

ISSN 2616-7182

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of the L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА**

№2(123)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018

Astana, 2018

БАС РЕДАКТОРЫ
ф.-м.ғ.д., проф
Темірғалиев Н. (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

Жұбанышева А.Ж., PhD
(Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

Наурызбаев Н.Ж., PhD
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Алимхан Килан	PhD, проф. (Жапония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Қытай)
Бекенов М.И.	ф.-м.ғ.к., доцент (Қазақстан)
Голубов Б.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Зунг Динь	ф.-м.ғ.д., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Иванов В.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Кобельков Г.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Курина Г.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Марков В.В.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Мейрманов А.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Эквадор)
Смелянский Р.Л.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Умирбаев У.У.	ф.-м.ғ.д., проф. (АҚШ)
Холщевникова Н.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. докторы, проф. (Германия)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 408 бөлме.
Тел: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген
А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.

27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 20 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,

тел: (7172)709-500 (ішкі 31-428).

EDITOR-IN-CHIEF

Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences
Temirgaliyev N. (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Zhubanysheva A.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Nauryzbayev N.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Editorial board

Abakumov E.V.	PhD, Prof. (France)
Alexeyeva L.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Alimhan Keylan	PhD, Prof. (Japan)
Bekzhan Turdybek	PhD, Prof. (China)
Bekenov M.I.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
Golubov B.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Dŭng Dinh	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
Ibrayev A.G.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
Ivanov V.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kobel'kov G.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kurina G.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Markov V.V.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Meirmanov A.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Ecuador)
Smelyansky R.L.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Umirbaev U.U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
Kholshchevnikova N.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Schmeisser Hans-Juergen	Dr. habil., Prof. (Germany)

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 408, Astana, Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_math@enu.kz

Responsible secretary, computer layout:
A. Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 20 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel: (7172) 709-500 (ext.31-428).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
профессор, д.ф.-м.н.
Темиргалиев Н. (Казахстан)

Зам. главного редактора

Жубанышева А.Ж., PhD (Казахстан)

Зам. главного редактора

Наурызбаев Н.Ж., PhD (Казахстан)

Редакционная коллегия

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Алимхан Килан	PhD, проф. (Япония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Китай)
Бекенов М.И	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
Голубов Б.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Зунг Динь	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Иванов В.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Кобельков Г.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Курина Г.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Марков В.В.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Мейрманов А.М.	д.ф.-м.н., проф. (Эквадор)
Смелянский Р.Л.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Умирбаев У.У.	д.ф.-м.н., проф. (США)
Холщевникова Н.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Шмайссер Ханс-Юрген	Хабилит. доктор, проф. (Германия)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408
Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка
А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.

Серия МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА

Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год.

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.

Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 20 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1,
тел.: (7172)709-500 (вн.31-428).

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА СЕРИЯСЫ

№2(123)/2018

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА

<i>Темиргалиев Н.</i> Ковзю мен Макферсонның спектралды тесті кездейсоқтық талаптарын қандай мөлшерде қанағаттандырса, сондай дәрежеде кездейсоқ болатын Лехмердің сызықты конгруэнтті тізбегінің элементарлы құрылуы	8
<i>Алексеева Л.А., Дадаева А.Н., Айнакеева Н.Ж.</i> Термосерпімді стерженьдердің стационарлы емес динамикасы теңдеулерінің фундаментальді және жалпыланған шешімдері	56
<i>Волосивец С.С., Голубов Б.И.</i> Герц және Морри-Герц кеңістіктерінде бөлшектік модификацияланған Харди және Харди-Литтлвуд операторлары	66
<i>Илолов М., Рахматов Дж.Ш.</i> Айқын емес жылжыткізгіштік теңдеуі үшін бастыпқы-шектік есеп туралы	71

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY.
MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS SERIES

№2(123)/2018

CONTENTS

MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE	
<i>Temirgaliyev N.</i> Elementary construction of the linear congruent Lehmer sequence with the degree of randomness that is required by the spectral test of Coveyou and MacPherson	8
<i>Alexeyeva L.A., Dadayeva A.N., Ainakeyeva N.Zh.</i> Fundamental and generalized solutions of the equations of the non-stationary dynamics of thermoelastic rods	56
<i>Volosivets S.S., Golubov B.I.</i> Hardy and Hardy-Littlewood fractional modified operators in the Hertz and Morrey-Hertz spaces	66
<i>Ilolov M., Rahmatov J.Sh.</i> On initial-boundary problem for fuzzy heat equation	71

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА

<i>Темиргалиев Н.</i> Элементарное построение линейной конгруэнтной последовательности Лехмера с той степенью случайности, с какой требованиям случайности отвечает спектральный тест Ковэю и Макферсона	8
<i>Алексеева Л.А., Дадаева А.Н., Айнакеева Н.Ж.</i> Фундаментальные и обобщенные решения уравнений нестационарной динамики термоупругих стержней	56
<i>Волосивец С.С., Голубов Б.И.</i> Дробные модифицированные операторы Харди и Харди-Литтлвуда в пространствах Герца и Морри-Герца	66
<i>Илолов М., Рахматов Дж.Ш.</i> О начально-граничной задаче для нечеткого уравнения теплопроводности	71

МРНТИ: 27.31

М. Илолов, Дж.Ш. Рахматов

ЦИРНИНТ Академии Наук Республики Таджикистан, Душанбе, Таджикистан
(E-mail: ilolov.mamadsho@gmail.com, jamesd007@rambler.ru)

О начально-граничной задаче для нечеткого уравнения теплопроводности

Аннотация: В работе рассматривается нечеткое дифференциальное уравнение в частных производных вместе с начальными и граничными условиями. Нечеткие интегралы и производные являются предметом всестороннего анализа в математических работах последних лет. Эти исследования имеют важное практическое значение, прежде всего в пористых средах и в условиях неопределенности.

Ключевые слова: преобразование Лапласа, нечеткие множества, нечеткие функции, уравнение теплопроводности.

Введение. Теория нечетких дифференциальных и интегродифференциальных уравнений и её приложений получили значительное развитие за последние годы. Основная идея и понятийные конструкции нечетких множеств изложены в классической работе L.A.Zadeh [1] вышедшей в свет в 1965г. Концепции нечетких интегралов и производных и различные их обобщения предложены в [2]. Анализ начально-краевых задач с позиции корректности постановки и способов решения для простейших классов нечетких уравнений рассматривались в статьях [3,4]. Настоящая работа посвящена применению двухмерного преобразования Лапласа к решению начальной задачи на $R_+^2 = R_+ \times R_+$ (R_+ - положительная полуось) для нечеткого дифференциального уравнения теплопроводности.

1. Нечеткие множества. Основные определения и утверждения. Пусть X – непустое множество. Под нечетким подмножеством A множества X будем понимать совокупность пар $(x, u_A(x))$, составленных из всех $x \in X$ и функции $u_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$, в котором значение $u_A(x)$ указывает, в какой степени (мере) элемент x принадлежит нечеткому множеству A . В случае, когда $u_A(x)$ есть характеристическая функция $\chi_A(x)$ множества A , то нечеткое множество A идентифицируется как обычное классическое множество.

Определение 1. Через R_F обозначим класс нечетких подмножеств числовой оси R , т.е. как отображений $u : R \rightarrow [0, 1]$ со следующими свойствами:

1) любой $u \in R_F$ нормальное отображение, т.е. существует $x_u \in R$ такой, что $u(x_u) = 1$;

2) любой $u \in R_F$ выпуклое нечеткое множество, т.е. $u(tx + (1-t)y) \geq \min\{u(x), u(y)\}$ для любого $x, y \in R, t \in [0, 1]$;

3) любой $u \in R_F$ является полунепрерывным сверху на R ;

4) $\{x \in R, u(x) > 0\}$ - компактное множество, где \bar{M} означает замыкание M .

Совершенно очевидно, что $R \subset R_F$, так как любое действительное число $x_0 \in R$ может быть идентифицировано с функцией $\chi_{\{x_0\}}$, которая удовлетворяет требованиям 1)-4) определения 1.

Для $0 \leq r \leq 1$ и $u \in R_F$ обозначим через $[u]^r = \overline{\{x \in R : u(x) \geq r\}}$ и $[u]^o = \{x \in R : u(x) > 0\}$ множества уровня для u . Тогда из свойств 1)-4) немедленно следует, что $[u]^r$ представляет собой ограниченный замкнутый (т.е. компактный) подинтервал оси R обозначаемый как $[u]^r = [u_-(r), u_+(r)]$, где $u_-(r) \leq u_+(r)$ для всех $r \in [0, 1]$.

Определение 2. Сложение и умножение на скаляр в R_F определяется через $\oplus : R_F \times R_F \rightarrow R_F$ $(u \oplus v)(x) = \sup_{y+z=x} \min\{u(y), u(z)\}$ и

$$\odot : R \times R_F \rightarrow R_F (\lambda \odot v) = \begin{cases} u(\frac{x}{\lambda}) & \text{если } \lambda \neq 0 \\ \tilde{0}, & \text{если } \lambda = 0 \end{cases}$$

где $\tilde{0} : R \rightarrow [0, 1]$ является $\tilde{0} = x_{\{0\}}$.

Можно также записать $[u \oplus v]^r = [u]^r + [v]^r, [\lambda \odot v]^r = \lambda [u]^r$, для всех $r \in [0, 1], [u]^r + [v]^r$ означает обычную сумму двух интервалов (как подмножество R) и $\lambda [u]^r$ означает обычное умножение действительного скаляра на подмножества R .

Если мы определим $\rho : R_F \times R_F \rightarrow R_+ \cup \{0\}$ через

$$\rho(u, v) = \sup_{r \in [0, 1]} \max\{|u_-(r) - v_-(r)|, |u_+(r) - v_+(r)|\},$$

где $[u]_r = [u_-(r), u_+(r)], [v]_r = [v_-(r), v_+(r)]$, то получим следующее утверждение

Теорема А. (см.напр.[2]) (R_F, ρ) является полным метрическим пространством со следующими дополнительными свойствами:

- 1) $\rho(u \oplus w, v \oplus w) = \rho(u, v)$, для всех $u, v, w \in R_F$;
- 2) $\rho(u \odot w, k \odot v) = |k| \rho(u, v)$ для всех $u, v, w \in R_F, k \in R$;
- 3) $\rho(u \oplus w, w \oplus e) \leq \rho(u, v) + \rho(u, e)$ для всех $u, v, w, e \in R_+$.

Важно заметить, что (R_F, \oplus, \odot) не являются линейным пространством над полем R и соответственно $(R_F, \|\cdot\|_F)$ не может быть нормированным пространством.

На R_F можно определить вычитание \ominus , называемое H -разностью следующим путем:

$u \ominus v$ называется H -разностью, если существует $w \in R_F$ такой, что $u = u \oplus w$. $u \ominus v$ существует не для всех $u, v \in R_F$ (например $\tilde{0} - v$ не существует. если $v \neq \tilde{0}$).

Через $C\{[a, b], R_F\}$ обозначим пространство непрерывных на $[a, b]$ функций принимающих значения в R_F . Такое пространство оснащено метрикой

$$\rho^*(f, g) = \sup\{\rho(f(x), g(x)) : x \in [a, b]\}.$$

Поскольку (R_F, ρ) - полное метрическое пространство, то $(C([a, b], R_F), \rho^*)$ тоже полное метрическое пространство. Легко показать, что если $f, g \in C([a, b], R_F)$, то $F : [a, b] \rightarrow R$ определенная через $F(x) = \rho(f(x), g(x))$ является непрерывной на $[a, b]$.

Определение 3. Пусть $f : [a, b] \rightarrow R$ и $x_0 \in (a, b)$. Говорят, что нечеткозначная функция f H -дифференцируема в x_0 , если существует $h_0 > 0$ такое, что для всех $0 < h \leq h_0$ определены $f(x_0 + h) \ominus f(x_0), f(x_0) \ominus f(x_0 - h)$ и $f'(x_0) \in R_F$ со свойствами

$$\lim_{h \downarrow 0} \rho[\frac{1}{h} \odot (f(x_0 + h) \ominus f(x_0)), f'(x_0)] = 0,$$

$$\lim_{h \downarrow 0} \rho[\frac{1}{h} \odot (f(x_0) \ominus f(x_0 - h)), f'(x_0)] = 0.$$

2. Нечеткое двухмерное преобразование Лапласа. Пусть $f(t, s) : R_+ \times R_+ \rightarrow E$ - нечеткозначная функция двух переменных, $p = p_1 + ip_2, q = q_1 + iq_2$ - комплексные числа. Если $e^{-pt-qs} f(t, s)$ нечеткая интегрируемая по Риману функция на $R_+ \times R_+$, то

$$Z[f(t, s)](p, q) = pq \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-pt-qs} f(t, s) dt ds, Re(p) > 0, Re(q) > 0$$

называется нечетким двухмерным преобразованием Лапласа функции $f(t, s)$.

Далее через $L(g(t, s))(p, q)$ обозначим классическое двухмерное преобразование Лапласа четкой функции $g(t, s)$.

Так как

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-pt-qs} f(t, s) dt ds = (\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-pt-qs} f_-(t, s, r) dt ds \\ \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-pt-qs} f_+(t, s) dt ds), r \in [0, 1],$$

то

$$Z[f(t, s)](p, q) = (L(f_-(t, s)(p, q)), L(f_+(t, s)(p, q))).$$

Отметим следующие формулы для двухмерного нечеткого преобразования Лапласа для Н-дифференцируемой функции $f(t, s)$:

$$1) Z\left[\frac{\partial f(t, s)}{\partial t}\right](p, q) = pZ[f(t, s)](p, q) \ominus pq \int_0^\infty e^{-qh} f(0, n) dn$$

$$2) Z\left[\frac{\partial^2 f(t, s)}{\partial s^2}\right](p, q) = q^2 Z[f(t, s)](p, q) \ominus pq^2 \int_0^\infty e^{-p\xi} f(\xi, 0) d\xi \ominus$$

$$\ominus qp \int_0^\infty e^{-p\xi} \frac{\partial f(\xi, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} d\xi.$$

Справедливо следующее утверждение

Теорема 1. Пусть $f(t, s)$ и $g(t, s)$ непрерывные нечеткозначные функции переменных t, s , а c_1, c_2 две вещественные постоянные. Тогда имеет место равенство

$$Z[c_1 f(t, s) + c_2 g(t, s)](p, q) = c_1 Z[f(t, s)](p, q) + c_2 Z[g(t, s)](p, q).$$

3. Начально-граничная задача Коши на R_+^2 для нечеткого уравнения теплопроводности. Пусть нечеткая функция $\tilde{u}(t, x)$ имеет непрерывную Н-производную 1-ого порядка по t , и непрерывную H -производную 2-ого порядка по x и , пусть $\tilde{u}(t, x)$ удовлетворяет нечеткое уравнение теплопроводности

$$D_t \tilde{u}(t, x) = D_x^2 \tilde{u}(t, x) + \tilde{f}(t, x), t > 0, x > 0. \quad (1)$$

Пусть заданы также начальные и граничные условия вида

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u}(0, x) &= \tilde{u}_0(x), x > 0, \\ \tilde{u}(t, 0) &= \tilde{u}_1(t), t > 0, \\ D_x \tilde{u}(t, 0) &= \tilde{u}_2(t), t > 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Пользуясь предыдущими результатами, переходим от (1)–(2) к двум следующим начально-граничным задачам типа

$$D_t u_-(t, x, r) = D_x^2 u_-(t, x, r) + f_-(t, x, r), t > 0, x > 0, r \in [0, 1]$$

с условиями

$$\left. \begin{aligned} u_-(t, 0, r) &= U_{0-}(x, r), x > 0, r \in [0, 1], \\ u_-(0, x, r) &= U_{1-}(t, r), t > 0, r \in [0, 1], \\ D_x u_-(t, 0, r) &= U_{2-}(t, r), t > 0, r \in [0, 1]. \end{aligned} \right\}$$

и

$$D_t u_+(t, x, r) = D_x^2 u_+(t, x, r) + f_+(t, x, r), t > 0, x > 0, r \in [0, 1]$$

с условиями

$$\left. \begin{aligned} u_+(0, x, r) &= u_{0+}(x, r), x > 0, r \in [0, 1], \\ u_+(t, 0, r) &= u_{1+}(t, r), t > 0, r \in [0, 1], \\ D_x u_+(t, 0, r) &= u_{2+}(t, r), t > 0, r \in [0, 1]. \end{aligned} \right\}$$

Пусть $Z[\tilde{u}(t, x)](p, q)$ и $Z[\tilde{f}(t, x)](p, q)$ являются двухмерными нечеткими преобразованиями Лапласа нечетких функций $\tilde{u}(t, x)$ и $\tilde{f}(t, x)$ соответственно.

От нечеткого двухмерного преобразования Лапласа переходим к классическим преобразованиям Лапласа по формулам

$$Z[\tilde{u}(t, x)](p, q) = (L(u_-(t, x, r))(p, r), L(u_+H, x, z)(p, q)) \quad (3)$$

и

$$Z[\tilde{f}(t, x)](p, q) = (L(f_-(t, x, r))(p, r), L(f_+(t, x, r))(p, q)) \quad (4)$$

Далее, с учетом формул (3) и (4) получим следующие уравнения для изображений

$$p^2 [L(u_-(t, x, r))(p, q) - L(u_{1-}(t, r))(q)] - pL(u_{2-}(t, r))(q)]$$

$$-q[L(u_-(t, x, r))(p, q) - L(u_{0-}(t, r))(p)] = L(f_-(t, x))(p, q)$$

и

$$p^2[L(u_+(t, x, r))(p, q) - L(u_{1+}(t, r))(q)] - pL(u_{1+}(t, r))(q) - q[L(u_{2+}(t, x, r))(p, q) - L(u_{0+}(t, r))(p)] = L(f_+(t, x))(p, q).$$

Осюда

$$L(u_-(t, x, r))(p, q) = \frac{L(f_-(t, x, r))(p, q) - qL(u_{0-}(x, r))(p) + pL(u_{2-}(t, r))(q) + p^2L(u_{1-}(t, r))(q)}{p^2 - q}$$

и

$$L(u_+(t, x, r))(p, q) = \frac{L(f_+(t, x, r))(p, q) - qL(u_{0+}(x, r))(p) + pL(u_{2+}(t, r))(q) + p^2L(u_{1+}(t, r))(q)}{p^2 - q}$$

Операционный анализ приводит к следующим представлениям для $u_-(t, x, r)$ и $u_+(t, x, r)$.

Теорема 2. Решения $u_-(t, x, r)$ и $u_+(t, x, r)$ задачи (1)–(2) представимы в виде

$$u_-(t, x, r) = \frac{\Lambda}{2\sqrt{\pi x}} \int_0^\infty \{e^{-\frac{(t-s)^2}{4x}} + e^{-\frac{(t+s)^2}{4x}}\} u_{0-}(j, r) ds - \int_0^x \frac{\frac{t^2}{4(x-\tau)}}{\sqrt{\pi(x-\tau)}} u_{2-}(\tau_1)^2 dt - \frac{1}{2} \int_0^\infty ds \int_0^x \frac{\Lambda}{\sqrt{\pi(x-\tau)}} \{e^{-\frac{(t-s)^2}{4(x-\tau)}} + e^{-\frac{(t+s)^2}{4(x-\tau)}}\} \times f_-(s, \tau) d\tau, r \in [0, 1]$$

и

$$u_+(t, x, r) = \frac{\Lambda}{2\sqrt{\pi x}} \int_0^\infty \{e^{-\frac{(t-s)^2}{4x}} + e^{-\frac{(t+s)^2}{4x}}\} u_{0+}(j, r) ds - \int_0^x \frac{\frac{t^2}{4(x-\tau)}}{\sqrt{\pi(x-\tau)}} u_{2+}(\tau_1)^2 dt - \frac{1}{2} \int_0^\infty ds \int_0^x \frac{\Lambda}{\sqrt{\pi(x-\tau)}} \{e^{-\frac{(t-s)^2}{4(x-\tau)}} + e^{-\frac{(t+s)^2}{4(x-\tau)}}\} \times f_+(s, \tau) d\tau, r \in [0, 1].$$

Список литературы

- 1 Zadeh L.A. Fuzzy Sets // Information and Control. –1965. –V. 8, №3. –P.338-353.
- 2 Kaleva O. Fuzzy differential equations // Fuzzy Sets and Systems. –1987. –V. 24, №3. –P.301-317.
- 3 Bede B., Gal G. Generalization of the differentiability of fuzzy numbers - valued functions with applications // Fuzzy Sets and Systems. –2005. –V. 151, №3. –P.581-599.
- 4 Allahveranloo T., Barkhordari Ahmadi M. Fuzzy Laplace Transforms // Soft Computing. –2018. –V. 14, №3. –P.235-243.
- 5 Polov M., Rahmatov J.Sh. Fuzzy heat equation //in book: Modern problems of mathematics and their applications (Materials of international scientific conference devoted to 70th birthday of academician of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, doctor of physics and mathematics, professor Polov Mamadsho, Dushanbe, 14-15 March, 2018). Dushanbe, 2018. – P. 113-117

М. Илолов, Дж.Ш. Рахматов

Тәжикістан Республикасы ғылым академиясының ғылым мен технологияларды инновациялық дамыту орталығы, Душанбе, Тәжикістан

Айқын емес жылуөткізгіштік теңдеуі үшін бастыпқы-шектік есеп туралы

Аннотация: Мақалада бастапқы және шектік шарттарымен берілген айқын емес дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер қарастырылады. Айқын емес интегралдар мен туындылар соңғы жылдары жүргізілетін зерттеулерде жан-жақты анализге ие. Бұл зерттеулердің практикалық маңызы зор, әсіресе қуыс орта мен айқындалмағандық жағдайларында.

Түйін сөздер: Лаплас түрлендіруі, айқын емес жиындар, айқын емес функциялар, жылуөткізгіштік теңдеуі.

M. Iolov, J.Sh. Rahmatov

Center for Innovative Development of Science and New Technologies of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,
Dushanbe, Tajikistan

On initial-boundary problem for fuzzy heat equation

Abstract: In this paper we consider a fuzzy partial differential equation together with the initial and boundary conditions. Fuzzy integrals and derivatives are the subject of a comprehensive analysis in the mathematical work of recent years. These studies are of great practical importance, especially in porous media and in conditions of uncertainty.

Keywords: Laplace transformation, fuzzy sets, fuzzy functions, heat equation.

References

- 1 Zadeh L.A. Fuzzy Sets. Information and Control, 8(3), 338-353 (1965).
- 2 Kaleva O. Fuzzy differential equations, Fuzzy Sets and Systems, 24(3), 301-317(1987).
- 3 Bede B. and Gal G. Generalization of the differentiability of fuzzy numbers - valued functions with applications, Fuzzy Sets and Systems, 151(3), 581-599(2005).
- 4 Allahveranloo T. and Barkhordari Ahmadi M. Fuzzy Laplace Transforms, Soft Computing, 14(3), 235-243(2018).
- 5 Iolov M., Rahmatov J.Sh. Fuzzy heat equation //in book: Modern problems of mathematics and their applications (Materials of international scientific conference devoted to 70th birthday of academician of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, doctor of physics and mathematics, professor Iolov Mamadsho, Dushanbe, 14-15 March, 2018, pp. 113-117).

Поступила в редакцию 25.03.2018

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға қойылатын талаптар

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex-пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні XҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теоремадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

**Provision on articles submitted to the journal
"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"**

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulmathmc.enu.kz*.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages(from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... see [3, § 7, Lemma 6]"; "..., see [2]"; a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). E-mail: *vest_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

Правила представления работ в журнал
"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Информатика. Механика"

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Тех- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulmathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубризатора МРНТИ (Международный рубризатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохраняя структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикинова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.