

МРНТИ: 30.17.19

ИССЛЕДОВАНИЯ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТОЛБА ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ¹

З.З. Мамаева ¹, Д.А. Насырова ²

^{1,2} *Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра
Российской академии наук, пр. Октября, 71, Уфа, 450054, Россия*
(E-mail: ¹ zilia16@mail.ru, ² dinasyrova@mail.ru)

Аннотация. Проанализированы собственные колебания столба жидкости в нефтяной вертикальной скважине, вызванные резкой остановкой насосов (гидроударе). Отметим, что волновые параметры колебаний зависят от физико-химических свойств закачиваемой жидкости, плотности, пористости, проницаемости коллектора и характеристик трещины гидравлического разрыва пласта. На основе теоретической модели, которая описывает движение жидкости в скважине со свободной верхней границей и фильтрацию жидкости в призабойной зоне с гидроразрывом пласта, найдены аналитические решения задачи о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. При этом учтены начальные и граничные условия процесса. Получены выражения для нахождения изменения давления и скорости жидкости в скважине. Выведено характеристическое уравнение для нахождения волновых параметров собственных частот (частоты, периода, коэффициента и декремента затухания). Исследовано влияние проницаемости породы и проводимости трещины гидроразрыва на частоту колебаний, коэффициент затухания и декремент затухания колебаний давления. Рассмотрена динамика давления в середине и на забое скважины в случаях отсутствия и наличия трещины гидравлического разрыва пласта. Проведено сравнение данных характеристик для жидкостей с различной плотностью, а именно для нефти и воды.

Ключевые слова: собственные колебания, гидроразрыв пласта, собственные частоты, гидроудар, нефть, вертикальная скважина, фильтрация жидкости, колебания жидкости.

DOI: <https://doi.org/10.32523/3007-0155/bulmathenu.2024/2.3>

2000 Mathematics Subject Classification: 76S05

1. Введение

Добыча нефти — сложный и наукоемкий процесс, который непрерывно модернизируется и совершенствуется как в практической, так и в теоретической областях. В настоящее время одной из проблем нефтегазодобывающей отрасли является поддержание уровня добычи нефти на фоне истощения залежей с традиционными запасами и вовлечения в разработку трудноизвлекаемых запасов углеводородов. В этих условиях широкое применение получили геолого-технологические мероприятия по интенсификации добычи нефти, наиболее эффективным из них считается гидравлический разрыв пласта (ГРП). ГРП — это метод интенсификации работы скважин, приводящих к кардинальному изменению ее дебита [1].

¹Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001)

Полученные в следствие ГРП трещины расположены на большой глубине, в связи с этим возникают задачи определения ее параметров и коллекторских характеристик. Многие авторы изучают влияние трещины ГРП на работу скважины, изменение фильтрационных характеристик на забое, прирост добычи нефти.

Хабибуллин И.Л. и Хисамов А.А. [2, 3, 4] в своих работах решали задачи нестационарной фильтрации в системе «пласт-трещина ГРП». Авторы пришли к выводу, что наличие трещины ГРП влияет на зависимость давления, скорость фильтрации от фильтрационных характеристик системы. Авторы построили и провели анализ аналитических решений данной задачи. Было изучено влияние длины трещины на количественные характеристики процесса.

Шагапов В.Ш. и Нагаева З.М. в [5] представили исследования нестационарной фильтрации вокруг скважины с вертикальной трещиной ГРП. Фильтрационные процессы в трещине описаны с использованием классической модели радиальной фильтрации. Получены точные решения, с их помощью проведен анализ коллекторских свойств пласта и трещины гидроразрыва. Проанализировано влияние реологических свойств насыщающей жидкости или газа на изменения давления в трещине.

В [6] решена задача о притоке нефти из породы в трещину ГРП и получены достаточно простые аналитические формулы методом последовательной смены стационарных состояний. На основе полученных формул проведен численный анализ и установлены зависимости динамики давления в трещине ГРП, дебита скважины в режиме постоянного перепада давления от физических свойств жидкости, пористости, проницаемости породы и геометрии трещины. Также изучены данные зависимости при постоянном дебите скважины.

Задача о выходе процесса функционирования скважины на стационарный режим при постоянном перепаде давления между забойным и пластовыми значениями, а также при постоянном дебите решена [7]. Построены точные и приближенные аналитические решения, которые описывают фильтрацию флюида «скважина-трещина ГРП-пласт». Выведены формулы, аналогичные формулам Дюпюи, определяющим дебит скважины. Проанализировано влияние физических и геометрических свойств трещины ГРП, пласта и реологических свойств жидкости на периоды, за которые колебания давления от скважины проникают во всю трещину ГРП.

Авторами [8] исследован гидравлический удар, возникший при завершении процесса гидравлического разрыва пласта. Проведено численное моделирование рассматриваемого процесса на основе уравнений сохранения массы и импульсов. В результате анализа полученных численных результатов было показано, что трещина ГРП влияет на амплитуду, период и продолжительность сигнала гидроудара. Исследователи отмечают, что диагностика трещин гидроударом дает важную информацию о созданной трещине, такую как длина, ширина и высота.

Исследование [9] основано на анализе высокочастотной обработки данных более 100 скважин с горизонтальными ГРП трещинами. Данные были получены, собраны, и проанализированы с помощью нового программного обеспечения для управления данными гидравлического разрыва, которые могут быть использованы для обнаружения и оценки гидроудара. При анализе авторами установлено, что гидроудар влияет на всю систему «скважина-трещина ГРП-пласт». Замечено сильное воздействие трения в скважине на амплитуду сигнала, что может быть полезной информацией при оценивании соединения ствола скважины, начала трещины ГРП и ее местоположения. Авторы отмечают существенное влияние закачиваемой жидкости на сигнал гидроудара.

Влияние сигнала гидроудара на работу скважин, оценку коллекторов и трещин ГРП проанализировано также в работах [10, 11, 12, 13], где гидроудар рассматривается как диагностирующий фактор и как разрушающий.

В работах [14, 15] изучены собственные затухающие колебания столба жидкости в скважине в случае, что ее верхний конец закрыт неподвижной крышкой. Также в этих работах учитываются фильтрационные течения в призабойной зоне, а призабойная зона – это однородная, пористая, проницаемая среда.

В данной статье рассматривается расширенная задача. Предполагаем, что в скважине проведен гидравлический разрыв пласта, имеется вертикальная трещина ГРП. Также, полагаем, что верхняя граница столба жидкости в скважине открыта, значение давления на этой границе можно считать постоянным. Это условие приводит к другим граничным условиям на верхней границе жидкости в скважине, по сравнению с отмеченными работами. С учетом новых факторов проанализированы собственные колебания столба жидкости с учетом фильтрационных течений через проницаемые стенки забойного участка скважины и по вертикальной трещине ГРП на этом участке. Изучены зависимости частоты, коэффициента затухания колебаний давления от значений проницаемости пласта и трещины ГРП. Трещина, образовавшаяся в результате гидроразрыва пласта (ГРП), может влиять на характеристики собственных колебаний низкопроницаемого пласта. Это может привести к изменениям в процессе добычи нефти и газа, а также повлиять на охват пласта воздействием и нефтеотдачей.

2. Основные уравнения

При моделировании процесса движения жидкости в системе «скважина-трещина ГРП-пласт» в начальный момент времени будем полагать следующее: жидкость находится в покое; протяженность столба жидкости в закрытой части скважины l намного больше длины открытого участка l_p ($l \gg l_p$); ось Oz направлена вертикально вниз и начало ее координат совпадает с верхней границей столба жидкости. D_1 , D_2 – мнимые датчики на забое и в середине скважины. Схема вертикальной скважины показана на рисунке 1.

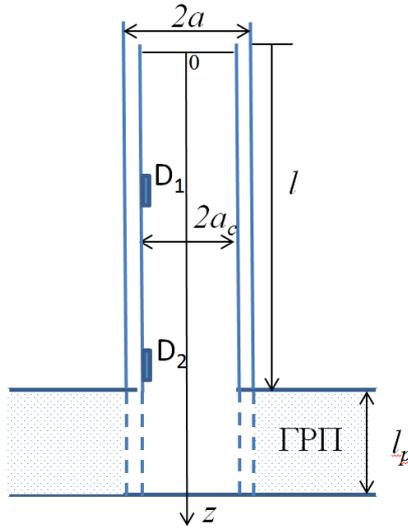


Рисунок 1 – Схема обсаженной скважины, сообщающейся с пластом

Запишем основные уравнения для моделирования процесса движения жидкости в системе «скважина-трещина ГРП-пласт»:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a_c} \quad (0 < z < l), \quad (1)$$

$$\sigma = \mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial \tau}{\sqrt{\pi \nu (t - \tau)}} d\tau, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho_0}, \quad \rho = \frac{P}{C^2},$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \chi_p \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_p}{\partial r} \right) \quad (l < z < l + l_p, \quad a < r < \infty), \quad \chi_p = \frac{k_p \rho_0 C^2}{m_p \mu}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} = \chi_f \int_{-\infty}^t \frac{\partial P_f / \partial \tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} d\tau, \quad \chi_f = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\chi_p}}{\chi_f} \quad (l < z < l + l_p, \quad 0 < x < \infty), \quad (3)$$

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = \pi a_c^2 \rho_0 w^{(l)} - 2\pi a l_p \rho_0 u_{pa} - 2d_f l_p \rho_0 u_{f0}. \quad (4)$$

В систему уравнений (1)-(4) входят уравнение неразрывности и уравнение сохранения импульсов для жидкости в скважине (1) для возмущений плотности ρ , давления P и скорости w в линеаризованном приближении, основное уравнение упругого режима фильтрации в пласте (2) вокруг скважины и в трещине (3) и уравнение сохранения массы в призабойной зоне пласта (4). Здесь σ — касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины, μ и ν — динамическая и кинематическая вязкости жидкости, C — скорость звука в жидкости, χ_p и χ_f — коэффициенты пьезопроводности в областях пласта и трещины, k_p — проницаемость пласта, m_p — пористость пласта, a_c — радиус скважины, r — расстояние от оси скважины, a — внешний радиус скважины, u_{pa}, u_{f0} — скорость фильтрации жидкости в окружающую проницаемую горную породу через стенку открытого участка скважины и в трещину шириной d_f , образовавшейся при ГРП. Нижний индекс 0 означает начальное значение параметра.

Запишем граничные условия для уравнений (1), (2) и (3) соответственно:

$$z = 0 : P(0, t) = 0, \quad w(0, t) = 0; \quad z = l : P(l, t) = P^{(l)}(t), \quad w(l, t) = w^{(l)}(t), \quad (5)$$

$$P_p|_{r=a} = P^{(l)}, \quad P_p|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (6)$$

$$P_f|_{x=0} = P^{(l)}, \quad P_f|_{x \rightarrow \infty} = 0. \quad (7)$$

Нижний индекс p указывает, что значения параметров относятся к пласту, нижний индекс f означает, что параметр относится к трещине. По закону Дарси вычисляется скорость фильтрации:

$$u_{pa} = u_p|_{r=a} = -\frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{|r=a}, \quad u_{f0} = u_f|_{x=0} = -\frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} \right)_{|x=0}.$$

Подставляя выражения скорости фильтрации в (4) получим:

$$\frac{1}{\rho_0 C^2} \cdot \frac{\partial P^{(l)}}{\partial t} = \left(\frac{a_c}{c} \right)^2 \frac{w^{(l)}}{l_p} + \frac{2k_p}{a\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right)_{|r=a} + \frac{2d_f k_f}{\pi a^2 \mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} \right)_{|x=0}. \quad (8)$$

3. Решение уравнений в виде стоячих волн

С помощью представленных уравнений будем решать задачу о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. Решение уравнений (1) будем искать в виде стоячих волн:

$$P = A^{(P)}(z)e^{i\omega t}, \quad w = A^{(w)}(z)e^{i\omega t}, \quad (9)$$

где $\omega = \Omega + i\delta$ — комплексная частота собственных колебаний. Действительная часть Ω отвечает за период колебаний $T = 2\pi/\Omega$, мнимая часть δ отвечает за интенсивность затухания.

Подставляя (9) в систему (1) после преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{i\omega}{\rho_0 C^2} A^{(P)} + \frac{d}{dz} A^{(w)} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_0 i\omega(1+2/y)} \frac{d}{dz} A^{(P)} + A^{(w)} &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $y = (i\omega a_c^2/\nu)^{1/2}$.

Находим решение системы (10) в виде

$$A^{(P)} = c \sin(Kz), \quad A^{(w)} = i \frac{c}{\rho_0} \frac{K \cos(Kz)}{\omega(1+2/y)} \quad (c = c_1), \quad (11)$$

где $K^2 = (1+2/y)\omega^2/C^2$.

Отсюда следует, что при $z = l$ для закона изменения $P^{(l)}$ и $w^{(l)}$ находим

$$P^{(l)} = P|_{z=l} = A^{(P)}(l)e^{i\omega t} = c \sin(Kl)e^{i\omega t},$$

$$w^{(l)} = w|_{z=l} = A^{(w)}(l)e^{i\omega t} = i \frac{c}{\rho_0} \frac{K \cos(Kl)}{\omega(1+2/y)} e^{i\omega t}.$$

Чтобы вычислить градиент давления на стенке открытого участка скважины решаем уравнения (2) и (3), которые соответствуют граничным условиям

$$P_p|_{r=a} = P_f|_{x=0} = P^{(l)} = c \sin(Kl)e^{i\omega t}, \quad p_p \rightarrow 0 \text{ и } P_f \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty \text{ и } x \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Решения ищем в виде

$$P_p = A_p^{(P)}(r)e^{i\omega t}, \quad P_f = A_f^{(P)}(x)e^{i\omega t}. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (2) и (3) получим

$$q_p^2 A_p^{(P)}(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} A_p^{(P)}(r) \right), \quad \lambda_f^2 A_f^{(P)}(x) = \frac{d^2 A_f^{(P)}(x)}{dx^2}, \quad (14)$$

$$q_p = \sqrt{i\omega/\chi_p}, \quad \lambda_f^2 = \chi_f \sqrt{i\omega}.$$

Решения уравнений (14), удовлетворяющие граничным условиям (12) запишутся как

$$A_p^{(P)}(r) = A_p^{(P)}(l) \frac{K_0(rq_p)}{K_0(aq_p)}, \quad A_f^{(P)} = A_p^{(P)} e^{-\lambda_f x}. \quad (15)$$

Здесь $K_0(x) = \int_0^\infty e^{-x \operatorname{ch} \xi} d\xi$ — функция Макдональда нулевого порядка, $\lambda_f^2 = \chi_f \sqrt{i\omega}$.

Подставляя выражения (13) с учетом (15) в (8) получим следующее характеристическое уравнение для определения ω

$$\operatorname{ctg}(Kl) = \left(\frac{a}{a_c} \right)^2 Kl_p \left(\frac{2m_p K_1(z_p)}{z_p K_0(z_p)} + \frac{2m_f d_f \lambda_f}{\pi z_f^2} + 1 \right), \quad (16)$$

$$z_p = a \sqrt{i\omega/\chi_p}, \quad z_f = a \sqrt{i\omega/\chi_f},$$

с учетом того, что $dK_0(z)/dz = -K_1(z)$, где $K_1(z)$ — функция Макдональда первого порядка.

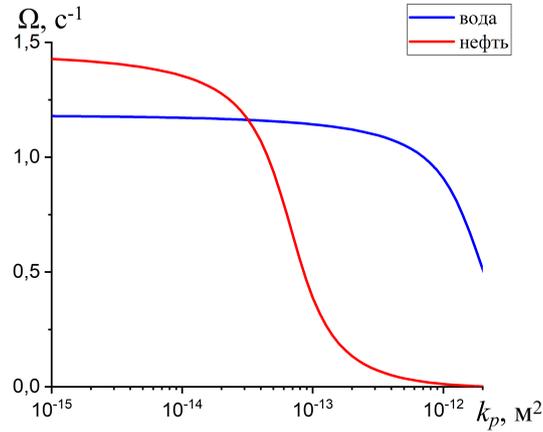
4. Численные результаты

Решение для закона изменения давления в скважине согласно (9), (10) определено с точностью до произвольного постоянного множителя c , т.е. распределение давления нормировано относительно значения $z = 0$ и вместо P будем использовать нормированное значение $P/A_p^{(P)}(0)$ при $c = 1$, тогда: $P = \sin(Kz)e^{i\omega t}$.

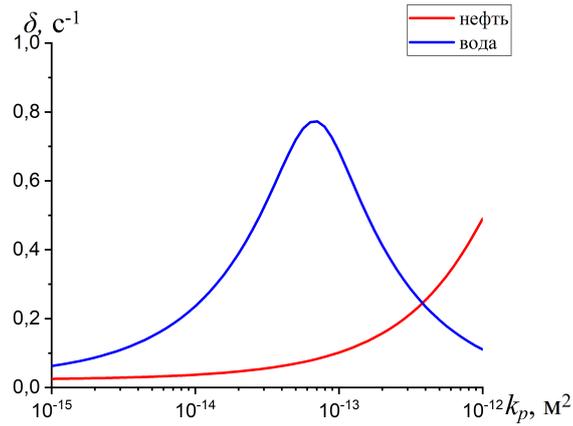
Численные расчеты проводились в предположении, что система заполнена нефтью или водой. Параметры воды: $\rho_0 = 10^3$ кг/м³, $C = 1500$ м/с, $\mu = 10^{-3}$ Па·с. Параметры нефти: $\rho_0 = 890$ кг/м³, $C = 20 \cdot 10^3$ м/с, $\mu = 20 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Для скважины, трещины и пласта принято: $l = 2600$ м, $l_p = 20$ м, $m_p = 10^{-1}$, $m_f = 2 \cdot 10^{-1}$, $a_c = 3.5 \cdot 10^{-2}$ м, $a = 7.75 \cdot 10^{-2}$ м и $k_p = 10^{-15}$ м². Проводимость трещины ГРП $C_f = d_f \cdot k_f$.

Перейдем к описанию графиков зависимостей параметров пласта и трещины от частотных характеристик. На рисунке 2 представлены графики зависимостей собственной частоты Ω , коэффициента затухания δ , а также декремента затухания, определяемого, как $\Delta = (2\pi/\Omega)\delta$ от проницаемости пласта k_p в случае отсутствия трещины ГРП. Собственная частота

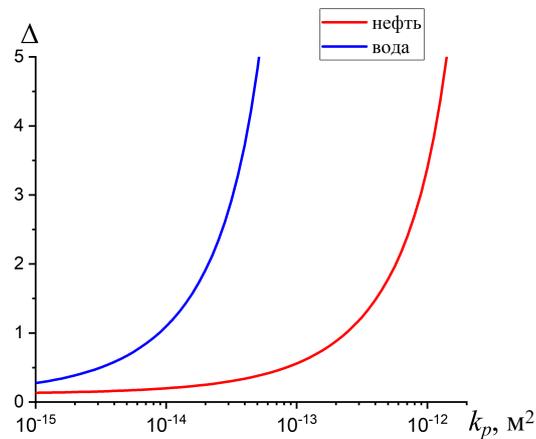
колебаний монотонно снижается с увеличением проницаемости пласта в независимости от закачиваемой жидкости. В пласте как с низкой, так и высокой проницаемостью частота колебаний воды примерно в 1,5 раза выше колебаний нефти. Коэффициент затухания для нефти возрастает с увеличением проницаемости пласта, для воды показана немонотонная зависимость. Декремент затухания увеличивается с ростом проницаемости пласта независимо от закачиваемой жидкости.



(а)



(б)



(в)

Рисунок 2 – Зависимости собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от проницаемости пласта в случае отсутствия трещины ГРП

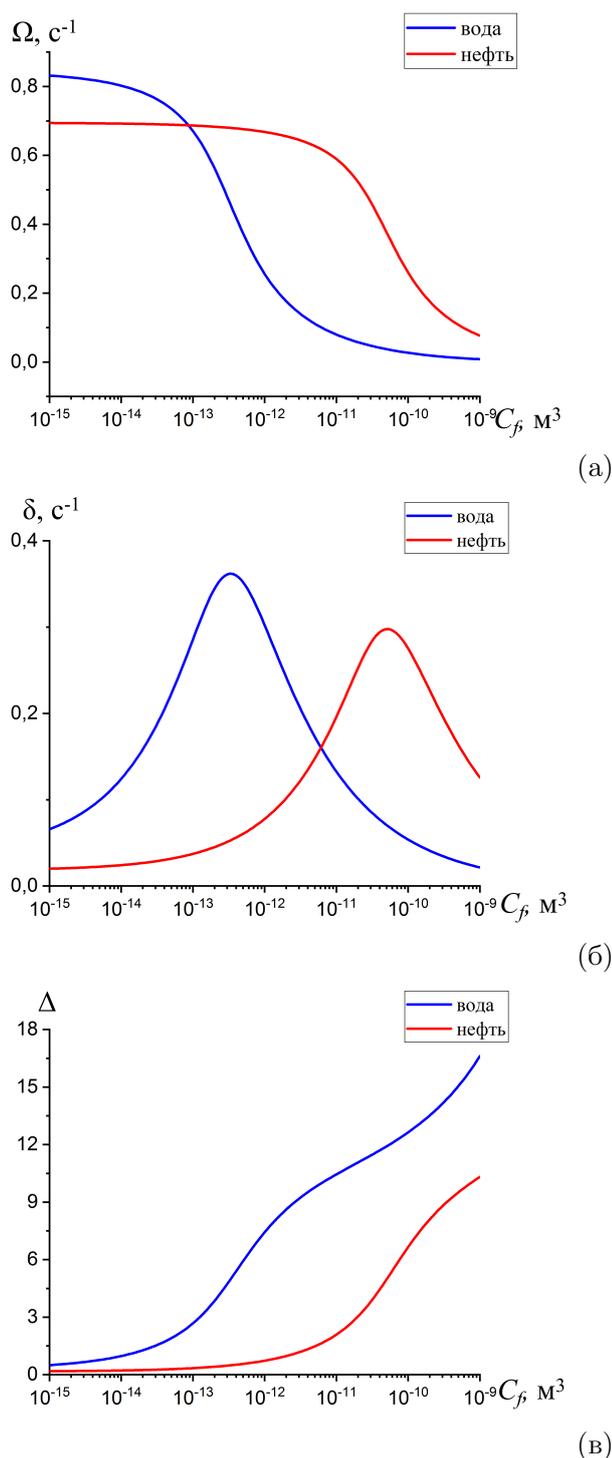


Рисунок 3 – Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от коэффициента проводимости в случае трещины ГРП

На рисунке 3 представлены графики зависимостей собственной частоты, коэффициента затухания, декремента затухания от проводимости трещины ГРП ($k_p = 10^{-15} \text{ м}^2$). На рисунке 3(а) частота колебаний монотонно снижается с увеличением проводимости трещины. При наличии трещины ГРП собственная частота колебаний воды снижается заметно быстрее, чем колебания нефти. В отличие от случая без ГРП трещины (рисунок 2(а)) колебания имеют более низкие частоты. Заметим, что коэффициент затухания на рисунке 3(б) имеет

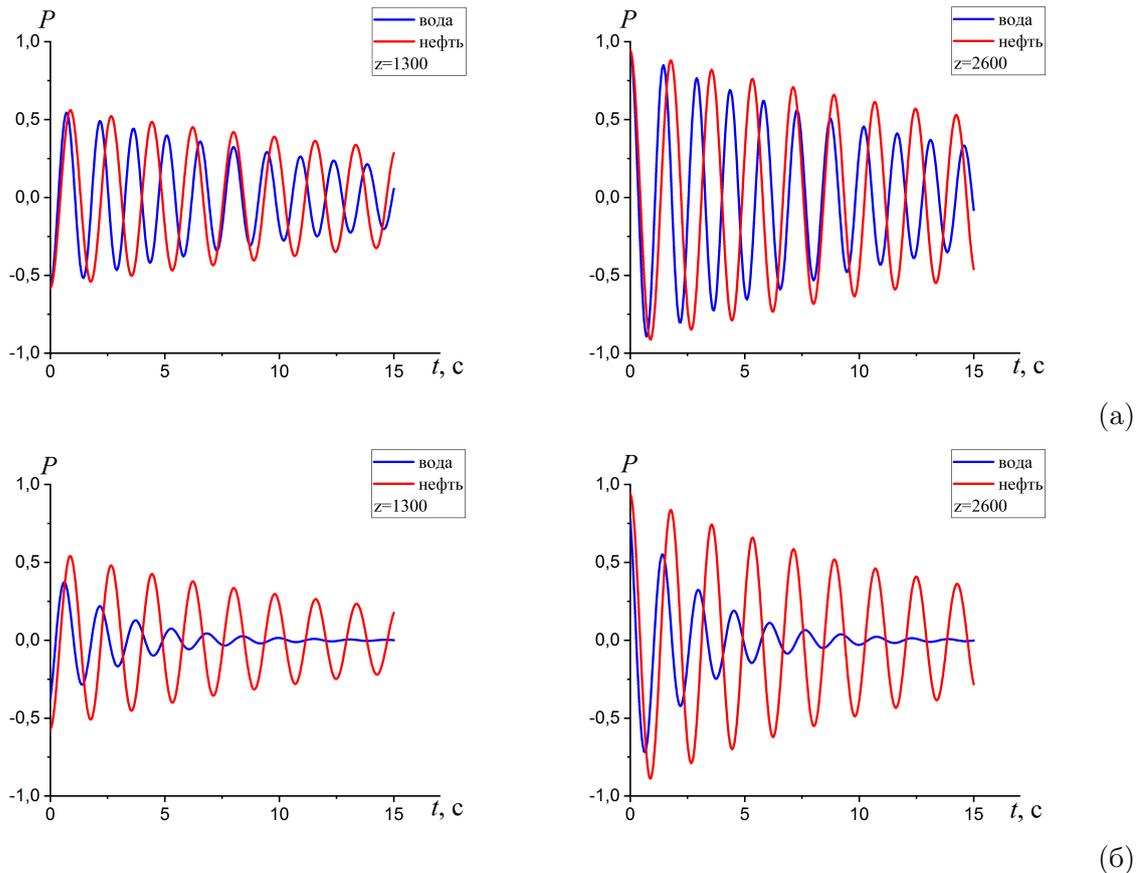


Рисунок 4 – Расчетные осциллограммы давления, регистрируемые датчиками, расположенными в точках скважины $z = 1300$ м (слева) и $z = 2600$ м (справа) при отсутствии (а) и наличии (б) трещины ГРП

немонотонный характер, как и в случае отсутствия трещины. Декремент затухания монотонно увеличивается независимо от закачиваемой жидкости.

Расчетные осциллограммы, соответствующие показаниям мнимых датчиков в середине и на забое скважины ($z = 1300$ м и $z = 2600$ м), при отсутствии (а) и наличии трещины ГРП (б) представлены на рисунке 4. Заметим, что при отсутствии трещины ГРП (а) в начальный момент времени амплитуда колебаний нефти и воды схожи. С течением времени собственные колебания воды затухают быстрее. Видно, что при наличии трещины ГРП (б) колебания воды в середине и на забое скважины затухают заметно быстрее. Анализ случаев наличия и отсутствия трещины ГРП показывает, что при закачке нефти трещина ГРП существенно не влияет на колебания давления.

5. Заключение

Проведен анализ влияния трещины ГРП и закачиваемой жидкости на собственные колебания столба жидкости в вертикальной скважине при открытой верхней границе. Рассмотрены собственные частота, коэффициент и декремент затухания от коэффициента проницаемости пласта (при отсутствии трещины ГРП) и проводимости трещины ГРП. Проведено сравнение данных параметров в зависимости закачиваемой жидкости (нефти и воды). В случае, когда есть трещина, частота колебаний снижается примерно в 2 раза в отличие от случая отсутствия трещины. Для коэффициента затухания в обоих случаях имеет немонотонные зависимости. Таким образом, нефть имеет более высокую амплитуду колебаний, чем вода.

Вклад каждого автора в работу

Мамаева З.З. предложила постановку задачи об исследованиях собственных колебаний жидкости в вертикальной нефтяной скважине, где будет проведено сравнение численных результатов для жидкостей с различной плотностью. Построила теоретическую модель, которая описывает движение жидкости в скважине и трещине ГРП, вывела характеристическое уравнения для нахождения комплексной частоты собственных колебаний.

Насырова Д.А. написала литературной обзор, также провела численные расчеты для исследования влияния проницаемости породы и проводимости трещины гидроразрыва на частоту колебаний, коэффициент затухания и декремент затухания колебаний давления и рассмотрела динамику давления в случае наличия и отсутствия трещины ГРП.

Список литературы

- 1 Экономидес М., Олини Р., Валько П. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. – 237 с.
- 2 Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. К теории билинейного режима фильтрации в пластах с трещинами гидроразрыва // Вестник Башкирского университета. – 2018. – Т. 23, № 4. – С. 958-963.
- 3 Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2019. – № 5. – С. 6–14. <https://doi.org/10.1134/S0568528119050050>
- 4 Хабибуллин И.Л., Хисамов А.А. Моделирование нестационарной фильтрации в системе пласт–трещина гидроразрыва // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2022. – № 77. – С. 158-168. <https://doi.org/10.17223/19988621/77/12>
- 5 Нагаева З.М., Шагапов В.Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, № 3. – С. 319-329.
- 6 Шагапов В.Ш., Нагаева З.М. Приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте // Инженерно–физический журнал. – 2020. – Т. 93. – № 1. – С. 206-215.
- 7 Шагапов В.Ш., Хамидуллин И.Р., Нагаева З.М. Фильтрация к вертикальной скважине из пласта, подверженного ГРП, в случае коротких трещин // Инженерно–физический журнал. – 2020. – Т. 93, № 6. – С. 1414-1423.
- 8 Carey, M. Analysis of Water Hammer Signatures for Fracture Diagnosis / M. Carey, S. Mondal, M. Sharma // Annual Technical Conference and Exhibition (Texas, USA). – 2015. – SPE-174866-MS.
- 9 Iriarte J., Merritt J. Using Water Hammer Characteristics as a Fracture Treatment Diagnostic. SPE Oklahoma City Oil and Gas Symposium held in Oklahoma City, Oklahoma (USA), 27–31 March 2017.
- 10 Wuyi, W. Water hammer simulation of a series pipe system using the MacCormack time marching scheme / W. Wuyi, H. Wenrui // Acta Mechanica. – 2018. – V. 229. – P. 3143-3160.
- 11 Wang, X. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity / X. Wang, K. Hovem, D. Moos, Y. Quan // SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. – 2008. – SPE 112282.
- 12 Yu, S. Wellbore annulus water hammer pressure prediction based on transient multiphase flow characteristics / S. Yu, J. Wei, L. Shuanggui, Yu C. Yingjie // Oil and Gas Science and Technology Rev. IFP Energies nouvelles. – 2019. – V. 74. – P. 1-10.
- 13 Людвиницкая, А.Р. Насосные дозировочные системы для осложненных условий нефтедобычи / А.Р. Людвиницкая, В.В. Шайдаков // Нефтегазовое дело. – 2009. – Т. 7, № 2. – С. 71-79.
- 14 Шагапов В.Ш., Башмаков Р.А., Рафикова Г.Р., Мамаева З.З. Затухающие собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом // Прикладная механика и техническая физика. – 2020. – Т. 61, № 4(362). – С. 5-14. <https://doi.org/10.15372/PMTF20200401>
- 15 Мамаева З.З., Рафикова Г.Р. Исследование собственных колебаний нефти в вертикальной скважине // Многофазные системы. – 2021. – Т. 16, № 3–4. – С. 105-111. <https://doi.org/10.21662/mfs2021.3.014>

Ашық тік ұңғымадағы сұйық бағанасының меншікті тербелістерін зерттеу

З.З. Мамаева¹, Д.А. Насырова²^{1,2} Ресей ғылым академиясының Уфа федералдық зерттеу орталығының Р.Р. Мавлютов атындағы Механика институты, Октябрь пр-сі, 71, Уфа, 450054, Ресей

Аннотация. Жұмыста сорғылардың кенет тоқтауынан (гидросоққы) туындаған мұнай тік ұңғымасындағы сұйық бағананың меншікті тербелістері талқыланады. Тербелістердің толқындық параметрлері айдалатын сұйықтықтың физика-химиялық қасиеттеріне, тығыздығына, кеуектілігіне, коллектор өткізгіштігіне және гидравликалық жарықшақтардың сипаттамаларына байланысты екенін айта кетейік. Еркін жоғарғы шекаралы ұңғымадағы сұйық қозғалысын және гидравликалық пласт жарықшасы аймағындағы сұйықтың сүзілуін сипаттайтын теориялық модель негізінде процестің бастапқы және шекаралық шарттарын ескере отырып, ұңғымадағы сұйық бағананың меншікті өшірілген тербесі жайлы есептің аналитикалық шешімі анықталған. Ұңғымадағы сұйықтық қысымы мен жылдамдығының өзгеруін беретін өрнектер де көрсетілді. Меншікті жиіліктің толқындық параметрлерін (жиілік, период, өшудің коэффициенті мен декрементін) табу үшін сипаттамалық теңдеу құрылды. Тау жыныстарының өткізгіштігі мен гидравликалық жарықтардың өткізгіштігі тербеліс жиілігіне, өшу коэффициенті мен қысым тербелістерінің әлсіреуінің төмендеуіне әсері зерттелді. Гидравликалық сынық болмаған және бар болған жағдайда ұңғыманың ортасындағы және түйіндегі қысымның динамикасы қарастырылған. Бұл сипаттамалар әртүрлі тығыздықтағы сұйықтықтар үшін, атап айтқанда, мұнай мен су үшін салыстырылды.

Түйін сөздер: меншікті тербеліс, пласттың гидравликалық жарылуы, меншікті жиіліктер, гидравликалық соққы, мұнай, тік ұңғыма, сұйықтықты сүзу, сұйықтық тербелісі.

Study of natural vibrations of a liquid column in an open vertical well

Z.Z. Mamaeva¹, D.A. Nasyrov²^{1,2} Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 450054, Ufa, Russia

Abstract. The natural vibrations of a liquid column in a vertical oil well caused by a sudden stop of pumps (water hammer) were analyzed. Note that the wave parameters of the oscillations depend on the physicochemical properties of the injected fluid, density, porosity, permeability of the reservoir and characteristics of the hydraulic fracture. Based on a theoretical model that describes the movement of fluid in a well with a free upper boundary and the filtration of fluid in the bottom-hole zone with hydraulic fracturing, analytical solutions to the problem of natural damped oscillations of the liquid column in the well are found, taking into account the initial and boundary conditions of the process. Expressions are obtained for finding changes in pressure and fluid velocity in a well. A characteristic equation is derived for finding the wave parameters of natural frequencies (frequency, period, coefficient and damping decrement). The influence of rock permeability and hydraulic fracture conductivity on the oscillation frequency, damping coefficient and damping decrement of pressure oscillations was studied. The dynamics of pressure in the middle and at the bottom of the well is considered in the cases of the absence and presence of a hydraulic fracture. A comparison was made of these characteristics for liquids with different densities, namely oil and water.

Keywords: natural vibrations, hydraulic fracturing, natural frequencies, hydraulic shock, oil, vertical well, fluid filtration, fluid vibrations.

References

- 1 Economides M., Oligney R., Valkó P. Unified fracture design : bridging the gap between theory and practice. Orsa Press, 2002. 200 p.
- 2 Khabibullin I.L., Khisamov A.A. K teorii bilineynogo rezhima fil'tratsii v plastakh s treshchinami gidrorazryva [On the theory of bilinear flow regime in the layers with hydraulic fracturing cracks], Vestnik Bashkirskogo universiteta [Bulletin of Bashkir University]. 2018. Vol. 23, №. 4. P. 958-96. [in Russian]
- 3 Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Unsteady flow through a porous stratum with hydraulic fracture, Fluid Dynamics. 2019. Vol. 54, No. 5. P. 594-602. <https://doi.org/10.1134/S0015462819050057>
- 4 Khabibullin I.L., Khisamov A.A. Modelirovaniye nestatsionarnoy fil'tratsii v sisteme plast - treshchina gidrorazryva [Modeling of unsteady filtration in a formation – hydraulic fracture system], Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika [Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics]. 2022. No. 77. P. 158-168. [in Russian]
- 5 Nagaeva Z.M., Shagapov V.S. Elastic seepage in a fracture located in an oil or gas reservoir, Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. Vol. 81, No. 3. P. 214-222. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2017.08.013>
- 6 Shagapov V.S., Nagaeva Z.M. Approximate solution of the problem on elastic-liquid filtration in a fracture formed in an oil stratum, Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2020. Vol. 93, No. 1. P. 201-209. <https://doi.org/10.1007/s10891-020-02109-4>

- 7 Shagapov V.S., Khamidullin I.R., Nagaeva Z.M. Filtration to a vertical well from a broken-down formation in the case of short fractures, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2020. Vol. 93, No. 6. P. 1363-1372. <https://doi.org/10.1007/s10891-020-02241-1>
- 8 Carey M., Mondal S., Sharma M. Analysis of Water Hammer Signatures for Fracture Diagnostics, Annual Technical Conference and Exhibition (Texas, USA). 2015. SPE-174866-MS.
- 9 Iriarte J., Merritt J. Using Water Hammer Characteristics as a Fracture Treatment Diagnostic. SPE Oklahoma City Oil and Gas Symposium held in Oklahoma City, Oklahoma (USA), 27–31 March 2017.
- 10 Wuyi W., Wenrui H. Water hammer simulation of a series pipe system using the MacCormack time marching scheme, *Acta Mechanica*. 2018. Vol. 229. P. 3143-3160.
- 11 Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity, SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. 2008. SPE 112282.
- 12 Yu S., Wei J., Shuangui L., Yingjie Yu C. Wellbore annulus water hammer pressure prediction based on transient multiphase flow characteristics, *Oil and Gas Science and Technology Rev. IFP Energies nouvelles*. 2019. V. 74. P. 1-10.
- 13 Lyudvinit'skaya A.R., Shaidakov V.V. Pump dosing systems for difficult conditions of oil production, *Oil and gas business*. 2009. Vol. 7, No. 2. P. 71-79.
- 14 Shagapov V.Sh., Bashmakov R.A., Rafikova G.R., Mamaeva Z.Z. Zatukhayushchiye sobstvennyye kolebaniya zhidkosti v skvazhine, soobshchayushcheysya s plastom [Damped natural vibrations of fluid in a well interfaced with a reservoir], *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika [Applied Mechanics and Technical Physics]*. 2020. Vol. 61, No. 4(362). P. 5-14. [in Russian]
- 15 Mamaeva Z.Z., Rafikova G.R. Issledovaniye sobstvennykh kolebaniy nefti v vertikal'noy skvazhine [Study of natural oscillations of oil in a vertical well], *Mnogofaznyye sistemy [Multiphase Systems]*. 2021. Vol. 16, No. 3–4. P. 105-111. [in Russian]

Сведения об авторах:

Мамаева Зилия Зайтовна – автор для корреспонденции, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник лаборатории механики многофазных систем, Институт механики им. Р.Р.Мавлютова УФИЦ РАН, пр.Октября, 71, Уфа, 450054, Россия. Насырова Дина Ахметовна – магистр физико-математических наук, инженер-исследователь лаборатории механики многофазных систем, Институт механики им. Р.Р.Мавлютова УФИЦ РАН, пр.Октября, 71, Уфа, 450054, Россия.

Information about authors:

Mamaeva Ziliya Zaitovna – Corresponding author, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Junior Researcher, Laboratory of Mechanics of Multiphase Systems, Institute of Mechanics named after R.R. Mavlyutov Ufa Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, Oktyabrya Avenue, 71, Ufa, 450054, Russia.

Nasyrova Dina Akhmetovna – Master of Physical and Mathematical Sciences, Research Engineer at the Laboratory of Mechanics of Multiphase Systems, Institute of Mechanics named after R.R. Mavlyutov Ufa Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, Oktyabrya Avenue, 71, Ufa, 450054, Russia.

*Поступила: 17.06.2024. После редакции: 29.06.2024.
Одобрена: 29.06.2024. Доступна онлайн: 30.06.2024.*