $0 \leq l \leq p^{n-1} - 1$  и  $b_l = 0$  для  $p^{n-1} \leq l \leq N - 1$  (библиографию о всплесках Хаара на группах Виленкина, а также о методах построения ортогональных всплесков в случае  $\mathbf{b} \in \mathbf{W}(p, n) \setminus \mathbf{W}_0(p, n)$  см. в [1,2]).

Таким образом, определены параметрические множества:

$$\mathbf{H}(p, n) \subset \mathbf{W}_0(p, n) \subset \mathbf{W}(p, n) \subset \mathbf{G}_0(p, n) \subset \mathbf{F}(p, n). \quad (4)$$

В недавней работе [8] предложен алгоритм построения нестационарных всплесков на группе Виленкина, определяемой по последовательности натуральных чисел  $\{p_j\}_{j=1}^\infty$ ,  $p_j \geq 2$ .

Метод построения ортонормированного базиса всплесков в пространстве  $\mathbb{C}_N$  комплексных  $N$ -периодических последовательностей по любому вектору  $\mathbf{b} \in \mathbf{G}_0(p, n)$  изложен в [9] (при этом условие  $b_0 = 1$  оказывается несущественным). Более того, существует алгоритм построения фреймов для пространства  $\mathbb{C}_N$  с помощью дискретного преобразования Виленкина-Крестенсона. Соответствующая конструкция позволяет по комплексным числам  $b_0, b_1, \dots, b_{N-1}$ , таким, что

$$|b_l|^2 + |b_{l+p^{n-1}}|^2 + \dots + |b_{l+(p-1)p^{n-1}}|^2 \leq 1, \quad 0 \leq l \leq p^{n-1} - 1,$$

построить фрейм Парсеваля для  $\mathbb{C}_N$  (подробности для случая  $p = 2$  см. в [10]).

Алгоритмы построения фреймов Парсеваля по любому вектору  $\mathbf{b} \in \mathbf{F}(p, n)$  на группах Виленкина были предложены в [4] и [5]. Приведенные ниже алгоритмы являются модификациями этих алгоритмов (в отличие от [4] в алгоритмах А и В не требуется находить полифазные компоненты масок).

Для данного множества  $\Psi := \{\psi^{(1)}, \dots, \psi^{(r)}\} \subset L^2(\mathbb{R}_+)$ ,  $r \geq p - 1$ , система всплесков  $X(\Psi)$  определяется по формуле

$$X(\Psi) := \{\psi_{j,k}^{(\nu)} : 1 \leq \nu \leq r, j \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}_+\},$$

где

$$\psi_{j,k}^{(\nu)}(x) = p^{j/2} \psi^{(\nu)}(p^j x \ominus k), \quad x \in \mathbb{R}_+.$$

Система  $X(\Psi)$  является фреймом Парсеваля для  $L^2(\mathbb{R}_+)$ , если для всех  $f \in L^2(\mathbb{R}_+)$  выполнено равенство

$$\sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}_+} \sum_{\nu=1}^r |\langle f, \psi_{j,k}^{(\nu)} \rangle|^2 = \|f\|^2.$$

### Алгоритм А.

- **Шаг 1.** Выбрать вектор  $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$  из  $\mathbf{G}_0(p, n)$ .
- **Шаг 2.** С помощью формул (1) по компонентам вектора  $\mathbf{b}$  вычислить коэффициенты полинома

$$m_0(\omega) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} a_\alpha \overline{w_\alpha(\omega)}.$$

- **Шаг 3.** Найти функцию  $\varphi \in L^2(\mathbb{R}_+)$  такую, что

$$\widehat{\varphi}(\omega) = \prod_{j=1}^{\infty} m_0(p^{-j}\omega), \quad \omega \in \mathbb{R}_+.$$

- **Шаг 4.** Найти полиномы Уолша

$$m_\nu(\omega) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} a_\alpha^{(\nu)} \overline{w_\alpha(\omega)}, \quad 1 \leq \nu \leq p-1,$$

такие, что матрица

$$\begin{pmatrix} m_0(\omega) & m_1(\omega) & \dots & m_{p-1}(\omega) \\ m_0(\omega \oplus 1/p) & m_1(\omega \oplus 1/p) & \dots & m_{p-1}(\omega \oplus 1/p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_0(\omega \oplus (p-1)/p) & m_1(\omega \oplus (p-1)/p) & \dots & m_{p-1}(\omega \oplus (p-1)/p) \end{pmatrix}$$

унитарна при каждом  $\omega \in \mathbb{R}_+$ .

- **Шаг 5.** Определить функции  $\psi^{(1)}, \dots, \psi^{(p-1)}$  по формулам

$$\psi^{(\nu)}(x) = p \sum_{\alpha=0}^{N-1} a_\alpha^{(\nu)} \varphi(px \ominus \alpha), \quad 1 \leq \nu \leq p-1.$$

**Алгоритм В.**

- **Шаг 1.** Выбрать вектор  $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$  из  $\mathbf{F}(p, n)$ .
- **Шаги 2 и 3** как в алгоритме А.
- **Шаг 4.** Для данного  $r \geq p$  найти полиномы Уолша

$$m_\nu(\omega) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} a_\alpha^{(\nu)} \overline{w_\alpha(\omega)}, \quad 1 \leq \nu \leq r,$$

такие, что строки матрицы

$$\begin{pmatrix} m_0(\omega) & m_1(\omega) & \dots & m_r(\omega) \\ m_0(\omega \oplus 1/p) & m_1(\omega \oplus 1/p) & \dots & m_r(\omega \oplus 1/p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_0(\omega \oplus (p-1)/p) & m_1(\omega \oplus (p-1)/p) & \dots & m_r(\omega \oplus (p-1)/p) \end{pmatrix}$$

при каждом  $\omega \in \mathbb{R}_+$  образуют ортонормированную систему.

- **Шаг 5.** Определить функции  $\psi^{(1)}, \dots, \psi^{(r)}$  по формулам

$$\psi^{(\nu)}(x) = p \sum_{\alpha=0}^{N-1} a_\alpha^{(\nu)} \varphi(px \ominus \alpha), \quad 1 \leq \nu \leq r,$$

или, в терминах преобразований Фурье, по формулам

$$\widehat{\psi}^{(\nu)}(\omega) = m_\nu(\omega/p) \widehat{\varphi}(\omega/p), \quad 1 \leq \nu \leq r.$$

**Теорема 2.** Пусть множество всплесков  $\Psi = \{\psi^{(1)}, \dots, \psi^{(r)}\}$  определено для  $r = p-1$  по алгоритму А и для  $r \geq p$  по алгоритму В. Тогда система  $X(\Psi)$  является фреймом Парсеваля для  $L^2(\mathbb{R}_+)$ .

Дискретные вейвлет-преобразования, ассоциированные с параметрическими множествами (4), применяются для обработки изображений [11], сжатия фрактальных сигналов [12, 13], анализа геофизических данных [13, 14] и анализа финансовых временных рядов [13]. Как отмечалось в [2] каждое из этих преобразований по сравнению с дискретными преобразованиями Фурье, Уолша, Хаара и родственными им преобразованиями обладает большей эластичностью (выбор параметра  $\mathbf{b}$  с помощью энтропийного, среднеквадратичного или иного критерия позволяет адаптировать применяемое преобразование к обрабатываемому сигналу). Как показано в [13], при кодировании значений обобщенной функции Вейерштрасса построенное для  $p = 3$  с помощью обобщенных функций Уолша дискретное всплесковое

преобразование имеет преимущества по сравнению с преобразованием Хаара и методом зонного кодирования. При этом число  $p$  оказывается равным числу входных каналов. В связи с этим отметим, что многоканальные всплесковые преобразования применяются [15] в многомерных многоскоростных системах обработки сигналов.

### Список литературы

- 1 Фарков Ю.А. Ортогональные всплески в анализе Уолша // Современные проблемы математики и механики. Т. XI. Вып. 1. Математика. К 80-летию В.А. Скворцова. Обобщенные интегралы и гармонический анализ / Под редакцией Т.П. Лукашенко и А.П. Солодова. М.: Издательство Московского университета, 2016. С. 62–75.
- 2 Фарков Ю.А. О параметризации ортогональных всплесковых базисов на группах Виленкина // Современные проблемы теории функций и их приложения: Материалы 19-й международной Саратовской зимней школы, посвященной 90-летию со дня рождения академика П.Л. Ульянова. – Саратов: ООО Издательство "Научная книга", 2018. С.325-327.
- 3 Голубов Б. И., Ефимов А. В., Скворцов В. А. Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. Изд. 2-е. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 352 с.
- 4 Farkov Yu. A., Lebedeva E. A., Skopina M. A. Wavelet frames on Vilenkin groups and their approximation properties // Intern. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process. 2015. V. 13. № 5. 19 p.
- 5 Farkov Yu. A. Constructions of MRA-based wavelets and frames in Walsh analysis // Poincare J. Anal. Appl. 2015. V. 2. Special Issue (IWWFA-II, Delhi). P. 13–36.
- 6 Фарков Ю.А. Ортогональные вейвлеты с компактными носителями на локально компактных абелевых группах // Изв. РАН. Сер. матем. 2005. Т. 69. № 3. С. 193–220.
- 7 Farkov Yu A. On wavelets related to the Walsh series // J. Approx. Theory. -2009. -V.161. -№ 1. -P. 259-279.
- 8 Farkov Yu. A. Nonstationary multiresolution analysis for Vilenkin groups // 2017 International Conference on Sampling Theory and Applications (SampTA, Tallinn, Estonia, 3-7 July 2017), -P. 595-598.
- 9 Фарков Ю.А. Дискретные вейвлеты и преобразование Виленкина-Крестенсона // Матем. заметки. -2011. -Т. 89. -№ 6. -С. 914-928.
- 10 Робакидзе М.Г., Фарков Ю.А. Применение функций Уолша к построению фреймов Парсевала в пространствах периодических последовательностей // Современные проблемы теории функций и их приложения: материалы 19-й международной Саратовской зимней школы, посвященной 90-летию со дня рождения академика П.Л. Ульянова. -Саратов: ООО Изд-во "Научная книга", 2018. -С. 265–267.
- 11 Farkov Yu. A., Maksimov A. Yu., Stroganov S. A. On biorthogonal wavelets related to the Walsh functions // Int. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process. -2011. -V. 9. -P. 485–499.
- 12 Фарков Ю. А., Борисов М. Е. Периодические диадические всплески и кодирование фрактальных функций // Изв. вузов. Математика. -2012. -№ 9. -С. 54–65.
- 13 Родионов Е. А. О применении вейвлетов к цифровой обработке сигналов // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. -2016. -Т. 16. -№ 2. -С. 217–225.
- 14 Любушин А. А., Родионов Е. А., Яковлев П. В. Многомерный анализ параметров флуктуаций GPS сигналов до и после мегаземлетрясения 11 марта 2011 г. в Японии // Геофизические исследования. -2015. -Т. 16. -№ 1. -С. 14–23.
- 15 Чобану М. К. Многомерные многоскоростные системы обработки сигналов. – М.: Техносфера, 2009.

Ю.А. Фарков

*Ресей Федерациясы Президенті жанындағы халық шаруышылығы мен мемлекеттік қызметтің Ресей академиясы, Мәскеу, Ресей Федерациясы*

#### Уолш анализіндегі фреймдерге арналған параметрлік жиындар

**Аннотация:** Уолш анализіндегі фреймдерге арналған параметрлік жиындар және бұл жиындарға сәйкес келетін Парсеваль фреймдерін құрудың алгоритмдері көрсетіледі. Виленкин топтарындағы ортогоналды всплесктердің құрылымы және периодты комплекс сандар тізбектері кеңістіктерімен байланысы атап өтіледі.

**Түйін сөздер:** Уолш функциялары, ортогоналды всплесктер, еселі масштабты анализ, Парсеваль фреймдері, Виленкин топтары, Виленкин-Крестенсонның дискретті тірлендіруі, Вейерштрассстың жалпыланған функциясы.

Yu.A. Farkov

*Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPА), Moscow, Russian Federation*

#### Parametric sets for frames in Walsh analysis

**Abstract:** Parametric frame sets in the Walsh analysis are introduced and the corresponding algorithms for constructing the Parseval frames are indicated. Relationships with constructions of orthogonal wavelets on Vilenkin groups and in spaces of periodic sequences of complex numbers are noted.

**Keywords:** Walsh functions, orthogonal wavelets, multiresolution analysis, Parseval frames, Vilenkin groups, Vilenkin-Chrestenson transform, Weierstrass distribution.

## References

- 1 Farkov Yu. A. Orthogonal wavelets in Walsh analysis, *Sovremennye problemy matematiki i mehaniki*. T. XI. Vyp. 1. Matematika. K 80-letiju V.A. Skvorcova. Obobshchennye integraly i garmonicheskij analiz [Modern problems of mathematics and mechanics. T. XI. Issue 1. Mathematics. On the 80th anniversary of V.A. Skvortsov. Generalized integrals and harmonic analysis]/ Pod redakciej T.P. Lukashenko i A.P. Solodova [Edited by T.P. Lukashenko and A.P. Solodova] (Moscow University Press, Moscow, 2016, P. 62–75).
- 2 Farkov Yu. A. O parametrizacii ortogonal'nyh vspleskovykh bazisov na gruppah Vilenkina [On the parametrization of orthogonal wavelet bases on Vilenkin groups], *Contemporary Problems of Function Theory and Their Applications: Materials of XIX International Saratov Winter School, dedicated to the 90th anniversary of the academician P.L. Ulyanov* (ООО Izdatel'stvo "Nauchnaja kniga", Saratov, 2018, -P. 325-327).
- 3 Golubov B.I., Efimov A.V., Skvortsov V.A. Rjady i preobrazovaniya Uolsha: Teorija i primenenija [The Walsh Series and Transformations: Theory and application. Ed. 2nd.] (Izd-vo LKI, Moscow, 2008, 352 p.).
- 4 Farkov Yu. A., Lebedeva E. A., Skopina M. A. Wavelet frames on Vilenkin groups and their approximation properties, *Intern. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process*, 13(5), 19 p. (2015).
- 5 Farkov Yu. A. Constructions of MRA-based wavelets and frames in Walsh analysis, *Poincare J. Anal. Appl.*, 2(Special Issue (IWWFA-II, Delhi)), 13–36(2015).
- 6 Farkov Yu. A. Orthogonal wavelets with compact support on locally compact Abelian groups, *Izvestiya: Mathematics*, 69(3), 623-650(2005).
- 7 Farkov Yu. A. On wavelets related to the Walsh series, *J. Approx. Theory*, 161(1), 259-279(2019).
- 8 Farkov Yu. A. Nonstationary multiresolution analysis for Vilenkin groups, 2017 International Conference on Sampling Theory and Applications (SampTA, Tallinn, Estonia, 3-7 July 2017), 595-598.
- 9 Farkov Yu. A. Discrete wavelets and the Vilenkin-Chrestenson transform, *Mathematical Notes*, 89(5–6), 871–884(2011).
- 10 Robakidze M. G., Farkov Ju. A. Primenenie funkcij Uolsha k postroeniju frejmov Parsevalja v prostranstvax periodicheskikh posledovatel'nostej [Application of Walsh functions to construct Parseval frames in spaces of periodic sequences], *Contemporary Problems of Function Theory and Their Applications: Materials of XIX International Saratov Winter School, dedicated to the 90th anniversary of the academician P.L. Ulyanov* (ООО Izdatel'stvo "Nauchnaja kniga", Saratov, 2018, -P. 265–267).
- 11 Farkov Yu. A., Maksimov A. Yu., Stroganov S. A. On biorthogonal wavelets related to the Walsh functions, *Int. J. Wavelets Multiresolut. Inf. Process*. 9, 485–499(2011).
- 12 Farkov Yu. A., Borisov M. E. Periodic dyadic wavelets and coding of fractal functions, *Russian Mathematics*, 56(9), 46–56(2012).
- 13 Rodionov E. A. On applications of wavelets in digital signal processing, *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*, 16(2), 217-225(2016).
- 14 Lyubushin A.A., Yakovlev P.V., Rodionov E.A. Multiple analysis of GPS signal fluctuation parameters before and after the megaequake in Japan on 11 March 2011, *Geophysical research*, 16(1), 14–23(2015).
- 15 Chobanu M.K. Mnogomernye mnogoskorostnye sistemy obrabotki signalov [Multidimensional multi-speed signal processing systems] (Tehnosfera, Moscow, 2009).

### Сведения об авторе:

*Фарков Ю.А.* - д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладных информационных технологий, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ (РАНХиГС), проспект Вернадского, 82, 119571 Москва, РФ.

*Farkov Yu.A.* - Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Department of Applied Information Technology, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Prospect Vernadskogo, 82, Moscow, Russian Federation, 119571.

*Поступила в редакцию 10.09. 2018*

**«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға қойылатын талаптар**

*Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.*

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex-пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теорамандағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

**Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: *vest\_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

**Provision on articles submitted to the journal**  
**"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.**  
**Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"**

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website [bulmathmc.enu.kz](http://bulmathmc.enu.kz).

3. The volume of the article should not exceed 18 pages(from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "..., see [3, § 7, Lemma 6]"; "..., see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

**Template**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz). Сайт: [bulmathmc.enu.kz](http://bulmathmc.enu.kz).

**Правила представления работ в журнал**  
**"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.**  
**Серия Математика. Информатика. Механика"**

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulmathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубрикатора МРНТИ (Международный рубрикатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохраняя структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

**Примеры оформления списка литературы**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: *vest\_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

Редакторы: Н. Темірғалиев

Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы.  
- 2018. 3(124)- Астана: ЕҰУ. 114-б.  
Шартты б.т. - 14,25. Таралымы - 20 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Қазақстан Республикасы, Астана қ.,  
Сәтпаев көшесі, 2.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Тел.: (8-717-2) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды