

МРНТИ: 29.37.19

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЗИЦИОННОГО СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЗВУКОПРОНИЦАЕМЫХ СФЕР¹

Э.Ш. Насибуллаева 

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, пр. Октября, 71, Уфа, 450054, Россия
(E-mail: elvira@anrb.ru)*

Аннотация. В рамках решения задачи акустического рассеяния на системе, состоящей из множества звукопроницаемых сфер, исследуется одна из основных характеристик явления рассеяния — позиционное сечение рассеяния, позволяющая провести анализ интенсивности рассеянной волны в заданном направлении. Получена формула для данной характеристики, учитывающая взаимодействие между сферами в системе, которая является универсальной и применима для любого числа сфер различных радиусов, расположенных в произвольных трехмерных конфигурациях, для различных физических свойств окружающей среды внутри сфер, а также при произвольном внешнем воздействии на систему. Проведена верификация с данными других численных исследований; получено качественное совпадение результатов. Численный параметрический анализ для системы, состоящей из двух звукопроницаемых сфер, при воздействии плоской или сферической (от монопольного источника излучения) волны показал, что в случае воздушных пузырьков в воде система обладает наилучшими рассеивающими свойствами; рассеяние в обратном направлении в системе со сферами одинакового радиуса выше, чем в системе со сферическими частицами различных размеров; для плоской волны увеличение волнового радиуса приводит к уменьшению значения функции обратного сечения рассеяния, а для монопольного источника излучения рост волнового радиуса, наоборот, приводит к росту данной величины. Для слоя капель воды в воздухе получено, что при увеличении расстояния между центрами сфер увеличиваются рассеивающие свойства данного слоя в обратном направлении.

Ключевые слова: система звукопроницаемых сфер, интенсивность рассеянной волны, позиционное сечение рассеяния, обратное сечение рассеяния, плоская волна, монопольный источник излучения.

DOI: <https://doi.org/10.32523/bulmathenu.2024/3.4>

2000 Mathematics Subject Classification: 76Q05

1. Введение

При решении задачи рассеяния акустической волны на множестве сферических препятствий малых размеров определение основных характеристик рассеяния, таких, как позиционное

¹Работа выполнена при поддержке госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

сечение рассеяния (differential scattering cross section) или полное сечение рассеяния (total scattering cross section), является одним из ее основных этапов. Анализ данных характеристик позволяет установить параметры системы, при которых взаимодействие между частицами является либо существенным, либо им можно пренебречь и свести к упрощенной задаче с множеством одиночных невзаимодействующих частиц.

До настоящего времени научная литература, связанная с изучением основных характеристик явления рассеяния как правило была ограничена случаями одиночной сферы или системы пары сфер. Обзор данных исследований, включающий работы по исследованию рассеяния на одиночном препятствии до 1950 г., представлен в [1], а с более поздними работами, включая случай двух сфер, можно ознакомиться в [2]-[5], а также в обзорной работе [6]. В работе [7] выведена явная формула полного сечения рассеяния, учитывающая взаимодействие между звукопроницаемыми сферами в системе. Данная формула применима для любого числа сфер различных радиусов, произвольным образом расположенных в трехмерном пространстве, и при произвольном внешнем воздействии в границах применимости алгоритмов, используемых для общего [8] или осесимметричного [9] случаев.

Настоящая работа посвящена исследованию позиционного сечения рассеяния от системы звукопроницаемых сфер. Данная характеристика позволяет провести анализ интенсивности рассеянной волны в заданном направлении. На основе преобразованной формулы для интенсивности рассеянной волны, представленной в работе [7], получено выражение для позиционного сечения рассеяния, и проведен численный параметрический анализ исследуемой характеристики на системе сфер при падении двух видов волн: плоской или сферической от монопольного источника излучения.

2. Постановка задачи и формула позиционного сечения рассеяния для системы сфер

Рассмотрим рассеяние акустической волны на системе, состоящей из N звукопроницаемых сфер различных радиусов a_v ($v = 1, 2, \dots, N$), произвольным образом распределенных в бесконечном трехмерном пространстве. Среда вне и внутри сфер являются однородными, характеризуются плотностями ρ_0 и ρ_v и скоростями звука c_0 и c_v соответственно. На систему воздействует либо плоская волна, имеющая нормальный вектор $\mathbf{n}_{pw}$ к ее фронту, либо сферическая волна от монопольного источника излучения, расположенного в произвольной точке M_{ms} трехмерного пространства. На рис. 1 представлена схема и основные обозначения для данной задачи.

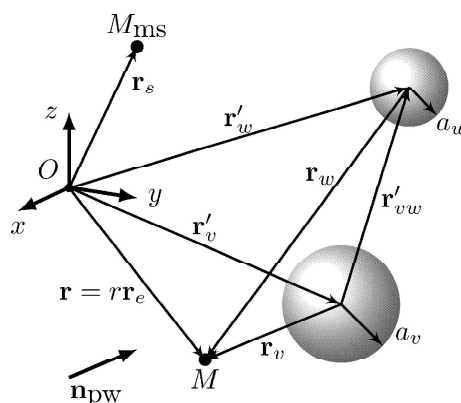


Рисунок 1 – Схема задачи и основные обозначения в разных системах отсчета. $\mathbf{n}_{pw}$ — нормальный вектор к фронту плоской волны; M_{ms} — монопольный источник излучения; $M = M(r, \theta, \varphi)$ — произвольная точка в трехмерном пространстве.

Математическая модель, описывающая рассеяния внешней волны на множестве звукопроницаемых сфер, а также система линейных уравнений в матричном виде, к которой

сводится решение данной задачи, приведены в работе [7]. Заметим, что моделирование задачи осуществлялось в предположении, что центры сфер неподвижны и радиальное движение сферической границы отсутствует.

Преобразуем формулу для позиционного сечения рассеяния $\sigma(\theta, \varphi)$, характеризующую интенсивности рассеянной волны в заданном направлении (θ, φ) , которая в общем случае определяется выражением [10]:

$$\sigma(\theta, \varphi) = \frac{4\pi r^2 I_s(\theta, \varphi)}{I_0}, \quad (1)$$

где I_s — интенсивность рассеянной волны; I_0 — интенсивность падающей волны.

Формула для интенсивности рассеянной волны I_s , полученная в работе [7], с учетом формулы для комплексного сопряжения (обозначается знаком «*») ортогональной сферической гармоник

$$Y_l^{s*}(\theta, \varphi) = (-1)^s Y_l^{-s}(\theta, \varphi),$$

примет следующий вид:

$$I_s = \frac{\omega \rho_0}{2k_0 r^2} \operatorname{Re} \sum_{v,w=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{s=-l}^l (-1)^{n+s} i^{n+l} A_n^{(v)m} A_l^{(w)s*} e^{ik_0(\mathbf{r}'_{vw} \cdot \mathbf{r}_e)} Y_n^m(\theta, \varphi) Y_l^{-s}(\theta, \varphi).$$

Здесь $\omega = 2\pi f$ — угловая частота; f — частота внешнего поля; k_0 — волновое число для внешней среды; i — мнимая единица; $A_n^{(v)m}$ — решение матричной системы [7].

Преобразуем произведение двух поверхностных сферических гармоник:

$$\begin{aligned} Y_n^m(\theta, \varphi) Y_l^{-s}(\theta, \varphi) &= \\ &= \frac{(-1)^{m-s}}{4\pi} \sqrt{(2n+1)(2l+1) \frac{(n-|m|)! (l-|s|)!}{(n+|m|)! (l+|s|)!}} P_n^{|m|}(\cos \theta) P_l^{|s|}(\cos \theta) e^{i(m-s)\varphi} = \\ &= \frac{(-1)^{m-s}}{4\pi} c^{(n,m,l,s)} P_n^m(\cos \theta) P_l^s(\cos \theta), \end{aligned}$$

где введено обозначение:

$$c^{(n,m,l,s)} = (-1)^{(m-|m|+s-|s|)/2} \sqrt{(2n+1)(2l+1) \frac{(n-m)! (l-s)!}{(n+m)! (l+s)!}};$$

$P_l^s(\cos \theta)$ —присоединенные функции Лежандра [11].

С учетом формулы разложения произведения двух присоединенных функций Лежандра [12]

$$P_n^m(\cos \theta) P_l^s(\cos \theta) = \sum_{i_1=|n-l|}^{n+l} b_{i_1}^{(nmls)} P_{i_1}^{m-s}(\cos \theta),$$

где $b_{i_1}^{(nmls)}$ — коэффициенты Клебша–Гордана, получим следующее выражение интенсивности рассеянной волны через присоединенные функции Лежандра:

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{\omega \rho_0}{8\pi k_0 r^2} \operatorname{Re} \sum_{v,w=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{s=-l}^l (-1)^{n+m} i^{n+l} A_n^{(v)m} A_l^{(w)s*} e^{i(k_0(\mathbf{r}'_{vw} \cdot \mathbf{r}_e) + (m-s)\varphi)} \times \\ &\quad \times c^{(n,m,l,s)} \sum_{i_1=|n-l|}^{n+l} b_{i_1}^{(nmls)} P_{i_1}^{m-s}(\cos \theta). \end{aligned}$$

Окончательная формула для позиционного сечения рассеяния (1) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, \varphi) &= \frac{\omega \rho_0}{2k_0 I_0} \operatorname{Re} \sum_{v,w=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{s=-l}^l (-1)^{n+m} i^{n+l} A_n^{(v)m} A_l^{(w)s*} \times \\ &\quad \times e^{i(k_0(\mathbf{r}'_{vw} \cdot \mathbf{r}_e) + (m-s)\varphi)} c^{(n,m,l,s)} \sum_{i_1=|n-l|}^{n+l} b_{i_1}^{(nmls)} P_{i_1}^{m-s}(\cos \theta), \end{aligned} \quad (2)$$

где в случае плоской волны интенсивность I_0 определяется как

$$I_0 = \frac{p_0^2}{2\rho_0 c_0},$$

а в случае сферической волны от монопольного источника излучения —

$$I_0 = \frac{\omega \rho_0 V_0^2 k_0}{32\pi^2 d_{\text{ms}}^2}.$$

Здесь p_0 — давление в начальный момент времени; V_0 — производительность монопольного источника; d_{ms} — расстояние от монопольного источника M_{ms} до геометрического центра сфер.

3. Численные расчеты

Расчет позиционного сечения рассеяния по формуле (2) производился с помощью разработанного автором программного кода на языке Fortran 90 для Windows со стандартной сборкой компиляторов (GCC) в среде MSYS2 (MinGW-w64). Для численного решения матричной системы [7] подключалась библиотека LAPACK [13].

При расчетах использовались следующие физические параметры для сред: $\rho = 998$ кг/м³, $c = 1484$ м/с для воды; $\rho = 1.205$ кг/м³, $c = 343.1$ м/с для воздуха; $\rho = 1252$ кг/м³, $c = 1034$ м/с для дихлорэтана.

Для верификации численных данных, полученных по формуле (2), было проведено сравнение результатов работы [14] для двух пузырьков в резонансной области при падении плоской волны, фронт которой параллелен оси, соединяющей центры звукопроницаемых сфер, расположенных на расстоянии d_l друг от друга. В выбранной системе отсчета, где нормальный вектор к фронту плоской волны параллелен оси Oz , его сферические координаты равны $\mathbf{n}_{\text{pw}} = (\pi/2, 0)$. На рис. 2 приведены зависимости функции, характеризующей обратное сечение рассеяния (backscattering cross section) $10 \log_{10}(\sigma_b/(\pi a_1^2))$ (где обозначено $\sigma_b \equiv \sigma(\pi/2, 0)$), то есть в направлении, противоположном нормальному вектору к фронту плоской волны, от волнового радиуса $k_0 a_1$ для случаев систем с пузырьками одинакового радиуса $a_1 = a_2$ и разных радиусов $a_2 = 2a_1$. Сравнение полученных в настоящей работе численных данных с результатами исследований, представленных в работе [14] на рис. 5 для значений $d_l/a_1 = 2$ и 6, показало качественное совпадение характера кривых. Количественное отличие можно объяснить различием в выборе вида формул для сферических гармоник $Y_n^m(\theta, \varphi)$. Также на данных графиках представлены результаты расчета для рассмотренной системы в случае падения волны от монопольного источника излучения, расположенного на расстоянии $d_{\text{ms}} = 5a$ от геометрического центра системы на оси, перпендикулярной к отрезку, который соединяет центры сфер и делит его пополам.

На рис. 3(а) представлена функция обратного сечения рассеяния $\sigma_b/(\pi a_1^2)$ в зависимости от волнового расстояния между центрами сфер d_l/a_1 при падении плоской волны на систему двух воздушных пузырьков в воде в случаях сфер одного радиуса $a_1 = a_2$ (тонкие линии) и разных радиусов $a_1 = 2a_2$ (толстые линии) при различных значениях волнового радиуса $k_0 a_1 = 0.1$, 0.2 и 0.5. Аналогичные кривые в случае падения сферической волны от монопольного источника излучения с $d_{\text{ms}} = 5a$ приведены на рис. 3(б). Видно, что в случае плоской волны увеличение волнового радиуса приводит к уменьшению значения функции обратного сечения рассеяния. При этом рассеяние в обратном направлении в случае идентичных пузырьков выше, чем для пузырьков различных размеров. Для монопольного источника излучения рост волнового радиуса, наоборот, приводит к увеличению значения обратного сечения рассеяния, причем с ростом расстояния между центрами сфер данная величина быстро стремится к нулю.

Результаты, аналогичные приведенным на рис. 3(а), представлены на рис. 4(а) в случае капель воды в воздухе и рис. 4(б) в случае капель дихлорэтана в воде. Видно, что значения искомой функции на несколько порядков ниже, чем в случае воздушных пузырьков в воде,

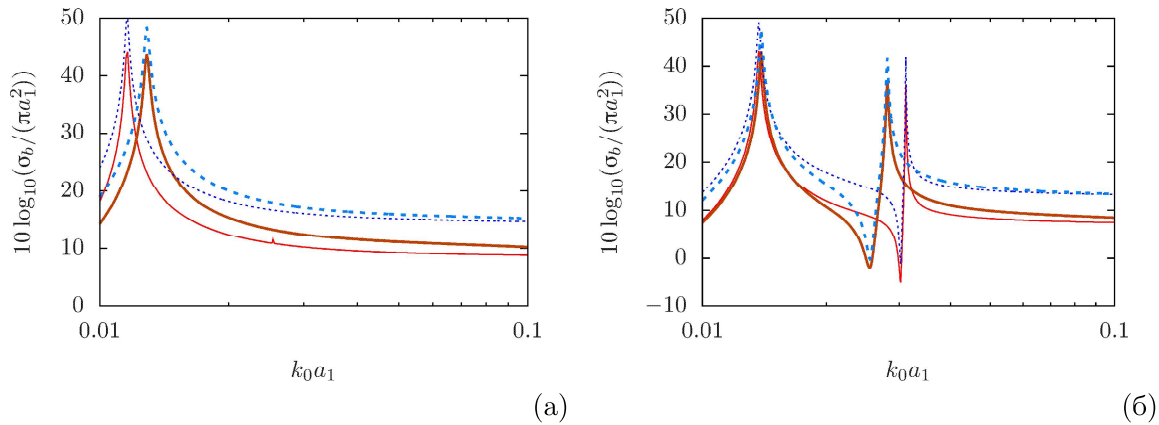


Рисунок 2 – Зависимость обратного сечения рассеяния от волнового радиуса для системы двух воздушных пузырьков около резонанса при падении плоской волны (сплошные линии) и сферической волны от монопольного источника излучения с $d_{ms} = 5a$ (пунктирные линии) для расстояний между центрами сфер $d_l = 2a_1$ (тонкие линии) и $d = 6a_1$ (толстые линии): $a_1 = a_2$ (а); $a_1 = 2a_2$ (б)

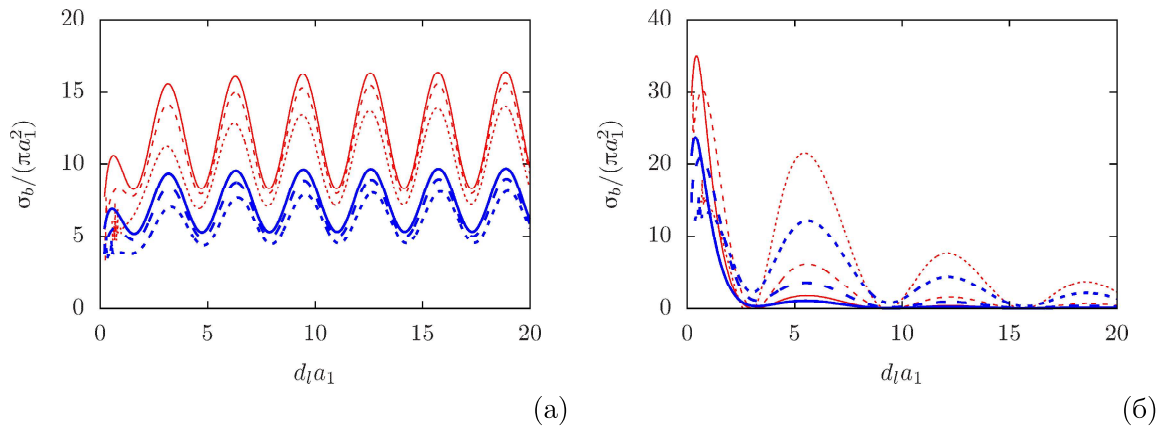


Рисунок 3 – Зависимость функции обратного сечения рассеяния $\sigma_b / (\pi a_1^2)$ от волнового расстояния $d_l a_1$ для различных значений $k_0 a_1 = 0.1$ (сплошные линии), 0.2 (штриховые линии), 0.5 (пунктирные линии) для двух воздушных пузырьков в воде одного радиуса (тонкие линии) и разных радиусов (толстые линии) в случае падения: плоской волны (а); сферической волны от монопольного источника излучения с $d_{ms} = 5a$ (б).

то есть для систем с каплями рассеивающие свойства всей системы меняются существенно по сравнению с пузырьковыми системами.

Зависимость позиционного сечения рассеяния $\sigma(\theta, \varphi)$, рассчитанная по формуле (2), для двух воздушных пузырьков в воде от угла θ при фиксированных значениях углов φ (значения приведены в легенде) для значений волнового радиуса $k_0 a_1 = 0.5$ и расстояния между центрами сфер $d_l = 4a_1$, представлена на рис. 5(а) для плоской волны и рис. 5(б) для монопольного источника излучения с $d_{ms} = 5a_1$. А на рис. 6 — аналогичные зависимости от угла φ при фиксированных значениях углов θ .

Рассмотрим рассеивающий слой, состоящий из $N = 11 \times 11 = 121$ капель воды одинакового радиуса a_1 , в воздухе (см. рис. 7(а)). Капли равномерно распределены в плоскости Oyz с наименьшим расстоянием между центрами соседних сфер, равном δl . Монопольный источник излучения M_{ms} располагается на оси Ox на расстоянии $d_{ms} = 10a$ от начала координат O (геометрического центра системы звукопроницаемых сфер). На рис. 7(б) продемонстрированы результаты расчетов нормированного обратного сечения рассеяния $\sigma_b / (\pi a_1^2)$, вычисленного с помощью формулы (2), при $\delta l = 3a$ и $5a$. Видно, что увеличение расстояния между центрами сфер приводит к увеличению рассеивающих свойств данного слоя в искомом направлении.

4. Заключение

В рамках решения задачи акустического рассеяния волны на системе звукопроницаемых сфер в настоящей работе впервые получена формула для позиционного сечения рассеяния (2) в случае множества рассеивателей, учитывающая взаимодействие между сферами в системе. Данная формула универсальна и применима для любого числа сфер различных радиусов, расположенных в произвольных трехмерных конфигурациях, для различных физических свойств окружающей среды и среды внутри сфер, а также при произвольном внешнем воздействии на систему.

Верификация данных, вычисленных по выведенной в настоящей работе формуле (2), с результатами работы [14] показала хорошее качественное совпадение.

Проведен численный параметрический анализ системы, состоящей из двух звукопроницаемых сфер, для трех различных случаев соотношения параметров (упругости $\chi = \rho c^2$ и плотности ρ среды) внешней среды и среды внутри сфер:

1. $\chi_0/\chi_v \gg 1$, $\rho_0/\rho_v \gg 1$ – система газовых пузырьков в жидкости (при расчетах использовались физические параметры сред, соответствующие пузырькам воздуха в воде);
2. $\chi_0/\chi_v \ll 1$, $\rho_0/\rho_v \ll 1$ – система жидких капель воды в газе (использовались физические параметры, соответствующие каплям воды в воздухе);
3. $\chi_0/\chi_v \approx 1$, $\rho_0/\rho_v \approx 1$ – система капель одной жидкости в другой (использовались физические параметры, соответствующие каплям дихлорэтана в воде).

Рассмотрены также случаи систем одного и разных радиусов и два вида внешнего воздействия — плоская волна и сферическая волна от монопольного источника излучения. Получено, что

- в случае отношений параметров $\chi_{out}/\chi_{in} \gg 1$ и $\rho_0/\rho_v \gg 1$ система обладает хорошими рассеивающими свойствами;
- рассеяние в обратном направлении в системе со сферами одинакового радиуса выше, чем в системе со сферическими частицами различных размеров;
- для плоской волны увеличение волнового радиуса приводит к уменьшению значения функции обратного сечения рассеяния, в то время как для сферической волны рост волнового радиуса приводит к росту данной величины.

Расчет обратного сечения рассеяния по формуле (2) для системы, состоящей из большого числа сфер, проведен для слоя из 121 капли воды в воздухе (см. рис. 7(а)). Отметим, что данная система в случае звуконепроницаемых сфер была рассмотрена в работе [15] и

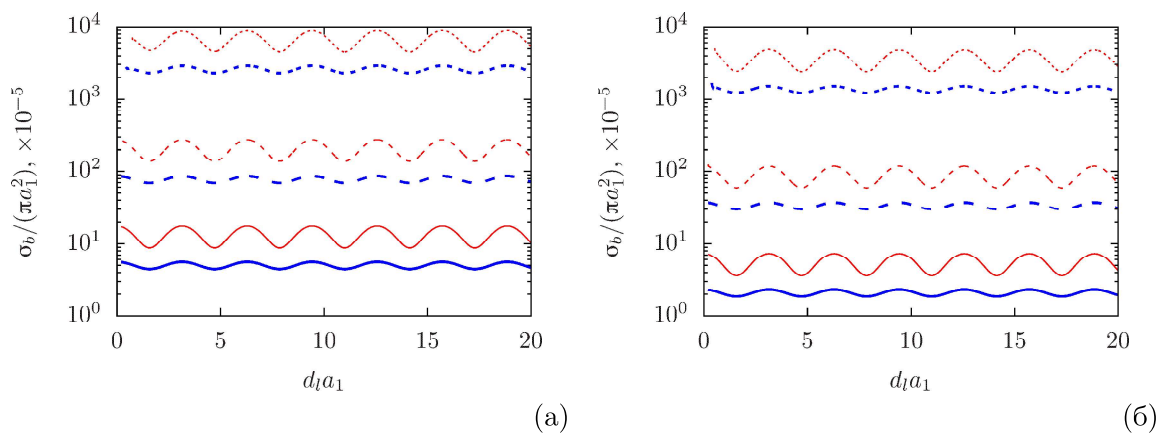


Рисунок 4 – Зависимость функции обратного сечения рассеяния $\sigma_b/(\pi a_1^2)$ от волнового расстояния $d_l a_1$ для различных значений $k_0 a_1 = 0.1$ (сплошные линии), 0.2 (штриховые линии), 0.5 (пунктирные линии) в случае падения плоской волны для звукопроницаемых сфер одного радиуса (тонкие линии) и разных радиусов (толстые линии) в случае: двух капель воды в воздухе (а) и двух капель дихлорэтана в воде (б).

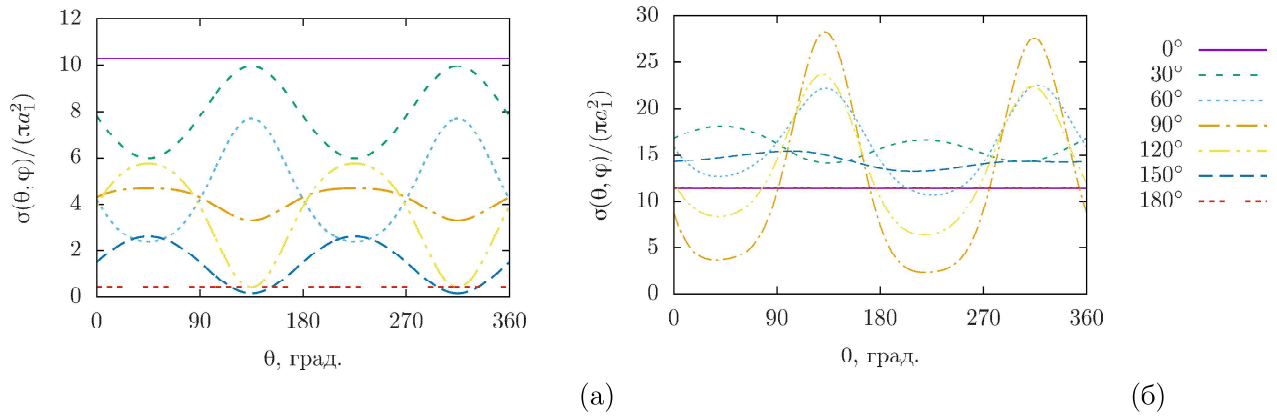


Рисунок 5 – Зависимость позиционного сечения рассеяния $\sigma(\theta, \varphi)$ от угла θ при фиксированных значениях углов φ , приведенных в легенде справа, для двух воздушных пузырьков в воде. Для случая: плоской волны (а); сферической волны от монопольного источника излучения с $d_{ms} = 5a_1$ (б)

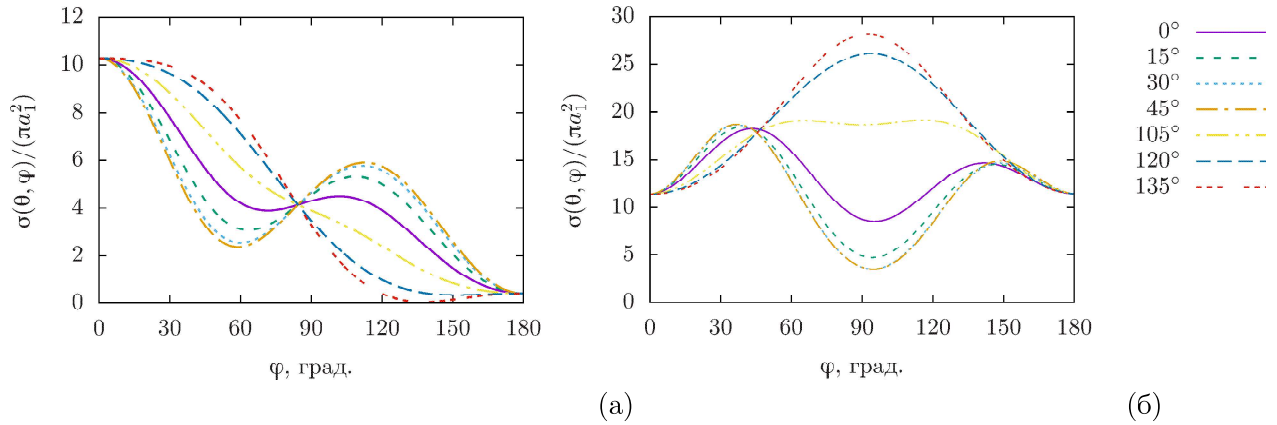


Рисунок 6 – Зависимость позиционного сечения рассеяния $\sigma(\theta, \varphi)$ от угла φ при фиксированных значениях углов θ , приведенных в легенде справа, для двух воздушных пузырьков в воде. Для случая: плоской волны (а); сферической волны от монопольного источника излучения с $d_{ms} = 5a_1$ (б)

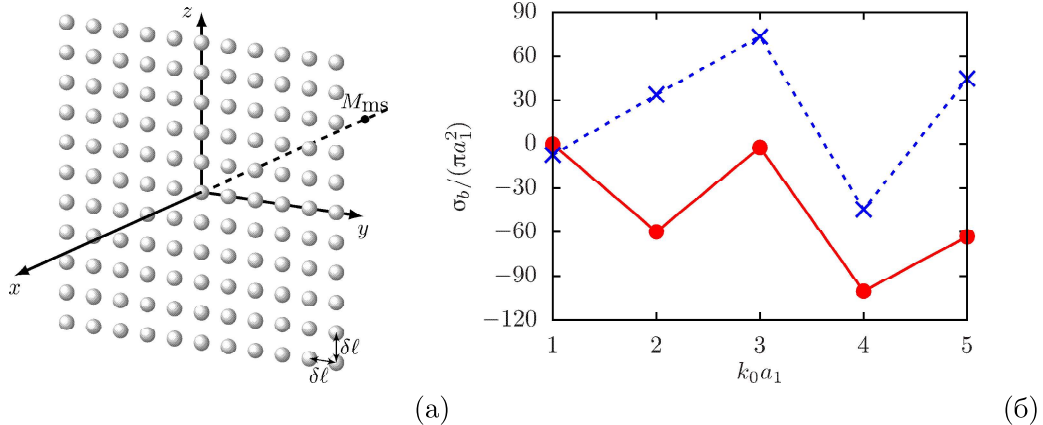


Рисунок 7 – Конфигурация рассеивающего слоя, содержащего 121 каплю воды одинакового радиуса, равномерно распределенных в воздухе (а); характер нормированного обратного сечения рассеяния $\sigma_b/(\pi a_1^2)$ в зависимости от волнового радиуса $k_0 a_1$ для $\delta l = 3a$ (сплошная линия) и $\delta l = 5a$ (штриховая линия) (б).

является одной из немногих систем, содержащей более трех сфер, для которой имеются численные расчеты (а именно, зависимость искомой функции STF от числа усечения при разложении рядов), что позволило в дальнейшем в работе автора [8] провести верификацию численного алгоритма для случая звукопроницаемых сфер, применяемого для определения

коэффициентов $A_n^{(v)m}$ в формуле (2). Численные расчеты настоящей работы показали, что при увеличении расстояния между центрами сфер рассеивающая способность рассмотренного слоя капель воды в воздухе в обратном направлении увеличивается.

Список литературы

- 1 Martin P.A. Acoustic scattering by one bubble before 1950: Spitzer, Willis, and Division 6 // J. Acoust. Soc. Am. – 2019. – Vol. 146. – P. 920–926. DOI: 10.1121/1.5120127.
- 2 Hahn T.R. Low frequency sound scattering from spherical assemblages of bubbles using effective medium theory // J. Acoust. Soc. Am. – 2007. – Vol. 122, No. 6. – P. 3252–3267. DOI: 10.1121/1.2793610.
- 3 Lee W.M. Three-dimensional acoustic scattering by multiple spheres using collocation multipole method // Int. J. Solids Structures. – 2015. – Vol. 63. – P. 39–49. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2015.02.033.
- 4 Amamou M.L. A theoretical and numerical resolution of an acoustic multiple scattering problem in three-dimensional case // Acoustical Physics. – 2016. – Vol. 62, No. 3. – P. 280–291. DOI: 10.1134/S1063771016030015.
- 5 Valier-Brasier T., Conoir J.-M. Resonant acoustic scattering by two spherical bubbles // J. Acoust. Soc. Am. – 2019. – Vol. 145, No. 1. – P. 301–311. DOI: 10.1121/1.5087556.
- 6 Насибуллаева Э.Ш. Рассеяние звуковых волн на сферах: методы решения и основные характеристики (обзор) // Многофазные системы. – 2021. – Т. 16, № 3–4. – С. 88–104. DOI: 10.21662/mfs2021.3.013.
- 7 Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ многократного рассеяния акустической волны на множестве звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. – Т. 15, № 4. – С. 383–398. DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.29.
- 8 Насибуллаева Э.Ш. Моделирование акустического рассеяния от множества звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве // Вычислительные технологии. – 2022. Т. 27, № 2. – С. 19–36. DOI: 10.25743/ICT.2022.27.2.003.
- 9 Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ акустического рассеяния от звукопроницаемых сфер при внешнем воздействии // Вестник УГАТУ. – 2021. – Т. 25, № 2(92). – С. 93–101. DOI: 10.54708/19926502_2021_2529293.
- 10 Гринченко В.Т., Вовк И.В., Мацыпура В.Т. Основы акустики. Киев: Наукова думка, 2009. – 867 с.
- 11 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1974. – 832 с.
- 12 Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск: Наука и техника, 1968. – 584 с.
- 13 LAPACK — Linear Algebra PACKage. URL: <https://netlib.sandia.gov/lapack/> (дата обращения: 12.09.2024).
- 14 Skaropoulos N.C., Yagridou H.D., Chrissoulidis D.P. Interactive resonant scattering by a cluster of air bubbles in water // J. Acoust. Soc. Am. – 2003. – V. 113, No. 6. – P. 3001–3011. DOI: 10.1121/1.1572141.
- 15 Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // J. Acoust. Soc. Am. 2002. – V. 112, No. 6. – P. 2688–2701. DOI: 10.1121/1.1517253.

Дыбыс өткізетін сфералар жүйесі үшін акустикалық толқын шашырауының позициялық қимасын зерттеу

Э.Ш. Насибуллаева

Р. Р. Мавлютова атындағы механика институты – Ресей Ғылым академиясының Уфа федералды зерттеу орталығының федералды мемлекеттік бюджеттік ғылыми мекемесінің жеке құрылымдық бөлімшесі, Октябрь даңғ., 71, Уфа, 450054, Ресей

Аннотация. Көптеген дыбыс өткізетін сфералардан тұратын жүйеде акустикалық шашырау мәселесін шешу шеңберінде шашырау құбылысының негізгі сипаттамаларының бірі – берілген бағытта шашыраңқы толқынның қарқындылығын талдауға мүмкіндік беретін шашыраудың позициялық қимасы зерттеледі. Берілген сипаттама үшін формула алынды, бұл формула жүйедегі сфералар арасындағы өзара әрекеттесуді, үш өлшемді кеңістіктегі кез келген конфигурацияларда орналасқан әртүрлі радиусты сфералардың кез келген саны үшін, сондай-ақ сфералар ішіндегі қоршаған ортаның әртүрлі физикалық қасиеттерін және жүйеге әсер ететін сыртқы факторларды ескеруге мүмкіндік беретін әмбебап формула болып табылады. Басқа сандық зерттеулердің деректерімен верификация жүргізілді; нәтижелердің сапалы сәйкестігі алынды. Жазық немесе сфералық (монополиялық сәулелену көзінен) толқынға ұшыраған кезде екі дыбыс өткізетін сферадан тұратын жүйе үшін сандық параметрлік анализ судағы ауа көпіршіктері жағдайында жүйенің ең жақсы шашырау қасиеттеріне ие екендігін көрсетті; бірдей радиусты сфералары бар жүйеде әр түрлі мөлшердегі сфералық

бөлшектерге қарағанда керісінше шашырау жоғары екендігі көрсетілді; жазық толқын үшін толқын радиусының ұлғаюы кері шашырау функциясының мәнінің төмендеуіне әкелетіндігі, ал монополиялық сәулелену көзі үшін толқын радиусының өсуі, керісінше, берілген шаманың өсуіне әкелетіндігі сандық анализге сәйкес алынды. Ауадағы су тамшыларының қабаты үшін сфералардың центрлері арасындағы қашықтық ұлғайған кезде бұл қабаттың шашырау қасиеттері кері бағытта артатындығы көрсетілген.

Түйін сөздер: дыбыс өткізетін сфералар жүйесі, шашыраңқы толқынның қарқындылығы, шашыраудың позициялық қимасы, кері шашырау қимасы, жазық толқын, монополиялық сәулелену көзі.

Study of the differential scattering cross section of the acoustic wave for a system of sound-permeable spheres

E.Sh. Nasibullaeva

Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 450054, Ufa, Russia

Abstract. In the context of solving the acoustic scattering problem for a system of multiple sound-permeable spheres, this study investigates one of the key characteristics of the scattering phenomenon: the differential scattering cross section. This characteristic allows one to analyze the intensity of a scattered wave in a fixed direction. The formula for this characteristic, taking into account the interaction between the spheres in the system, is obtained. This formula is universal and applicable to any number of spheres of different radii located in arbitrary three-dimensional configurations, for various physical properties of the environment inside the spheres, as well as under arbitrary external action on the system. The data is verified with the data of other numerical studies; showing qualitative agreement. Numerical parametric analysis for a system consisting of two sound-permeable spheres under an action of a plane or spherical (from a monopole radiation source) wave shows that in the case the air bubbles in water the system has the best scattering properties; backscattering in a system with spheres of the same radius is higher than in a system with spherical particles of different sizes; for a plane wave, an increase in the wave radius leads to a decrease in the value of the backscattering cross section function, while for a monopole radiation source, an increase in the wave radius leads to an increase in this value. For a layer of water droplets in air, it was found that an increase in the distance between the centers of the spheres leads to an increase in the scattering properties of this layer in the opposite direction.

Keywords: system of sound-permeable spheres, scattered wave intensity, differential scattering cross section, backscattering cross section, plane wave, monopole radiation source.

Список литературы

- 1 Martin P.A. Acoustic scattering by one bubble before 1950: Spitzer, Willis, and Division 6. J. Acoust. Soc. Am. 2019. Vol. 146. P. 920–926. DOI: 10.1121/1.5120127.
- 2 Hahn T.R. Low frequency sound scattering from spherical assemblages of bubbles using effective medium theory. J. Acoust. Soc. Am. 2007. Vol. 122, No. 6. P. 3252–3267. DOI: 10.1121/1.2793610.
- 3 Lee W.M. Three-dimensional acoustic scattering by multiple spheres using collocation multipole method. Int. J. Solids Structures. 2015. Vol. 63. P. 39–49. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2015.02.033.
- 4 Amamou M.L. A theoretical and numerical resolution of an acoustic multiple scattering problem in three-dimensional case. Acoustical Physics. 2016. Vol. 62, No. 3. P. 280–291. DOI: 10.1134/S1063771016030015.
- 5 Valier-Brasier T., Conoir J.-M. Resonant acoustic scattering by two spherical bubbles. J. Acoust. Soc. Am. 2019. Vol. 145, No. 1. P. 301–311. DOI: 10.1121/1.5087556.
- 6 Nasibullaeva E.Sh. Rasseyaniye zvukovykh voln na sferakh: metody resheniya i osnovnyye kharakteristiki (obzor) [Scattering of sound waves on spheres: methods and main characteristics (review)]. Multiphase systems. 2021. Vol. 16. No. 3–4. P. 88–104. [In Russian] DOI: 10.21662/mfs2021.3.013.
- 7 Nasibullaeva E.Sh. Chislenny analiz mnogokratnogo rasseyaniya akusticheskoy volny na mnozhestve zvukopronit-sayemykh sfer v trekhmernom prostranstve [Numerical analysis of multiple scattering of an acoustic wave on a set

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ хабаршысы. Математика, компьютерлік ғылымдар, механика сериясы, 2024, Том 148, №3
Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Математика, компьютерные науки, механика, 2024, Том 148, №3

- of sound-permeable spheres in 3D space]. Computational Continuum Mechanics. 2022. Vol. 15. No. 4. P. 383-398. [In Russian] DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.29.
- 8 Nasibullaeva E.Sh. Modelirovaniye akusticheskogo rasseyaniya ot mnozhestva zvukopronitsayemykh sfer v trekhmernom prostranstve [Simulation of acoustical scattering from a set of sound-permeable spheres in 3D space]. Computational technologies. 2022. Vol. 27. No. 2. P. 19–36. [In Russian] DOI: 10.25743/ICT.2022.27.2.003.
- 9 Nasibullaeva E.Sh. Chislennyy analiz akusticheskogo rasseyaniya ot zvukopronitsayemykh sfer pri vneshnem vozdeystvii [Numerical analysis of acoustic scattering from sound-permeable spheres under external influence]. Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University). 2021. Vol. 25. No. 2(92). P. 93–101. [In Russian] DOI: 10.54708/19926502_2021_2529293.
- 10 Grinchenko V.T., Vovk I.V., Macypura V.T. Osnovy akustiki [Basics of acoustics]. Kiev, Naukova Dumka. 2009. 867 p. [In Russian]
- 11 Korn G.A., Korn Th.M. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. McGraw Hill Book Company, 1968. 943 p.
- 12 Skaropoulos N.C., Yagridou H.D., Chrissoulidis D.P. Interactive resonant scattering by a cluster of air bubbles in water. J. Acoust. Soc. Am. 2003. Vol. 113. No. 6. P. 3001–3011. DOI: 10.1121/1.1572141.
- 13 Ivanov Ye.A. Diffraction of electromagnetic waves on two bodies. Washington, National Aeronautics and Space Administration, 1970. 597 p.
- 14 LAPACK — Linear Algebra PACKage. URL: <https://netlib.sandia.gov/lapack/> (Accessed: 12.09.2024).
- 15 Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion. J. Acoust. Soc. Am. 2002. Vol. 112. No. 6. P. 2688–2701. DOI: 10.1121/1.1517253.

Сведения об авторе:

Насибуллаева Эльвира Шамилевна — кандидат физико–математических наук, Институт механики им. Р.Р. Мавлютова — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, пр.Октября, 71, Уфа, 450054, Россия.

Nasibullaeva Elvira Shamilevna — PhD of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, Oktyabrya Avenue, 71, Ufa, 450054, Russia.

Поступила: 12.09.2024. После редакции: 21.09.2024.

Одобрена: 27.09.2024. Доступна онлайн: 30.09.2024.