

**МРНТИ: 27.35.21**

А.М. Мейрманов, Ж. Жантаев

*Институт ионосферы, Садоводческое товарищество «Ионосфера», д.117, 050020,  
Алматы, Казахстан  
(E-mail: anvarbek@list.ru)*

## **ДИНАМИКА КАПЛИ НЕФТИ В ВОДНОЙ СУСПЕНЗИИ<sup>1</sup>**

**Аннотация:** Настоящая рукопись является первой из публикаций, посвященных динамике вытеснения нефти водной эмульсией. Предполагается, что обе жидкости разделены неизвестной поверхностью и их динамика описывается системой уравнений Стокса для вязких сжимаемых жидкостей. Одна из жидкостей (нефть) является каплей, окруженной другой жидкостью (водной эмульсией). На границе раздела двух жидкостей выполнены стандартные условия непрерывности перемещений и напряжений и дополнительное условие того, что область занятая каждой из жидкостей является индивидуальным объемом, то есть состоит из одних и тех же частиц. Следуя идеям О. Ладыженской, Н. Уральцевой и В. Солонникова исходная задача разбивается на ряд последовательно решаемых задач, первой из которых является модельная задача дифракции для системы Стокса для двух полупространств. В ней необходимо получить решение в явном виде некоторые сингулярных интегралов. Далее для произвольного интервала времени  $[0, T]$  решается задача дифракции, когда форма капли есть заданная гладкая замкнутая ограниченная поверхность и, наконец, решается исходная нелинейная задача об определении формы капли в процессе ее движения.

**Ключевые слова:** Задачи со свободными границами, задача дифракции для системы уравнений Стокса, представление решений в канонических областях в форме сингулярных интегралов, метод Ньютона-Канторовича.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2023/3.1>

**2000 Mathematics Subject Classification: 35.M11**

### **ВВЕДЕНИЕ И ФОРМУЛИРОВКА РЕЗУЛЬТАТОВ**

Задача о вытеснении нефти водной эмульсией в горных породах является основной при создании гидродинамического симулятора нефтяного месторождения. Естественным является предположение о том, что соответствующая математическая модель должна базироваться на постулатах классической механики Ньютона сплошных сред [1], [2]. С другой стороны, во всех существующих гидродинамических симуляторах нефтяных месторождений ("Эклипс" и "Black Oil" фирмы Schlumberger, "Tempest" фирмы "Rohar", "VIP" фирмы Landmark и "TimeZY" фирмы "Standard Oil and Trust") базовой математической моделью является математическая модель Баклея-Левверетта [3], которая, по своей сути, является набором постулатов, никак не связанных с классической механикой Ньютона. Следуя R. Burridge, J. B. Keller [4] и E. Sanchez-Palencia [5],

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (проект №AP19676964)

для точного математического моделирования физических процессов в горных породах в первую очередь необходимо описать физический процесс законами классической механики Ньютона на микроскопическом уровне (характерный размер- десятки микрон), которые проверены опытом в течении столетий. Но такое точное описание совершенно бесполезно с практической точки зрения, поскольку любые численные реализации точных моделей потребуют месяцы и месяцы вычислений. Поэтому следующим шагом в методе этих авторов стал процесс усреднения (гомогенизации), позволяющий на основе соответствующей микроскопической модели точно описать физический процесс уже на макроскопическом уровне (характерный размер- десятки сантиметров или метров). Метод усреднения позволил построить точные модели для многих физических процессов, когда микроструктура сплошной среды заранее известна. Но в случае задачи вытеснения нефти суспензией никакого прогресса не произошло. Во-первых, не было соответствующей математической модели на микроскопическом уровне и, во-вторых, если она бы и была, не было методов решения задач с неизвестными (свободными) границами и, тем более, методов усреднения таких задач. Задачи со свободными границами являются одними из наиболее трудных задач в теории дифференциальных уравнений с частными производными [6], [7]. Как мы уже отмечали выше, наша основная задача разбивается на ряд последовательно решаемых задач:

*I*-модельная задача дифракции для уравнений Стокса в полупространствах;

*II*-доказательство существования классического решения задачи дифракции для уравнений Стокса в областях с заданной гладкой границей  $S$  раздела областей  $\Omega_o$ , содержащей нефть, и  $\Omega_s$ , содержащей суспензию.

*III*-доказательство существования классического решения движения капли нефти в водной суспензии в малом по времени (метод Ньютона-Канторовича).

*IV*-доказательство существования классического решения движения капли нефти в водной суспензии в целом по времени (сведение исходной задачи к канонической задаче в полупространствах с помощью метода декомпозиции).

*V*-усреднение.

В настоящей публикации мы ограничимся этапами *I* – *IV*.

Исходная нелинейная задача дифракции для искомой (свободной) границы  $\Gamma(t)$  раздела двух вязких жидкостей состоит в нахождении вектора скорости  $\mathbf{v}_o$ , вектора перемещений  $\mathbf{w}_o$  и давления  $p_o$  нефти и вектора скорости  $\mathbf{v}_s$ , вектора перемещений  $\mathbf{w}_s$  и давления  $p_s$  суспензии, и самой границы  $\Gamma(t)$  по следующим уравнениям

$$\nabla \cdot (\alpha_{\mu,j} \mathbb{D}(x, \mathbf{v}_j) - p_j \mathbb{I}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{c_{f,j}^2} \frac{\partial p_j}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_j = 0 \quad (2)$$

в областях  $Q_{f,j} = \bigcup_{t=0}^{\infty} \Omega_{f,j}(t)$ ,  $j = o, s$ , граничным условиям

$$(\mu_o \mathbb{D}(x, \mathbf{v}_o) - p_o \mathbb{I}) \cdot \mathbf{n} = (\mu_s \mathbb{D}(x, \mathbf{v}_s) - p_s \mathbb{I}) \cdot \mathbf{n}, \quad (3)$$

$$\mathbf{w}_o = \mathbf{w}_s, \quad \frac{\partial \mathbf{w}_j}{\partial t} = \mathbf{v}_j, \quad j = o, s \quad (4)$$

на искомой границе  $\Gamma(t)$  и начальным условиям

$$\mathbf{w}_j(\mathbf{x}; 0) = \mathbf{w}_j^0(\mathbf{x}), \quad p_j(\mathbf{x}; 0) = p_j^0(\mathbf{x}), \quad j = o, s, \quad \Gamma(0) = \Gamma^0. \quad (5)$$

Очевидно, что траектории  $\mathbf{x} = \mathbf{X}(\boldsymbol{\xi}, t)$  транспортного уравнения

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{u}_j(\mathbf{X}; t), \quad \mathbf{X}(\boldsymbol{\xi}; 0) = \boldsymbol{\xi}, \quad \boldsymbol{\xi} \in \Omega_j(0), \quad j = o, s, \quad (6)$$

которые начинаются в точке  $\boldsymbol{\xi} \in \Omega_{f,j}(0)$ , будут находиться  $\Omega_{f,j}(t)$ ,  $j = o, s$  для всех  $t > 0$ .

То есть, мы можем определить  $\Gamma(t)$  как поверхность

$$\Gamma(t) = \{ \mathbf{x} \in \Omega : \mathbf{x} = \mathbf{X}_0(\boldsymbol{\xi}; t), \quad \boldsymbol{\xi} \in \Gamma^0 \}, \quad \frac{d\mathbf{X}_0}{dt} = \mathbf{v}_j(\mathbf{X}_0; t), \quad \mathbf{X}_0(\boldsymbol{\xi}; 0) = \boldsymbol{\xi}, \quad \boldsymbol{\xi} \in \Gamma^0. \quad (7)$$

В (1) – (7)  $\mathbb{D}(x, \mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla^* \mathbf{u})$  есть симметрический градиент вектор-функции  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbb{I}$  единичный тензор второго порядка,  $\alpha_{\mu,j}$  и  $c_{f,j}$ ,  $j = o, s$  безразмерные вязкости и безразмерные скорости звука соответственно в нефти и суспензии.

Введем следующие обозначения [8]:

$$G_2(\mathbf{x}'; \mathbf{y}') = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{|x_1 - y_1|^2 + |x_2 - y_2|^2}{|x_1 - y_1|^2 + |x_2 + y_2|^2} \quad (8)$$

-функция Грина оператора Лапласа в пространстве  $\mathbb{R}^2$  и

$$G_3(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} (|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| + |x_3 - y_3|)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} (|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| + |x_3 + y_3|)^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

-функция Грина оператора Лапласа в пространстве  $\mathbb{R}^3$ .

По построению функции Грина бесконечно дифференцируемы при  $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$  и

$$G_k(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = G_k(\mathbf{y}; \mathbf{x}), \quad \nabla_x G_k(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \nabla_y G_k(\mathbf{x}; \mathbf{y}), \quad k = 1, 2.$$

Кроме того положим

$$I_2(u)(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} G_2(\mathbf{x}'; \mathbf{y}') u(\mathbf{y}') dy', \quad \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^2,$$

$$I_3(U)(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^2} G_3(\mathbf{x}; \mathbf{y}', 0) U(\mathbf{y}') dy',$$

$$J_j(f)(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}_j^3} G_3(\mathbf{x}; \mathbf{y}) f(\mathbf{y}) dy, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3, \quad j = o, s, \quad (10)$$

$\mathbb{R}^3 = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3), |\mathbf{x}|^2 = (|x_1|^2 + |x_2|^2 + |x_3|^2) < \infty\}$ ,  $\mathbb{R}_o^3 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, x_3 > 0\}$ ,  $\mathbb{R}_s^3 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, x_3 < 0\}$ ,  $\mathbf{x}' = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ ,  $|\mathbf{x}'| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ .

**Теорема. Функции**

$$u_o(\mathbf{x}) = -\frac{\partial}{\partial x_3} I_3(U_o)(\mathbf{x}) + J_o(f_o)(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}_o^3, \quad (11)$$

$$u_s(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_3} I_3(U_s)(\mathbf{x}) + J_s(f_s)(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}_s^3 \quad (12)$$

являются решениями задачи Дирихле для уравнения Пуассона

$$\Delta u_j = f_j(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}_j^3, \quad u_j(\mathbf{x}', 0) = U_j(\mathbf{x}'), \quad j = o, s \quad (13)$$

в полупространствах  $\mathbb{R}_j^3$ ,  $j = o, s$ .

В частности,

$$\frac{\partial}{\partial x_3} I_3(U_o)(\mathbf{x}', 0) = -u_o(\mathbf{x}', 0) = -U_o(\mathbf{x}'), \quad \frac{\partial}{\partial x_3} I_3(U_s)(\mathbf{x}', 0) = u_s(\mathbf{x}', 0) = U_s(\mathbf{x}'). \quad (14)$$

Если  $f_j \in C_\infty^\alpha(\mathbb{R}_j^3)$  и  $U_j \in C^{2+\alpha}(\mathbb{R}^2)$  то  $u_j \in C_\infty^{2+\alpha}(\mathbb{R}_j^3)$ ,  $j = o, s$  [10].

Мы используем обозначения функциональных пространств и норм в них, принятых в [10] и в [11]. Через  $C_\infty^{k+\alpha}(\bar{\Omega})$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  мы обозначаем пространство  $C^{k+\alpha}(\bar{\Omega}) \cap L_\infty(\bar{\Omega})$ .

**Теорема. [8] Функция**

$$u(\mathbf{x}') = \int_{\mathbb{R}^2} G_2(\mathbf{x}'; \mathbf{y}') f(\mathbf{y}') dy' \equiv I_2(f)(\mathbf{x}') \quad (15)$$

является решением уравнения Пуассона

$$\Delta' u = f(\mathbf{x}'), \quad \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^2 \quad (16)$$

во всем пространстве  $\mathbb{R}^2$ .

Если  $f \in C_\infty^\alpha(\mathbb{R}^2)$ , то  $u \in C_\infty^{2+\alpha}(\mathbb{R}^2)$  [10].

**Теорема.** *Функции*

$$u_o(\mathbf{x}) = -I_3(H_o)(\mathbf{x}) + J_o(f_o)(\mathbf{x}) \quad (17)$$

*и*

$$u_s(\mathbf{x}) = I_3(H_s)(\mathbf{x}) + J_s(f_s)(\mathbf{x}) \quad (18)$$

*являются решениями задачи Неймана для уравнения Пуассона*

$$\Delta u_j = f_j(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}_j^3, \quad \frac{\partial u_j}{\partial x_3}(\mathbf{x}', 0) = H_j(\mathbf{x}'), \quad j = o, s. \quad (19)$$

*Если  $f_j \in C_\infty^{1+\alpha}(\mathbb{R}_j^3)$ , то  $u_j \in C_\infty^{2+\alpha}(\mathbb{R}_j^3)$ ,  $j = o, s$  на произвольном интервале времени  $[0, T]$  [10].*

**Теорема.** *Задача (1) – (6) имеет единственное классическое решение  $\mathbf{w}_j, \mathbf{v}_j \in C_\infty^{2+\alpha}(\mathbb{R}_j^3)$  и  $p_j \in C_\infty^{1+\alpha}(\mathbb{R}_j^3)$ ,  $j = o, s$  на произвольном интервале времени  $[0, T]$ .*

**Теорема.** *Задача (1) – (7) имеет единственное классическое решение  $\mathbf{w}_j, \mathbf{v}_j \in C_\infty^{2+\alpha}(\overline{\Omega_{f,j}(t)})$  и  $p_j \in C_\infty^{1+\alpha}(\overline{\Omega_{f,j}(t)})$ ,  $j = o, s$  на произвольном интервале времени  $[0, T]$ .*

#### ДОКАЗАТЕЛЬСТВО РЕЗУЛЬТАТОВ

Доказательство теорем – достаточно сложное и требует подробных вычислений, что не позволяет формат нашей статьи. Поэтому ограничимся идеями доказательств. Основные идеи доказательства состоят в замене краевого условия (7) на свободной границе транспортными уравнениями

$$\frac{d\alpha_{\mu,j}}{dt} \equiv \frac{\partial \alpha_{\mu,j}}{\partial t} + \nabla \alpha_{\mu,j} \cdot \mathbf{v}_j = 0, \quad \alpha_{\mu,j}(\mathbf{x}; 0) = \mu_j, \quad j = o, s, \quad (20)$$

решение задачи дифракции в полупространствах и представление решения в виде сингулярных интегралов, использовании метода Ньютона-Канторовича [9] для доказательства существования классического решения задачи в малом по времени [9] и применение принципа декомпозиции, предложенного в работах [10] и [11] О. А. Ладыженской, Н. Н. Уральцевой и В. А. Солонникова, для исследования дифференциальных свойств в целом по времени классических решений задачи дифракции для системы уравнений Стокса в заданных областях.

А именно, с помощью разбиения единицы исходная задача сводится к решению конечного числа задач в малых областях с центром в точках  $\mathbf{x}_k \in \gamma_k$ . Далее для каждой малой области участок границы выпрямляется переходом к новым локальным координатам  $\mathbf{y}$  и задача в каждой малой области сводится к канонической задаче дифракции (1) – (6) с заданной правой частью  $\mathbf{f}_j \in C_\infty^\alpha(\mathbb{R}_j^3)$  для новых искомым функций  $\mathbf{u}_j(\mathbf{y}; t) = \mathbf{v}_j(\mathbf{x}; t)$ ,  $q_j(\mathbf{y}; t) = p_j(\mathbf{x}; t)$  в полупространствах  $\mathbb{R}_j^3$  с границей раздела  $\Gamma = \{y_3 = 0\}$ :

Решение последней дается формулами

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_o &= -\frac{\partial}{\partial y_3} I_3(\mathbf{U}) + \mathbf{f}_o, \quad \mathbf{u}_s = \frac{\partial}{\partial y_3} I_3(\mathbf{U}) + \mathbf{f}_s, \\ U_3(\mathbf{y}'; t) &= \frac{1}{2} I_3 \left( \frac{\partial \mathfrak{F}_{o,3}}{\partial y_3} + \frac{\partial \mathfrak{F}_{s,3}}{\partial y_3} \right) (\mathbf{y}'; t), \\ U_1 &= I_3 \left( -\Delta' I_3(U_1) + \frac{\partial \mathbf{f}_{s,1}}{\partial y_3} \right), \quad U_2 = I_3 \left( -\Delta' I_3(U_2) + \frac{\partial \mathbf{f}_{s,2}}{\partial y_3} \right), \\ I_3(U_3) &= \frac{1}{2} I_2 \left( \frac{\partial \mathbf{f}_{s,3}}{\partial y_3} + \frac{\partial \mathbf{f}_{o,3}}{\partial y_3} \right), \\ I_3(U_1) &= \frac{\partial}{\partial y_1} I_2(U_3) + \frac{\nu_o}{\nu_o + \nu_s} I_2 \left( \frac{\partial \mathbf{f}_{o,1}}{\partial y_3} + \frac{\partial \mathbf{f}_{o,3}}{\partial y_1} \right) - \frac{\nu_s}{\nu_o + \nu_s} I_2 \left( \frac{\partial \mathbf{f}_{s,1}}{\partial y_3} + \frac{\partial \mathbf{f}_{s,3}}{\partial y_1} \right) \\ I_3(U_2) &= \frac{\partial}{\partial y_2} I_2(U_3) + \frac{\nu_o}{\nu_o + \nu_s} I_2 \left( \frac{\partial \mathbf{f}_{o,2}}{\partial y_3} + \frac{\partial \mathbf{f}_{o,3}}{\partial y_2} \right) - \frac{\nu_s}{\nu_o + \nu_s} I_2 \left( \frac{\partial \mathbf{f}_{s,2}}{\partial y_3} + \frac{\partial \mathbf{f}_{s,3}}{\partial y_2} \right), \quad (21) \end{aligned}$$

$$q_j(\mathbf{y}; t) = q_j^0(\mathbf{y}) \exp\left(-\frac{c_{f,j}^2}{\nu_j} t\right), \quad j = o, s. \quad (22)$$

Здесь  $U_k(\mathbf{y}'; t) = u_{s,k}(\mathbf{y}', 0; t) = u_{o,k}(\mathbf{y}', 0; t)$ ,  $\mathbf{f}_j = J_j(\mathbf{f}_j)$ ,  $j = o, s$  и  $\mathbf{f}_o(\mathbf{x}', 0; t) = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}', 0; t) = \mathfrak{F}(\mathbf{x}'; t)$ .

Обращаясь к [10] заключаем, что

$$\max_{k=1,2,3} |U_k|_{\mathbb{R}_j^3}^{2+\alpha} \leq M \max_{k=1,2,3} |f_k|_{\mathbb{R}_j^3}^\alpha, \quad (23)$$

где постоянная  $M$  не зависит от  $T$  и  $\mathbf{f}$ .

## References

- 1 Meirmanov A. Mathematical models for poroelastic flow. -Paris: Atlantis Press, 2014.
- 2 Овсянников Л.В. Введение в механику сплошных сред, Часть I, II. -Новосибирск: Новосибирский Государственный Университет, 1977.
- 3 Buckley S.E., Leverett M.C. Mechanism of fluid displacements in sands, Transactions of the AIME. 1942. -Vol. 146. -P. 107-116.
- 4 Burrige R., Keller J.V. Poroelasticity equations derived from microstructure// J. Acoust. Soc. Am. 1981. -Vol. 70. Is. 4. -P. 1140-1146.
- 5 Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний. -Москва: Мир, 1984.
- 6 Мейрманов А. Задача Стефана. -Новосибирск: Наука, 1986.
- 7 Мейрманов А. О классическом решении макроскопической модели подземного выщелачивания редких металлов// Известия РАН. 2022. -Vol. 86. №4. -P. 116-161.
- 8 Гилбарг Д., Трудингер Н. Эллиптические дифференциальные уравнения второго порядка. -Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983.
- 9 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. -Москва: Наука, 1972.
- 10 Ладыженская О.А., Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. - Москва: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1967 г.
- 11 Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. -Москва: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1967 г.

А.М. Мейрманов, Ж. Жантаев

Ионосфера институты, «Ионосфера» серіктестігі, 117 үй, 050020, Алматы, Қазақстан

### Су суспензиясындағы май тамшылары динамикасы

**Аннотация:** Бұл қолжазба су эмульсиясымен мұнай ығысуының динамикасына арналған басылымдардың алғашқысы болып табылады. Екі сұйықтық та белгісіз бетпен бөлінген және олардың динамикасы тұтқыр сығылатын сұйықтықтарға арналған Стокс теңдеулері жүйесімен сипатталады деп болжанады. Сұйықтықтардың бірі (мұнай) басқа сұйықтықпен (сулы эмульсиямен) қоршалған тамшы. Екі сұйықтың арасындағы шекарада орын ауыстырулар үздіксіздігі мен кернеудің стандартты шарттары және сұйықтардың әрқайсысы алатын ауданы жеке көлем, яғни бірдей бөлшектерден тұратындығын білдіретін қосымша шарты орындалады. О.Ладыженская, Н.Уралцева және В.Солонниковтың идеяларына сүйене отырып, бастапқы мәселе бірінен кейін бірі тізбектеле шешілетін бірнеше есептерге бөлінеді. Олардың біріншісі - кейбір сингулярлық интегралдардың айқын шешімін алуды қажет ететін екі жарты кеңістікке арналған Стокс жүйесі үшін моделді дифракциялық есебі. Әрі қарай,  $[0, T]$  еркін уақыт аралығы үшін тамшы пішіні берілген тегіс тұйық шенелген бет болғандағы дифракция мәселесі, соңында оның қозғалыс кезіндегі тамшы пішінін анықтайтын бастапқы сызықтық емес есеп шешіледі.

**Түйін сөздер:** Еркін шекаралы есептер, Стокс теңдеулер жүйесі үшін дифракциялық есеп, канондық облыстардағы шешімдерді сингулярлық интеграл түрінде көрсету, Ньютон-Канторович әдісі.

A. Meirmanov, Zh. Zhantayev

Institute of Ionosphere, Gardening Association "Ionosphere", 117, 050020, Almaty, Kazakhstan

### Dynamics of an oil drop in an aqueous suspension

**Аннотация:** The proposed manuscript is the first of articles, devoted to the dynamics of oil displacement by aqueous suspension in the pore space of a solid skeleton. We assume that the liquids are separated by some unknown interface. The solid skeleton has a given periodic structure with a dimensionless pore size  $\varepsilon \ll 1$ . It is a free boundary problem, since in the microscopic description the interface between oil and suspension must be determined. Such problems are among the most difficult problems in the theory of partial differential equations, and, as a rule, existence results are possible only locally in time. We will obtain global in time result by reducing the free boundary problem to the problem of finding the viscosity of liquids, which will be described by the transport equation. The main purpose of this article is to describe the joint motion of a single oil drop in the surrounding water suspension.

**Keywords:** free boundary problems, diffraction problems for Stokes equations, representation of solutions in half-spaces in terms of singular integrals, Newton-Kantorovich method.

## References

- 1 Meirmanov A. Mathematical models for poroelastic flow, Paris, Atlantis Press, 2014.
- 2 Ovsiannikov L.V. Vvedenie v mekhaniku sploshnyh sred [Introduction to continuum mechanics], Parts I, II (Novosibirsk State University, Novosibirsk, 1977).
- 3 Buckley S.E., Leverett M.C. Mechanism of fluid displacements in sands, Transactions of the AIME, 1942. Vol. 146. P. 107-116.
- 4 Burrige R., Keller J.B. Poroelasticity equations derived from microstructure, J. Acoust. Soc. Am., 1981. Vol. 70, issue 4. P. 1140-1146.
- 5 Sanchez-Palencia E. Non-homogeneous media and vibration theory, Lecture Notes in Phys., 127, Springer-Verlag, Berlin-New York, 1980.
- 6 Meirmanov A. The Stefan Problem, Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1992.
- 7 Meirmanov A. On the classical solutions of the macroscopic model of in-situ leaching of rare metals, Ivestiya Mathematics. 2022. Vol. 86. №4. P. 116-161.
- 8 Gilbarg D., Trudinger N. Elliptic partial differential equations of second order, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo, 1983.
- 9 Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Introductory real analysis, Dover Publications, INC., New York, 1975.
- 10 Ladyzhenskaya O.A., Uraltseva N.N. Linear and quasilinear elliptic equations, Academic Press, New York and London, 1968.
- 11 Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Uraltseva N.N. Linear and quasilinear equations of parabolic type, Transl. Math. Monogr. 1968. Vol. 23, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1968.

### Сведения об авторе:

*Мейрманов Анварбек Мукаатович* – автор для корреспонденции, главный научный сотрудник, Институт ионосферы, Садоводческое товарищество «Ионосфера», д.117, 050020, Алматы, Казахстан.

*Жантаев Жумабев* – главный научный сотрудник, Институт ионосферы, Садоводческое товарищество «Ионосфера», д.117, 050020, Алматы, Казахстан.

*Anvarbek Meirmanov* – **corresponding author**, senior researcher, Institute of Ionosphere, Gardening Association "Ionosphere", 117, 050020, Almaty, Kazakhstan.

*Zhumabek Zhantayev* – senior researcher, Institute of Ionosphere, Gardening Association "Ionosphere", 117, 050020, Almaty, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 27.08.2023*