ISSN 2616-7182

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of the L.N. Gumilyov Eurasian National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА**

№2(123)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018
Astana, 2018

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 408 бөлме.
Тел: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы
Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.
Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.
27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу куәлігі.
Тиражы: 20 дана
Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі ,12/1,
тел: (7172)709-500 (ішкі 31-428).

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 408, Astana, Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: *vest_math@enu.kz*

Responsible secretary, computer layout:
A. Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.
MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series
Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan
Periodicity: 4 times a year
Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.
Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.
Circulation: 20 copies
Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;
tel: (7172) 709-500 (ext.31-428).

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408
Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*

Ответственный секретарь, компьютерная верстка
А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА
Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год.
Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.
Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.
Тираж: 20 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1, тел.: (7172)709-500 (вн.31-428).

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ. МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА СЕРИЯСЫ
№2(123)/2018

МАЗМҰНЫ

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY.
MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS SERIES
№2(123)/2018

CONTENTS

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. СЕРИЯ МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА
№2(123)/2018

СОДЕРЖАНИЕ

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы, 2018, 2(123), 56-65 беттер
http://bulmathmc.enu.kz, E-mail: vest_math@enu.kz

МРНТИ: **30.19.33**

Л.А Алексеева [1] , А.Н. Дадаева [2] , Н.Ж.Айнакеева [2]

[1] *Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан*
[2] *КазНИТУ им.К.И.Сатпаева, Алматы, Казахстан*
[3] *КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан*
(E-mail: [1] alexeeva47@mail.ru, [2] dady1262@mail.ru, [3] nursaule_math@mail.ru)

Фундаментальные и обобщенные решения уравнений нестационарной динамики термоупругих стержней

Аннотация: Рассматриваются уравнений несвязанной термоупругости в пространственно-одномерном случае, описывающие динамику стержней с учетом их термоупругих свойств при продольных колебаниях. Построено обобщенное преобразование Фурье матрицы фундаментальных решений и проведена его регуляризация для восстановления оригинала тензора Грина. Построен тензор Грина уравнений несвязанной термоупругости, описывающий термодинамику среды при действии мгновенных сосредоточенных силовых и тепловых источников. Получены обобщенные решения уравнений несвязанной термоупругости и даны их регулярные интегральные представления.

Ключевые слова: термоупругий стержень, несвязанная термоупругость, перемещения среды, температура, напряжения, фундаментальные решения, оббобщенные функции.

Развитие теории и методов решения задач термоупругости связано с потребностями многих отраслей техники и прикладных наук. Такие задачи возникают при разработке новых конструкций паровых и газовых турбин, реактивных и ракетных двигателей высоскоростных самолетов, ядерных реакторов, месторождений полезных ископаемых в горном деле и др. Элементы таких конструкций работают в условиях неравномерного и нестационарного нагрева, при котором изменяются механические свойства материалов и возникают градиенты температуры, сопровождающиеся неодинаковым тепловым расширением отдельных частей конструкций. Некоторые материалы при быстром появлении напряжений из-за действия резкого градиента нестационарного температурного поля, становятся хрупкими и не выдерживают теплового удара. Повторное действие тепловых напряжений может привести к разрушению элементов конструкции, поэтому изучение воздействия температурного поля на напряженно-деформированное состояние сооружений и конструкций весьма актуально.

В самых различных областях техники очень широко используются стержневые элементы. Можно привести большое число примеров нагруженных стержневых элементов конструкций. Например, опоры различных сооружений, зданий, мостов и т.п. В реальных условиях на стержни могут действовать и динамические нагрузки, приводящие к возникновению колебаний, которые могут существенно влиять на надежность стержневых элементов и тем самым на надежность конструкции в целом. Неустановившееся температурное поле вызывает в стержневых конструкциях изменяющиеся со временем поле деформации, влияющие на их прочность и надежность при эксплуатации.

Определение термонапряженного состояния стержневых конструкций с учетом их механических свойств (в частности, упругости) относится к числу актуальных научно-технических проблем. Применение методов математического моделирования дает возможность проводить исследования физических процессов, протекающих в конструкциях и их элементах, и определять на этапе проектирования их динамические характеристики, которые, в свою очередь, являются основой для прогнозирования поведения изделия в заданных условиях эксплуатации. При этом важна не только разработка расчетных моделей, но и разработка эффективных алгоритмов исследования моделей.

Динамические задачи теории температурных напряжений связаны с решением краевых задач для систем уравнений смешанного гиперболо-параболического типа, математическая теория которых в настоящее время пока еще не достаточно разработана. Полная система уравнений термоупругости связывает уравнения движения среды в перемещениях и уравнение теплопроводности. Решения такой системы уравнений с использованием тензора Грина удается построить только в пространствах преобразований Лапласа или Фурье [1-5]. Восстановление оригинала в исходном пространстве времени приходится проводить на основе численных методов, что не всегда возможно. Если в уравнении для температурного поля пренебречь членом, связанным со скоростью упругой объемной деформации тела, то удается построить тензор Грина таких уравнений и их решения для ldостаточно произвольных массовых сил и тепловых источников. При медленных деформационных процессах такая система уравнений достаточно хорошо описывает термонапряженное состояние стержня. Построению таких решений посвящена настоящая работа.

1. Основные соотношения динамики термоупругих стержней. Рассматривается термоупругий стержень, который характеризуется линейной плотностью ρ, скоростью распространения упругих волн в стержне c и термоупругими константами: κ и γ. Исследуем термонапряженное состояние стержня под действием внешних силовых и тепловых источников.

Уравнения динамики термоупругого стержня имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \rho c^2 u_{,xx} - \rho u_{,tt} - \gamma\theta_{,x} + \rho F_1(x,t) = 0 \\ \theta_{,xx} - k^{-1}\theta_{,t} + F_2(x,t) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $u(x,t)$ - продольные перемещения сечений стержня в сечении x в момент времени t, $\theta(x,t)$ - относительная температура ($\theta = T(x,t) - T(x,0)$, T - абсолютная температура), $F_1(x,t)$, $F_2(x,t)$ - плотность силовых и тепловых источники возмущений, соответственно. Здесь и далее используем следующие обозначения:

$$u_1 = u, u_2 = \theta, u_{i,x} = \frac{\partial u_i}{\partial x}, u_{i,t} = \frac{\partial u_i}{\partial t}, i = 1, 2.$$

Температурный член $\gamma\theta_{,x}$ в первом уравнении для упругих перемещений позволяет учесть влияние температуры на напряженное состояние стержня, которое описывается законом Дюамеля-Неймана [1]:

$$\sigma(x,t) = \rho c^2 u_{,x} - \gamma\theta \tag{2}$$

Построим решения уравнений (1) при действии различных силовых и тепловых источников возмущений.

2. Фундаментальные решения уравнений несвязанной термоупругости. Тензор Грина и его свойства. Построение решений системы (1) будем рассматривать на пространстве обобщенных вектор- функций, компоненты которых принадлежат классу обобщенных функций медленного роста $S'\left(R^2\right)$ [6].

Вначале рассмотрим фундаментальные решения системы (1) при действии мгновенных сосредоточенных источников возмущений вида:

$$F_1 = \delta(x)\delta(t)\delta_1^j, \quad F_2 = \delta(x)\delta(t)\delta_2^j, \quad j = 1, 2 \tag{3}$$

Здесь δ_i^j - символ Кронекера, $\delta(...)$ - сингулярная обобщенная δ-функция Дирака [6].

Поскольку действие источников $F=(F_1, F_2)$ сосредоточено в начале координат при t=0, строим такое решение, которое удовлетворяет следующим условиям излучения:

$$\begin{array}{l} U_i^j(x,t) = 0, \quad t < 0, \quad \forall x \in R^1. \\ U_i^j(x,t) \to 0, \quad |x| \to \infty, \quad \forall t > 0 \end{array} \tag{4}$$

Такое фундаментальное решение называется тензором Грина уравнений термоупругости. Соответствующую матрицу фундаментальных решений обозначим через $U_i^j(x,t)$.

Компоненты тензора Грина имеют следующий физический смысл:

$U_1^1(x,t)$ - продольные перемещение в стержне при действии импульсной сосредоточенной силы: $F_1 = \delta(x)\delta(t)$, $F_2 = 0$;

$U_1^2\,(x,t)$ - продольные перемещение в стержне при действии сосредоточенного импульсного температурного источника:

$$F_1 = 0, F_2 = \delta(x)\delta(t)$$

;
$U_2^1(x,t)$ - температура стержня при действии импульсной сосредоточенной силы:

$$F_1 = \delta(x)\delta(t), F_2 = 0$$

;
$U_2^2(x,t)$ - температура стержня при действии сосредоточенного импульсного температурного источника:

$$F_1 = 0, F_2 = \delta(x)\delta(t)$$

.

Зная тензор Грина, можно построить решение системы (1) при любых источниках в виде тензорно-функциональной свертки:

$$u_j(x,t) = U_j^k(x,t) * F_k(x,t), \quad j,k = 1,2 \tag{5}$$

(здесь по одноименным индексам суммирование от 1 до 2).

Для регулярных источников, которые описываются локально-интегрируемыми функциями, эту формулу можно записать в интегральном виде и использовать для вычислений:

$$u_j(x,t) = \iint_{R^2} U_j^k(x-y, t-\tau) F_k(y,\tau)\, dy d\tau, \quad j,k = 1,2 \tag{6}$$

Для сингулярных источников следует использовать определение свертки в пространстве обобщенных функций [6].

3. Трансформанта Фурье матриц фундаментальных решений. Для построения тензора Грина используем прямое и обратное преобразование Фурье по x и t . Для регулярных обобщенных функций оно имеет вид:

$$\bar{u}(\xi,\omega) = \iint_{R^2} u\,(x,t)\, e^{i(\xi x + \omega t)} dx dt, \quad u(x,t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{R^2} \bar{u}\,(\xi,\omega)\, e^{-i(\xi x + \omega t)} d\xi d\omega \tag{7}$$

При построении используем свойства преобразования Фурье производных [6]:

$$\begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} \leftrightarrow -i\xi\bar{u}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \leftrightarrow -i\omega\bar{u}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \leftrightarrow (-i\xi)^2\,\bar{u}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \leftrightarrow (-i\omega)^2\,\bar{u}. \end{array} \tag{8}$$

Лемма 1. *Трансформанта Фурье матриц фундаментальных решений уравнений термоупругости имеет вид:*

$$\begin{array}{c} \bar{U}_1^1(\xi,\omega) = \frac{\xi^2 - ik^{-1}\omega}{c^2(\lambda_1-\lambda_2)} \left\{ \frac{1}{\xi^2-\lambda_1} - \frac{1}{\xi^2-\lambda_2} \right\} \\ \bar{U}_1^2(\xi,\omega) = \frac{i\tilde{\gamma}\xi}{c^2(\lambda_1-\lambda_2)} \left\{ \frac{1}{\xi^2-\lambda_1} - \frac{1}{\xi^2-\lambda_2} \right\} \\ \bar{U}_2^1(\xi,\omega) = 0 \\ \bar{U}_2^2(\xi,\omega) = \frac{c^2\xi^2-\omega^2}{c^2(\lambda_1-\lambda_2)} \left\{ \frac{1}{\xi^2-\lambda_1} - \frac{1}{\xi^2-\lambda_2} \right\} \end{array} \tag{9}$$

где $\lambda_1 = \omega^2 c^{-2}$, $\lambda_2 = i\omega k^{-1}$.

Доказательство. С учетом (8) в пространстве преобразований Фурье, трансформанта Фурье $\bar{U}_i^j(\xi,\omega)$ удовлетворяет следующей системе алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} -c^2\xi^2\bar{U}_1^j + \omega^2\bar{U}_1^j + i\tilde{\gamma}\xi\bar{U}_2^j + \delta_1^j = 0 \\ -\xi^2\bar{U}_2^j + ik^{-1}\omega\bar{U}_2^j + \delta_2^j = 0 \end{array} \right. \tag{10}$$

где $\tilde{\gamma} = \gamma/\rho$. Решаем систему (10) по формулам Крамера,

$$\bar{U}_1^j = \frac{\delta_1^j\left(\xi^2 - i\omega k^{-1}\right) + i\xi\tilde{\gamma}\delta_2^j}{\Delta\,(\xi,\omega)},$$

$$\bar{U}_2^j = \frac{\delta_2^j\left(\xi^2 c^2 - \omega^2\right)}{\Delta\,(\xi,\omega)},$$

где определитель $\Delta(\xi,\omega)$ системы (10) равен:

$$\Delta(\xi,\omega) = c^2\xi^4 - \omega\left(\omega + ik^{-1}c^2\right)\xi^2 + ik^{-1}\omega^3 = c^2\left(\xi^2 - \lambda_1\right)\left(\xi^2 - \lambda_2\right).$$

При фиксированном ω корни определителя имеют вид:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\omega(\omega + c^2ik^{-1}) \pm \omega\sqrt{(\omega + c^2ik^{-1})^2 - 4c^2ik^{-1}\omega}}{2c^2},$$

откуда

$$\lambda_1 = \frac{\omega}{2c^2}\left\{\omega + ic^2k^{-1} + \omega - ic^2k^{-1}\right\} = \frac{\omega^2}{c^2},$$

$$\lambda_2 = \frac{\omega}{2c^2}\left\{\omega + ic^2k^{-1} - \omega + ic^2k^{-1}\right\} = i\omega k^{-1}.$$

Представим соотношения (9) в более удобном для обращения виде, используя разложение на более простые дроби:

$$\frac{1}{\Delta(\xi,\omega)} = \frac{1}{c^2\left(\xi^2 - \lambda_1\right)\left(\xi^2 - \lambda_2\right)} = \frac{1}{c^2\left(\lambda_1 - \lambda_2\right)}\left\{\frac{1}{\xi^2 - \lambda_1} - \frac{1}{\xi^2 - \lambda_2}\right\}.$$

В результате получим формулы леммы.

Лемма доказана.

4. Регуляризация трансформанты Фурье матриц фундаментальных решений. Трансформант Фурье тензора Грина. Преобразование Фурье (9) определяют целый класс фундаментальных решений системы уравнений (1), которые определяются с точностью до решения однородной системы в отсутствии внешних возмущений. Для выделения трансформант Фурье тензора Грина и их обращения нужно провести регуляризацию формул (9), с учетом условий излучения (4).

Лемма 2. *Трансформанта Фурье матриц фундаментальных решений уравнений термоупругости представима в виде:*

$$\bar{U}_1^1(\xi,\omega) = \frac{\xi^2 - ik^{-1}\omega}{(\omega + i0)\left(\omega - ic^2k^{-1}\right)}\left\{\bar{f}_1(\xi,\omega) - \bar{f}_2(\xi,\omega)\right\},$$

$$\bar{U}_1^2(\xi,\omega) = \frac{i\gamma\xi}{c^2\left(\frac{\omega^2}{c^2} - i\omega k^{-1}\right)}\left\{\bar{f}_1(\xi,\omega) - \bar{f}_2(\xi,\omega)\right\},$$

$$\bar{U}_2^1(\xi,\omega) = 0, \tag{11}$$

$$\bar{U}_2^2(\xi,\omega) = \frac{(-i\omega)^2 - c^2(-i\xi)^2}{c^2(\omega + i0)\left(\omega - ic^2k^{-1}\right)}\left\{\bar{f}_1(\xi,\omega) - \bar{f}_2(\xi,\omega)\right\}$$

где

$$\bar{f}_1(\xi,\omega) = \frac{c^2}{c^2\xi^2 - (\omega + i0)^2}, \tag{12}$$

$$\bar{f}_2(\xi,\omega) = \frac{1}{\xi^2 - (i\omega + i0)\,k^{-1}} \quad . \tag{13}$$

Доказательство. Разность в фигурных скобках формул (11) содержит трансформанты Фурье фундаментальных решений уравнения Даламбера и уравнения теплопроводности. Действительно, функция вида:

$$\bar{f}_1(\xi,\omega) = \frac{1}{\xi^2 - \frac{\omega^2}{c^2}},$$

удовлетворяет уравнению:

$$\left(\xi^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\bar{f}_1 = 1,$$

которому в пространстве оригиналов соответствует волновое уравнение Даламбера для фундаментального решения:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} = \delta(t)\delta(x)$$

Фундаментальное решение этого уравнения хорошо известно [6]:

$$f_1(x,t) = \frac{c}{2}H(ct - |x|), \tag{14}$$

здесь H(t) – функция Хевисайда. Его преобразование Фурье является регуляризацией правой части функции вида:

$$\bar{f}_1(\xi,\omega) = \mathrm{Reg}\left[\frac{c^2}{c^2\xi^2 - \omega^2}\right] = \frac{c^2}{c^2\xi^2 - (\omega + i0)^2},$$

которая определяет оригинал (12) с носителем на положительной оси времени t.

Аналогично, вторая функция:

$$\bar{f}_2(\xi,\omega) = \frac{1}{\xi^2 - i\omega k^{-1}}$$

удовлетворяет уравнению:

$$\left(\xi^2 - i\omega k^{-1}\right)\bar{f}_2(\xi,\omega) = 1,$$

которому в исходном пространстве соответствует параболическое уравнение теплопроводности для фундаментального решения:

$$k^{-1}\frac{\partial f_2}{\partial t} - \frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} = \delta(t)\delta(x).$$

Его фундаментальное решение имеет вид [6]:

$$f_2(x,t) = \frac{H(t)\,k}{2\sqrt{\pi k t}}e^{-\frac{x^2}{4kt}} \tag{15}$$

$$\bar{f}_2(\xi,\omega) = \mathrm{Reg}\left[\frac{1}{\xi^2 - i\omega k^{-1}}\right] = \frac{k}{k\xi^2 - i(\omega + i0)}$$

Обе функции удовлетворяют условиям:

$$f_j(x,t) = 0, \quad t < 0, \quad f_j(x,t) \to 0, \forall t, \quad |x| \to \infty, \quad j = 1,2 \quad .$$

Лемма доказана.

5. Тензор Грина уравнений термоупругости. Для построения оригинала тензора Грина используем свойства преобразования Фурье производных и сверток обобщенных функций [6].

Теорема 1. *Компоненты тензора Грина уравнений термоупругости* (1) *имеют вид:*

$$U_1^j(x,t) = \delta_1^j k^{-1}\frac{\partial\sum_1}{\partial t} - \delta_1^j\frac{\partial^2\sum_1}{\partial x^2} - \delta_2^j\tilde{\gamma}\frac{\partial\sum_1}{\partial x} - \delta_1^j\sum_3(t) + \delta_2^j\tilde{\gamma}\frac{\partial\sum_2}{\partial x}, \tag{16}$$

$$U_2^j(x,t) = \delta_2^j c^2\sum_3(x,t) + \delta_2^j c^2\frac{\partial^2\sum_2}{\partial x^2} - \delta_2^j\frac{\partial^2\sum_2}{\partial t^2}, \quad j = 1,2$$

где

$$\Sigma_1(x,t) = \frac{k}{c}H(ct - |x|)\left\{\frac{k}{c^2}\left(1 - e^{\frac{c}{k}(|x| - ct)}\right) + t - \frac{|x|}{c}\right\}$$

$$\sum_2(x,t) = -\frac{k^2 H(t)}{2c^2\sqrt{\pi k}}\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau - \frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau - \int_0^t\frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau\right\},$$

$$\sum_3(x,t) = -\frac{k}{c^2}H(t)(e^{-\frac{c^2}{k}t} - 1),$$

$$\frac{\partial\sum_1}{\partial t} = -\frac{k}{c}H(ct - |x|)\left[e^{\frac{c}{k}(|x| - ct)} - 1\right],$$

$$\frac{\partial\sum_1}{\partial x} = -\frac{k}{c^2}H(ct - |x|)\,sgnx\left[e^{\frac{c}{k}(|x| - ct)} + 1\right],$$

$$\frac{\partial \sum_2}{\partial x}=-\frac{AH\left(t\right)}{k}\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\frac{x}{2\tau}d\tau-\int_0^t\frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\frac{x}{2\tau}d\tau\right\},$$

$$\frac{\partial^2\sum_2}{\partial t^2}=AH\left(t\right)\left\{\frac{c^4}{k^2}e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau-\frac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\right\}-\qquad\frac{\partial^2\sum_2}{\partial x^2}=$$
$$-AH\left(t\right)\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{k\sqrt{t}}\left(c^2-\frac{x^2}{4t^2}\right)+\frac{x^2}{4kt^2}\frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}\right\}$$

$$=\frac{AH\left(t\right)}{2k}\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\left[\int_0^t\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\tau\sqrt{\tau}}\left(\frac{x^2}{2k\tau}-1\right)d\tau\right]-\int_0^t\frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\tau\sqrt{\tau}}\left(\frac{x^2}{2k\tau}-1\right)d\tau\right\},$$

Доказательство. Для восстановления оригинала заметим, что выражениям, стоящим в числителях формул (11) в пространстве оригиналов соответствуют следующие дифференциальные операторы:

$$\begin{aligned}&\delta_1^j\left(\xi^2-i\omega k^{-1}\right)+i\xi\tilde{\gamma}\delta_2^j\Leftrightarrow\delta_1^j\left(k^{-1}\partial_t-\partial_x\partial_x\right)-\tilde{\gamma}\delta_2^j\partial_x,\\&\delta_2^j\left(c^2\xi^2-\omega^2\right)\Leftrightarrow\delta_2^j\left(\partial_t-c^2\partial_x\partial_x\right).\end{aligned}\tag{17}$$

Рассмотрим

$$\frac{1}{\omega\left(\omega-ic^2k^{-1}\right)}=\frac{1}{\omega}\times\frac{1}{\left(\omega-ic^2k^{-1}\right)}$$

Для первого сомножителя используем регуляризацию:

$$\mathrm{Reg}\left[-\frac{1}{i\omega}\right]=-\frac{1}{i(\omega+io)}\leftrightarrow H\left(t\right)\delta(x).$$

Регуляризации второго сомножителя, согласно свойству преобразования Фурье, соответствует функция

$$\left[\frac{1}{(\omega+i0)-ic^2k^{-1}}\right]\leftrightarrow g_1\left(t\right)\delta(x)$$

где $g_1(t)=e^{-\frac{c^2t}{k}}H(t)$.

Теперь используем свойство свертки обобщенных функций [6]:

$$h=f*g\quad\leftrightarrow\quad\bar{h}=\bar{f}\times\bar{g}(18)$$

Для регулярных функций свертка представима в интегральном виде:

$$f*g=\int_{R^N}f(x-y)g(y)dy_1...dy_N,$$

здесь N=2.

Следовательно, используя (18) и свойство свертки с δ-функцией, получим:

$$\begin{aligned}f_1(x,t)*H(t)\delta(x)&=f_1\underset{t}{*}H(t)\quad\leftrightarrow\frac{\bar{f}_1(\xi,\omega)}{-i(\omega+i0)}\\f_2(x,t)*H(t)\delta(x)&=f_2\underset{t}{*}H(t)\quad\leftrightarrow\frac{\bar{f}_2(\xi,\omega)}{-i(\omega+i0)}\end{aligned}$$

(здесь символ t под знаком свертки означает свертку только по t). Следовательно

$$Reg\left[\frac{1}{\omega}\times\frac{1}{(\omega-ic^2k^{-1})}\right]=\frac{1}{-i\omega}\times\frac{1}{(i\omega+c^2k^{-1})}\quad\leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow H(t)\delta(x)*g_1(t)\delta(x)=H(t)\underset{t}{*}g_1(t)\delta(x)$$

Вычисляя эти свертки, получим:

$$H\left(t\right)\underset{t}{*}H\left(t\right)e^{-\frac{c^2}{k}t}=\int_{-\infty}^{\infty}H\left(t-\tau\right)H\left(\tau\right)e^{-\frac{c^2}{k}t}d\tau=$$
$$=H\left(t\right)\int_0^te^{-\frac{c^2}{k}t}d\tau=-\frac{k}{c^2}H\left(t\right)\left(e^{-\frac{c^2}{k}t}-1\right)=\Sigma_3(t)$$

$$\Sigma_3(t)\delta(x)\underset{t}{*}cH\left(ct-|x|\right)=-\frac{k}{c}H\left(t\right)\left(e^{-\frac{c^2}{k}t}-1\right)\underset{t}{*}H\left(ct-|x|\right)=$$

$$-\tfrac{k}{c}\left\{\int_{-\infty}^{\infty} H\left(t-\tau\right)e^{-\frac{c^2}{k}(t-\tau)}H\left(c\tau-|x|\right)d\tau-\int_{-\infty}^{\infty} H\left(t-\tau\right)H\left(c\tau-|x|\right)d\tau\right\}=$$

$$=-\tfrac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left\{\int_{|x|/c}^{t} e^{-\frac{c^2}{k}(t-\tau)}d\tau-\int_{|x|/c}^{t} 1\,d\tau\right\}=$$

$$=\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left\{\frac{k}{c^2}\left(1-e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}\right)+t-\frac{|x|}{c}\right\}=\Sigma_1(x,t)$$

$$\Sigma_3(t)\delta(x)\underset{t}{*}\frac{kH(t)}{2\sqrt{\pi kt}}e^{-\frac{x^2}{4kt}}=$$

$$=-\tfrac{k^2}{2c^2\sqrt{\pi k}}H\left(t\right)\left\{\int_0^t \frac{e^{-\frac{c^2}{k}(t-\tau)}e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau-\int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{\tau}}H\left(\tau\right)d\tau\right\}=$$

$$=AH\left(t\right)\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_o^t\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau-\int_0^t\frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau\right\}=\Sigma_2(x,t),$$

где $A=-\frac{k^2}{2c^2\sqrt{\pi k}}$. Отсюда, с учетом (17), следует:

$$U_1^j(x,t)=\left[\left(k^{-1}\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\delta_1^j-\tilde{\gamma}\delta_2^j\frac{\partial}{\partial x}\right]\Sigma_1(x,t)-\delta_1^j\sum_3(t)+\delta_2^j\tilde{\gamma}\frac{\partial\sum_2}{\partial x}$$

$$U_2^j(x,t)=\delta_2^jc^2\sum_3(x,t)+\delta_2^jc^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\delta_2^j\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Sigma_2(x,t)$$

При дифференцировании введённых разрывных функций, с учетом правил дифференцирования таких функций в пространстве обобщенных функций, получим:

$$\frac{\partial\sum_1}{\partial t}=\overbrace{\frac{k}{c}\delta\left(ct-|x|\right)\left[\left[\frac{k}{c^2}\left(1-e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}\right)+t-\frac{|x|}{c}\right]\right]}^{=0}+\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left[-e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}+1\right]=$$

$$=-\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left[e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}-1\right],$$

$$\frac{\partial\sum_1}{\partial x}=\overbrace{\frac{k}{c}\left[\delta\left(x+ct\right)-\delta\left(x-ct\right)\right]\cdot\left[\frac{k}{c^2}\left(1-e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}\right)+t-\frac{|x|}{c}\right]}^{=0}+$$

$$+\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left[-\frac{k}{c^2}e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}\frac{c}{k}sgnx-\frac{sgnx}{c}\right]=$$

$$=-\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left[\frac{1}{c}e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}sgnx+\frac{sgnx}{c}\right],$$

Здесь сумма первых двух слагаемых равна нулю, т.к. на носителе простого слоя $ct=|x|$имеем

$$\left[\frac{k}{c^2}\left(1-e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}\right)+t-\frac{|x|}{c}\right]_{|x|=ct}=\frac{k}{c^2}\left(1-e^0\right)+0=0$$

Аналогично,

$$\frac{\partial^2\sum_1}{\partial x^2}=\overbrace{-\frac{k}{c}\left[\delta\left(x+ct\right)-\delta\left(x-ct\right)\right]\cdot\left[\frac{1}{c}e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}sgnx+\frac{sgnx}{c}\right]}^{=0}-$$

$$-\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left\{\frac{1}{c}\left(\frac{c}{k}e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}sgn^2x+e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}2\delta\left(x\right)\right)+\frac{2}{c}\delta\left(x\right)\right\}=$$

$$=\frac{k}{c}H\left(ct-|x|\right)\left\{\frac{1}{c}\left(\frac{c}{k}e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}sgn^2x+e^{\frac{c}{k}(|x|-ct)}2\delta\left(x\right)\right)+\frac{2}{c}\delta\left(x\right)\right\},$$

$$\frac{\partial \sum_2}{\partial t} = \overbrace{A\delta\left(t\right)\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau - \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{\tau}}d\tau\right\}}^{=0} +$$

$$+AH\left(t\right)\left\{\left[-\frac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau + e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}} - \frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}\right]\right\} =$$

$$-AH\left(t\right)\left\{\frac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau - e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}} + \frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}\right\},$$

$$\frac{\partial \sum_2}{\partial x} = AH\left(t\right)\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\left(-\frac{x}{2k\tau}\right)d\tau - \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\left(-\frac{x}{2k\tau}\right)d\tau\right\} =$$

$$= -AH\left(t\right)\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\frac{x}{2k\tau}d\tau - \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\frac{x}{2k\tau}d\tau\right\},$$

$$\frac{\partial^2 \sum_2}{\partial x^2} = -AH\left(t\right)e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\left(-\frac{x}{2k\tau}\right)\frac{x}{2k\tau}d\tau - AH\left(t\right)e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\frac{1}{2k\tau}d\tau -$$

$$-AH\left(t\right)\int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\left(-\frac{x}{2k\tau}\right)\frac{x}{2k\tau}d\tau - \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\frac{1}{2k\tau}d\tau =$$

$$= AH\left(t\right)e^{-\frac{c^2}{k}t}\left[\int_0^t \frac{x^2}{4k^2\tau^2\sqrt{\tau}}\left(e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}\right) - \int_0^t \frac{1}{2k\tau\sqrt{\tau}}\left(e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}\right)\right] -$$

$$-AH\left(t\right)\left[\int_0^t \frac{x^2}{4k^2\tau^2\sqrt{\tau}}e^{-\frac{x^2}{4kt}}d\tau - \int_0^t \frac{1}{2k\tau\sqrt{\tau}}e^{-\frac{x^2}{4kt}}d\tau\right] =$$

$$= \frac{AH\left(t\right)}{2k}\left\{e^{-\frac{c^2}{k}t}\left[\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\tau\sqrt{\tau}}\left(\frac{x^2}{2k\tau}-1\right)d\tau\right] - \int_0^t \frac{e^{-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\tau\sqrt{\tau}}\left(\frac{x^2}{2k\tau}-1\right)d\tau\right\},$$

$$\frac{\partial^2 \sum_2}{\partial t^2} = \overbrace{A\delta\left(t\right)\left\{\left[\frac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau - e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}} + \frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}\right]\right\}}^{=0} -$$

$$= AH\left(t\right)\left[\tfrac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\left(-\tfrac{c^2}{k}\right)\int_0^t \tfrac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau + \tfrac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\tfrac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\right] -$$

$$-\left\{AH\left(t\right)\left[e^{-\frac{c^2}{k}t}\left(-\frac{c^2}{k}\right)\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}} + e^{-\frac{c^2}{k}t}\left(\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}\right)\left(-\frac{x^2}{4k}\right)\left(-\frac{1}{t^2}\right)\right] +\right.$$

$$\left.+AH\left(t\right)\frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}\left(-\frac{x^2}{4k}\right)\left(-\frac{1}{t^2}\right)\right\} =$$

$$= AH\left(t\right)\left\{\frac{c^4}{k^2}e^{-\frac{c^2}{k}t}\int_0^t \frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}d\tau - \frac{c^2}{k}e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}\tau-\frac{x^2}{4k\tau}}}{\sqrt{\tau}}\right\} -$$

$$-AH\left(t\right)e^{-\frac{c^2}{k}t}\frac{e^{\frac{c^2}{k}t-\frac{x^2}{4kt}}}{k\sqrt{t}}\left(c^2 - \frac{x^2}{4t^2}\right) - \frac{x^2}{4kt^2}\frac{e^{-\frac{x^2}{4kt}}}{\sqrt{t}}.$$

Теорема доказана.

Заключение. Построенный тензор Грина можно использовать для решения нестационарных краевых задач динамики термоупругих стержней. С постановкой нестационарных краевых задач с учетом ударных термоупругих волн можно ознакомиться в работе [7].

Построенные аналитические формулы для определений перемещений, деформации, термоупругих напряжений и температуры стержня позволяют рассчитывать стержневые конструкции из различных материалов с учетом их термоупругих параметров.

Список литературы

1 Новацкий В. Вопросы термоупругости/В. Новацкий. -М.: Изд-во АН СССР, 1962.
2 Новацкий В. Динамические задачи термоупругости/В. Новацкий.- М.: Мир, 1970.
3 Новацкий В. Теория упругости/В. Новацкий. -М.:Мир, 1975.
4 Купрадзе В.Г. Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости/В.Г. Купрадзе, Т.Г. Гегелиа, М.О. Башелейшвили, Т.В. Бурчуладзе. - М: Наука, 1976.
5 Алексеева Л.А., Ахметжанова М.М.. Фундаментальные и обобщенные решения уравнений динамики термоупругих стержней. Стационарные колебания// Математический журнал. -2014. -Т. 52. -№2. -С.5-20.
6 Владимиров В.С. Уравнения математической физики/В.С. Владимиров.- М: Наука, 1976.
7 Alexeyeva L.A., Alipova B.N., Dadayeva A.N. Shock waves as generalized solutions of thermoelasto-dynamics equations.On the uniqiness of boundary value problems solutions. American Institute of Physics Conference Proceeding. - 2017. - V. 1798, 020003-1-020003-8; doi: 10.1063/1.4972595

Л.А. Алексеева [1], А.Н. Дадаева [2], Н.Ж. Айнакеева [3]

[1] *ҚР БжҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан*
[2] *Сәтбаев Университеті, Алматы, Қазақстан*
[3] *Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан*

Термосерпімді стерженьдердің стационарлы емес динамикасы теңдеулерінің фундаментальді және жалпыланған шешімдері

Аннотация: Бойлық тербелістерге арналған термосерпімді қасиеттерін ескере отырып, шыбықтардың динамикасын сипаттайтын кеңістіктегі бір өлшемді жағдайдағы термосерпімділіктің теңдеулері қарастырылады. Фундаменталды шешімдер матрицасының жалпыланған Фурье түрлендіруі құрылып, оның Грин тензоры түпнұсқасын құруға қажетті регляризациясы жасалған. Шоғырландырылған лездік қуат пен жылу көздерінің әрекеті кезінде ортаның термодинамикасын сипаттайтын байланыспаған тертерпосерпімді теңдеулердің Грин тензоры құрылды. Байланыспаған термосерпімді теңдеулердің жалпыланған шешімдері алынып, олардың тұрақты интегралдық көріністері беріледі.

Түйін сөздер: термосерпімді түтікше, реттелмейтін (байланыссыз) термосерпімділік, температура, орта қозғалысы, кернеулер, жалпыланған функциялар.

L.A. Alexeyeva, A.N. Dadayeva, N.Zh. Ainakeyeva

[1] *Institute of Mathematics and Mathematical Modeling Ministry of Education and Science Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan*
[2] *Satpayev University, Almaty, Kazakhstan*
[3] *Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

Fundamental and generalized solutions of the equations of the non-stationary dynamics of thermoelastic rods

Abstract: The equations of unbound thermoelasticity in the spatially one-dimensional case are considered that describe the dynamics of rods with allowance for their thermoelastic properties for longitudinal vibrations. A generalized Fourier transform of the matrix of fundamental solutions is constructed and its regularization is carried out to reconstruct the original of the Green's tensor. The Green's tensor of the equations of unbound thermoelasticity is constructed, which describes the thermodynamics of the medium under the action of instant concentrated power and thermal sources. Generalized solutions of the equations of unbound thermoelasticity are obtained and their regular integral representations are given.

Keywords: thermoelastic core, uncoupled thermoelasticity, displacement of the environment, temperature, stresses, fundamental solutions, generalized functions.

References

1 Novatsky V. Voprosy termouprugosti [Questions of thermoelasticity] (USSR Academy of Sciences Publishing House, Moscow, 1962).
2 Novatsky V. Dinamicheskie zadachi termouprugosti [Dynamic problems of thermoelasticity] (Mir, Moscow, 1970).
3 Novatsky V. Teorija uprugosti [Theory of elasticity] (Mir, Moscow, 1975).
4 Kupradze V.G., Gegelia T.G., Basheleishvili M.O., Burchuladze T.V. Trehmernye zadachi matematicheskoj teorii uprugosti i termouprugosti [Three-dimensional problems of the mathematical theory of elasticity and thermoelasticity] (Science, Moscow, 1976).

5 Alekseeva L.A., Ahmetzhanova M.M.. Fundamental'nye i obobshhennye reshenija uravnenij dinamiki termouprugih sterzhnej. Stacionarnye kolebanija [Fundamental
and generalized solutions of the equations of dynamics of thermoelastic rods. Stationary oscillations], Matematicheskij zhurnal [Mathematical journal], 52(2), 5-20 (2014).

6 Vladimirov V.S. Uravnenija matematicheskoj fiziki [Equations of mathematical physics](Nauka, Moscow, 1976).

7 Alexeyeva L.A., Alipova B.N., Dadayeva A.N. Shock waves as generalized solutions of thermoelasto-dynamics equations. On the uniquiness of boundary value problems solutions. American Institute of Physics Conference Proceeding, 2017, V. 1798, 020003-1-020003-8. doi: 10.1063/1.4972595.

Сведения об авторах:

Алексеева Л.А. - д.ф.м.н., проф., заведующая Отделом математической физики и моделирования ИМММ МОН РК, Алматы, Казахстан.

Дадаева А.Н. -к.ф.м.н., доцент, ассоциированный профессор кафедры математики, Институт базового образования КазНИТУ им. К.Сатпаева, Алматы, Казахстан.

Айнакеева Н. - магистр(закончила магистратуру в этом году), КазНУ им. аль-Фараби.

Alekseeva L.A. - Doctor of Phys.-Math. Sciences, Head of the Department of Mathematical Physics and Modeling of the Institute Of Mathematics And Mathematical Modeling Ministry of Education and Science Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan.

Dadaeva A.N. -Ph.D., Associate Professor, Institute of Basic Education of Satpayev University, Almaty, Kazakhstan.

Ainakeeva N. - Master of mathematics (graduated in this year), Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 30.03.2018

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға қойылатын талаптар

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex-пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды ***bulmathmc.enu.kz*** журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теорамадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографикалық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы*: 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

Provision on articles submitted to the journal
"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website ***bulmathmc.enu.kz***.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages(from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "..., see [3, § 7, Lemma 6]"; "..., see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). E-mail: *vest_ math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

Правила представления работ в журнал
"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия Математика. Информатика. Механика"

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилевой файл можно скачать со сайта журнала *bulmathmc.enu.kz.*

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубрикатора МРНТИ (Международный рубрикатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохранять структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. *Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz.* Сайт: *bulmathmc.enu.kz.*