

ISSN 2616-7182

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of the L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Серия **МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА**

№1(122)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018

Astana, 2018

БАС РЕДАКТОРЫ
ф.-м.ғ.д., проф
Темірғалиев Н. (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

Жұбанышева А.Ж., PhD
(Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

Наурызбаев Н.Ж., PhD
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Алимхан Килан	PhD, проф. (Жапония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Қытай)
Бекенов М.И.	ф.-м.ғ.к., доцент (Қазақстан)
Голубов Б.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Зунг Динь	ф.-м.ғ.д., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Иванов В.И.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Кобельков Г.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Курина Г.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Марков В.В.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Мейрманов А.М.	ф.-м.ғ.д., проф. (Эквадор)
Смелянский Р.Л.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Умирбаев У.У.	ф.-м.ғ.д., проф. (АҚШ)
Холщевникова Н.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 408 бөлме.
Тел: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген
А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА сериясы

Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.

27.03.2018ж. № 17000-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 30 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел: (7172)709-500 (ішкі 31-428).

EDITOR-IN-CHIEF

Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences
Temirgaliyev N. (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Zhubanysheva A.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief **Nauryzbayev N.Zh.**, PhD (Kazakhstan)

Editorial board

Abakumov E.V.	PhD, Prof. (France)
Alexeyeva L.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Alimhan Keylan	PhD, Prof. (Japan)
Bekzhan Turdybek	PhD, Prof. (China)
Bekenov M.I.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, Assoc.Prof. (Kazakhstan)
Golubov B.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Dũng Dinh	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Vietnam)
Ibrayev A.G.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Kazakhstan)
Ivanov V.I.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kobel'kov G.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Kurina G.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Markov V.V.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Meirmanov A.M.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Ecuador)
Smelyansky R.L.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(Russia)
Umirbaev U.U.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof.(USA)
Kholshchevnikova N.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)

Editorial address: 2, Satpayev str., of. 408, Astana, Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: *vest_math@enu.kz*

Responsible secretary, computer layout:
A. Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №17000-ж from 27.03.2018.

Circulation: 30 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel: (7172) 709-500 (ext.31-428).

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
профессор, д.ф.-м.н.
Темиргалиев Н. (Казахстан)

Зам. главного редактора

Жубанышева А.Ж., PhD (Казахстан)

Зам. главного редактора

Наурызбаев Н.Ж., PhD (Казахстан)

Редакционная коллегия

Абакумов Е.В.	PhD, проф. (Франция)
Алексеева Л.А.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Алимхан Килан	PhD, проф. (Япония)
Бекжан Турдыбек	PhD, проф. (Китай)
Бекенов М.И	к.ф.-м.н., доцент (Казахстан)
Голубов Б.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Зунг Динь	д.ф.-м.н., проф. (Вьетнам)
Ибраев А.Г.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Иванов В.И.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Кобельков Г.М.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Курина Г.А.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Марков В.В.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Мейрманов А.М.	д.ф.-м.н., проф. (Эквадор)
Смелянский Р.Л.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Умирбаев У.У.	д.ф.-м.н., проф. (США)
Холщевникова Н.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408
Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка
А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА

Собственник: РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год.

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казакстан.

Регистрационное свидетельство №17000-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 30 экземпляров. Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1,
тел.: (7172)709-500 (вн.31-428).

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА СЕРИЯСЫ

№1(122)/2018

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА

<i>Темірғалиев Н.</i> "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы" журналының басты мақсаттары мен оларды жүзеге асыру жолдары жөнінде Бас редактордың алғысөзі	8
<i>Джусурахонов О.А.</i> Кейбір екі айнымалылы функциялар класстарын Фурье-Эрмит үшбұрышты қосындылары арқылы жуықтау қателіктерін жоғарыдан бағалауларының дәл мәндері	70
<i>Зунг Динь</i> Параметрлі және стохастикалық эллиптикалық дербес туындылы тендеулердің шешімдерінің Галеркин жуықтауылары	76
<i>Утесов А.Б., Абдыкулов А.Т.</i> Тригонометриялық Фурье коэффициенттерінен алынған дәл емес мәліметтер бойынша анизотропты Соболев кластарының функцияларын жуықтау мәселесінің толық К(Е)Д-зерттеуі	90

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY.
MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS SERIES

№1(122)/2018

CONTENTS

MATHEMATICS-COMPUTER SCIENCE

<i>Temirgaliyev N.</i> Introduction of the Editor-in-Chief of the journal "The Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. Mathematics. Computer Science. Mechanics series" about the issue purposes and the ways of its implementation	8
<i>Jurakhonov O.A.</i> The exact values of the upper bounds for approximation in the mean of some classes of bivariate functions by triangular Fourier–Hermite sums	70
<i>Dũng Đình</i> Galerkin approximation for parametric and stochastic elliptic PDEs	76
<i>Utessov A.B., Abdykulov A.T.</i> The complete $C(N)D$ -solution of the problem recovery of functions from anisotropic Sobolev classes by their unexact trigonometric Fourier coefficients	90

**ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. СЕРИЯ МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА. МЕХАНИКА
№1(122)/2018**

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА-ИНФОРМАТИКА

<i>Темиргалиев Н.</i> Предисловие Главного редактора журнала "Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. Серия Математика. Информатика. Механика" о целях издания и путях их реализации	8
<i>Джусурахонов О.А.</i> Точные значения верхних граней погрешностей приближения в среднем некоторых классов функций двух переменных треугольными суммами Фурье-Эрмита	70
<i>Зунг Динь</i> Приближения Галеркина решений параметрических и стохастических эллиптических уравнений в частных производных	76
<i>Утесов А.Б., Абдыкулов А.Т.</i> Полное $K(V)$ -исследование задачи восстановления функций из анизотропных классов Соболева по неточным значениям их тригонометрических коэффициентов Фурье	90

МРНТИ: 34.35.51

О.А. Джурахонов

Таджикский национальный университет, Душанбе, Таджикистан
(E-mail: olim74@tajnet.tj)

**Точные значения верхних граней погрешностей приближения в среднем
некоторых классов функций двух переменных треугольными суммами
Фурье-Эрмита**

Аннотация: В работе вычислены точные значения верхних граней погрешностей приближения функций двух переменных треугольными частичными суммами двойного ряда Фурье-Эрмита на классе функций $L_2^r(D)$ по норме пространства $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$, где D – оператор Эрмита второго порядка. Получены точные неравенства типа Джексона-Стечкина на множествах $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$, в которых величины наилучших полиномиальных приближений оцениваются сверху через обобщенные модули непрерывности m -го порядка.

Ключевые слова: суммы Фурье-Эрмита, оператор Эрмита, неравенства типа Джексона-Стечкина.

1. Введение. В настоящее время вопросы приближения функций алгебраическими полиномами на всей оси $\mathbb{R} := \{x : -\infty < x < +\infty\}$ с весом Чебышева-Эрмита $\tilde{\rho}(x) := \exp\{-x^2\}$ достаточно хорошо изучены. Так, например, в недавно опубликованных работах С.Б.Вакарчука и А.В.Швачко [1] и С.Б.Вакарчука [2] решены некоторые экстремальные задачи приближения функций в среднем на вещественной оси суммами Чебышева-Эрмита. Также получены точные неравенства типа Джексона-Стечкина, в которых величина наилучшего полиномиального приближения функций оценивается сверху через обобщенные модули гладкости m -го порядка, вычислены точные значения различных N -поперечников. Но, если для функций заданных на вещественной оси, указанные задачи хорошо изучены и получено достаточно много точных результатов, то количество работ, где решаются экстремальные задачи полиномиального приближения в среднем для функций двух переменных на всей плоскости $\mathbb{R}^2 := \{(x, y) : -\infty < x, y < +\infty\}$, точных результатов совсем немного. К таковым относятся результаты, полученные в этом направлении в работах В.А.Абилова и М.В.Абилова [3-4], М.Г.Есмаганбетова [5].

Настоящая статья посвящена решению экстремальных задач полиномиального приближения функций двух переменных на всей плоскости с весом $\exp\{-(x^2 + y^2)\}$, получению точных неравенств типа Джексона-Стечкина, а также точных значений величины наилучших полиномиальных приближений через обобщенные модули непрерывности. Полученные результаты применены к экстремальной задаче вычисления точных значений поперечников некоторых классов функций в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ и являются определенным дополнением к работам [3-5].

2. Верхние грани приближения функций треугольными суммами Фурье-Эрмита в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$. Начнем с необходимых определений (см. также [3-5]). Пусть \mathbb{R}_+ – множество положительных, \mathbb{Z}_+ – множество целых неотрицательных, \mathbb{N} – множество натуральных (целых положительных) чисел. Обозначим через $L_{2,\rho} := L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$, где $\rho(x) := \exp\{-(x^2 + y^2)\}$, множество вещественных суммируемых с квадратом функций двух переменных с конечной нормой

$$\|f\|_{2,\rho} := \|f\|_{L_{2,\rho}} := \left(\iint_{\mathbb{R}^2} \rho(x, y) f^2(x, y) dx dy \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Пусть $\{H_k(x)H_l(y)\}_{k,l \in \mathbb{Z}_+}$ – ортонормированная на всей плоскости \mathbb{R}^2 с весом ρ система многочленов Эрмита (см., например, [6, 170 стр.]), где

$$H_q(u) = \frac{(-1)^q}{\sqrt{q!2^q\sqrt{\pi}}} e^{x^2} \frac{d^q}{dx^q} (e^{-x^2}), \quad q \in \mathbb{Z}_+.$$

Для функции $f \in L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ запишем её разложение в двойной ряд Фурье-Эрмита

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_{kl}(f) H_k(x) H_l(y), \quad (1)$$

где

$$c_{kl}(f) = \iint_{\mathbb{R}^2} \rho(x, y) f(x, y) H_k(x) H_l(y) dx dy$$

– коэффициенты Фурье-Эрмита функции f , а равенство в (1) понимается в смысле сходимости в метрике пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$.

Обозначим через

$$S_{N-1}(f; x, y) := \sum_{0 \leq k+l \leq N-1} c_{kl}(f) H_k(x) H_l(y)$$

треугольную сумму $(N-1)$ -го порядка ряда (1) Фурье-Эрмита функции $f \in L_{2,\rho}$. Если \mathcal{P}_{N-1} – совокупность полиномов двух переменных x и y степени не более $(N-1)$ вида

$$P_{N-1}(x, y) = \sum_{0 \leq k+l \leq N-1} a_{kl} x^k y^l, \quad (2)$$

то, как хорошо известно [1-3],

$$\begin{aligned} E_{N-1}(f)_{2,\rho} &:= E_{N-1}(f)_{L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)} = \inf \{ \|f - P_{N-1}\|_{2,\rho} : P_{N-1} \in \mathcal{P}_{N-1} \} = \\ &= \|f - S_{N-1}\|_{2,\rho} = \left\{ \sum_{k+l \geq N} c_{kl}^2(f) \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

В пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ рассмотрим оператор сдвига

$$F_h f(x, y) = \frac{1}{\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \rho(u, v) f(x\sqrt{1-h^2} + hu, y\sqrt{1-h^2} + hv) dudv,$$

где $0 < h < 1$. В [3,4] доказано, что в смысле сходимости в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ имеет место равенство

$$F_h f(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_{kl}(f) (1-h^2)^{(k+l)/2} H_k(x) H_l(y). \quad (3)$$

В указанных работах также доказано, что $F_h : L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2) \rightarrow L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ является ограниченным линейным оператором и, кроме того, для всех $k, l \in \mathbb{Z}_+$ имеет место равенство

$$F_h H_k(x) H_l(y) = (1-h^2)^{(k+l)/2} H_k(x) H_l(y), \quad 0 < h < 1. \quad (4)$$

Определим конечные разности первого и высших порядков следующими равенствами

$$\begin{aligned} \Delta_h^1(f; x, y) &:= F_h f(x, y) - f(x, y) = (F_h - E) f(x, y), \\ \Delta_h^m(f; x, y) &= \Delta_h^1(\Delta_h^{m-1}(f; \cdot, \cdot); x, y) = \\ &= (F_h - E)^m f(x, y) = \sum_{i=0}^m (-1)^{m-i} \binom{m}{i} F_h^i f(x, y), \quad m \in \mathbb{N}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$F_h^0 f(x, y) = f(x, y), F_h^i f(x, y) = F_h(F_h^{i-1} f(x, y)), \quad (i = 1, 2, \dots, m; m \in \mathbb{N}),$$

а E – единичный оператор в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$.

Из равенства (5) соотношений (1) и (3) в смысле сходимости в $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ запишем равенство

$$\Delta_h^1(f; x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_{kl}(f) \left((1-h^2)^{(k+l)/2} - 1 \right) H_k(x) H_l(y). \quad (6)$$

Пользуясь равенством (6) и формулой (4), по индукции находим

$$\Delta_h^m(f; x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} c_{kl}(f) \left((1-h^2)^{(k+l)/2} - 1 \right)^m H_k(x) H_l(y). \quad (7)$$

Применяя равенство Парсеваля, из (7) получаем (см. также [3])

$$\|\Delta_h^m(f; x, y)\|_{2,\rho}^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left(1 - (1-h^2)^{(k+l)/2} \right)^{2m} c_{kl}^2(f), \quad 0 < h < 1.$$

Соотношением

$$\Omega_m(f, t)_{2,\rho} = \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left(1 - (1-t^2)^{(k+l)/2} \right)^{2m} c_{kl}^2(f) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

определим обобщенный модуль непрерывности m -го порядка.

Следуя [4], введем оператор Эрмита второго порядка:

$$D := \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - x \frac{\partial}{\partial x} - y \frac{\partial}{\partial y}.$$

Если полагать, как обычно, $D^0 f = f, D^r f := D(D^{r-1} f), r \in \mathbb{N}$, то через $L_{2,\rho}^{(r)} := L_{2,\rho}(D^r) (r \in \mathbb{Z}_+, L_{2,\rho}^{(0)} \equiv L_{2,\rho})$ обозначим класс функций $f \in L_{2,\rho}$, имеющих обобщенные частные производные

$$\frac{\partial^s f}{\partial x^i \partial y^j}, \quad i + j = s, \quad s = 1, 2, \dots, 2r, \quad r \in \mathbb{N}$$

в смысле Леви [7] такие, что все они принадлежат пространству $L_{2,\rho}$ и для которых $\|D^r f\|_{2,\rho} < \infty$. В [4] доказано, что для произвольной функции $f \in L_{2,\rho}$ имеет место равенство

$$\Omega_m(D^r f, t)_{2,\rho} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(1 - (1-t^2)^{(k+l)/2} \right)^{2m} (k+l)^{2r} c_{kl}^2(f).$$

Условимся, что далее в соотношениях общего характера при вычислении верхней грани по всем функциям $f \in L_{2,\rho}^{(r)}$ мы всегда будем подразумевать, что $D^r f \neq const$.

Сформулируем вспомогательные утверждения.

Лемма 1. Для произвольной $N \in \mathbb{N}$ и $r \in \mathbb{Z}_+$ справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{E_{N-1}(D^r f)_{2,\rho}} = \frac{1}{N^r}.$$

Лемма 2. При любых $m, N \in \mathbb{N}$ и $r \in \mathbb{Z}_+$ справедливо равенство

$$\sup_{N \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^r E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\Omega_m(D^r f, \frac{1}{\sqrt{N}})_{2,\rho}} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{e}} \right)^{-m}.$$

Справедлива следующая общая

Теорема 1. Пусть $m, N \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, 0 < p \leq 2, h \in (0, 1]$ и q - неотрицательная измеримая суммируемая на интервале $(0, h)$ неэквивалентная нулю функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^r E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(D^r f, t)_{2,\rho} q(t) dt \right)^{1/p}} = \frac{1}{\left\{ \int_0^h \left(1 - (1-t^2)^{\frac{N}{2}} \right)^{mp} q(t) dt \right\}^{1/p}}. \quad (8)$$

Из теоремы 1 вытекает ряд следствий.

Следствие 1. Пусть $k, N \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, 0 < p \leq 2, h \in (0, 1]$ и $q(t) = Nt(1-t^2)^{N/2-1}$. Тогда имеет место равенство

$$\begin{aligned} \sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^{r-\frac{1}{p}} E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^h \Omega_m^p(D^r f, t)_{2,\rho} t(1-t^2)^{\frac{N}{2}-1} dt \right\}^{\frac{1}{p}}} &= \\ &= \left\{ \frac{mp+1}{\left(1 - (1-h^2)^{\frac{N}{2}}\right)^{mp+1}} \right\}^{1/p}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из равенства (9), в частности, при $h = 1/\sqrt{N}, p = 1/m, r \geq m, r, m, N \in \mathbb{N}$, вытекает экстремальное равенство

$$\sup_{N \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^{r-m} E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^{1/\sqrt{N}} \Omega_m^{\frac{1}{m}}(D^r f, t)_{2,\rho} t(1-t^2)^{\frac{N}{2}-1} dt \right\}^m} = 2^m \left(1 - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{-2m}.$$

Следствие 2. Пусть $m, N, r \in \mathbb{N}, r \geq m, p = 1/m, h \in (0, 1]$ и $q(t) = t$. Тогда из равенства (8) вытекает равенство

$$\begin{aligned} \sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^{r-m} E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^h \Omega_m^{1/m}(D^r f, t)_{2,\rho} t dt \right\}^m} &= \\ &= \left\{ \frac{h^2}{2} + \frac{1}{N+2} (1-h^2)^{(N+2)/2} - \frac{1}{N+2} \right\}^{-m}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из равенства (10), в частности, при $h = \sqrt{2/N}$, вытекает результат В.А.Абилова и М.Б.Абилова [4]

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^{r-m} E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^{\sqrt{2/N}} \Omega_m^{1/m}(D^r f, t)_{2,\rho} t dt \right\}^m} = \left\{ \frac{1}{N} - \frac{1}{N+2} + \frac{1}{N+2} \left(1 - \frac{2}{N}\right)^{\frac{N+2}{2}} \right\}^{-m},$$

а в случае $h = \sqrt{2/(N+2)}$ из (10) получаем следующее равенство

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^{r-m} E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^{\sqrt{2/(N+2)}} \Omega_m^{1/m}(D^r f, t)_{2,\rho} t dt \right\}^m} = 2^m \left\{ \left(1 - \frac{2}{N+2}\right)^{\frac{N+2}{2}} \right\}^{-m}. \quad (11)$$

Переходя в обеих частях равенства (11) к верхней грани по всем $N \in \mathbb{N}$, приходим к соотношению

$$\sup_{N \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^{r-m} E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^{2/\sqrt{N+2}} \Omega_m^{1/m}(D^r f, t)_{2,\rho} t dt \right\}^m} = (2e)^m.$$

3. Точные значения N -поперечников некоторых классов функций. Для изложения дальнейших результатов нам понадобится ряд определений и обозначений. Пусть S – единичный шар в $L_{2,\rho}$; $\Lambda_N \subset L_{2,\rho}$ – N -мерное подпространство; $\Lambda^N \subset L_{2,\rho}$ – подпространство коразмерности N ; $\Lambda: L_{2,\rho} \rightarrow \Lambda_N$ – непрерывный линейный оператор; $\mathcal{L}^\perp: L_{2,\rho} \rightarrow \Lambda_N$ – непрерывный оператор линейного проектирования, \mathfrak{M} – выпуклое центрально-симметричное подмножество из $L_{2,\rho}$. Величины

$$\begin{aligned} b_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \sup \{ \sup \{ \varepsilon > 0; \varepsilon S \cap \Lambda_{N+1} \subset \mathfrak{M} \} : \Lambda_{N+1} \subset L_{2,\rho} \}, \\ d^N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \{ \sup \{ \|f\|_{2,\rho} : f \in \mathfrak{M} \cap \Lambda^N \} : \Lambda^N \subset L_{2,\rho} \}, \\ d_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \{ \sup \{ \inf \{ \|f - g\|_{2,\rho} : g \in \Lambda_N \} : f \in \mathfrak{M} \} : \Lambda_N \subset L_{2,\rho} \}, \\ \delta_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \{ \inf \{ \sup \{ \|f - \Lambda f\|_{2,\rho} : f \in \mathfrak{M} \} : \Lambda L_{2,\rho} \subset \Lambda_N \} : \Lambda_N \subset L_{2,\rho} \}, \end{aligned}$$

$$\Pi_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) = \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \left\{ \|f - \Lambda^\perp f\|_{2,\rho} : f \in \mathfrak{M} \right\} : \Lambda^\perp L_{2,\rho} \subset \Lambda_N \right\} : \Lambda_N \subset L_{2,\rho} \right\}$$

называют соответственно *бернштейновским, гельфандовским, колмогоровским, линейным и проекционным N -поперечниками* множества \mathfrak{M} в пространстве $L_{2,\rho}$.

Мы будем пользоваться монотонностью указанных поперечников по N , а также тем фактом, что в гильбертовом пространстве для них выполняются соотношения [8, 10]:

$$b_N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}) \leq d^N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}) \leq d_N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}) = \delta_N(\mathfrak{M}; H_2) = \Pi_N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}).$$

Приведем определение классов функций, для которых вычислим значения приведенных выше N -поперечников. Пусть $m, r \in \mathbb{N}, 0 < p \leq 2, 0 < H < 1, q \geq 0$ – суммируемая на интервале $(0, H)$ неэквивалентная нулю измеримая функция. Через $HW_{2,p}^r(\Omega_m, q)$ обозначим класс, состоящий из функций $f \in L_{2,\rho}^r$, у которых $D^r f$ удовлетворяет условию

$$\int_0^H \Omega_m^p(D^r f, t)q(t)dt \leq 1.$$

Теорема 2. Пусть $m, N \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, k = 0, 1, 2, \dots, N; 0 < p \leq 2, 0 < H < 1, q \geq 0$ – суммируемая на интервале $(0, H)$ неэквивалентная нулю измеримая функция. Тогда справедливы равенства

$$\begin{aligned} & \gamma_{\frac{N(N+1)}{2}+k}(HW_{2,p}^r(\Omega_m, q); L_{2,\rho}) = \\ & = E_{N-1}(HW_{2,p}^r(\Omega_m, q))_{2,\rho} = N^{-r} \left\{ \int_0^H \left(1 - (1-t^2)^{\frac{N}{2}}\right)^{mp} q(t)dt \right\}^{-1/p}, \end{aligned}$$

где $\gamma_\nu(\cdot)$ – любой из перечисленных выше ν -поперечников, а

$$E_{N-1}(HW_{2,p}^r(\Omega_m, q))_{L_{2,\rho}} := \sup\{E_{N-1}(f)_{L_{2,\rho}} : f \in HW_{2,p}^r(\Omega_m, q)\}.$$

Экстремальная задача вычисления верхней грани модуля коэффициентов Фурье на некоторых классах функций имеет самостоятельный интерес, поскольку в них сосредоточена информация о функции. Эта задача для конкретных систем ортогональных с весом полиномов рассмотрена, например, в цитированных выше работах [1,2]. Аналогичный вопрос представляет интерес и для рассматриваемых нами классов функций.

Следствие 3. Пусть $k + l = 0, 1, 2, \dots, N; N \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, H \in (0, 1), 0 < p \leq 2$. Тогда имеет место равенство

$$\begin{aligned} & \sup\{|c_{kl}(f)| : f \in HW_{2,p}^r(\Omega_m, q)\} = \\ & = N^{-r} \left\{ \int_0^H \left(1 - (1-t^2)^{\frac{N}{2}}\right)^{mp} q(t)dt \right\}^{-1/p}. \end{aligned}$$

В завершение статьи отметим, что из теорем 1-2 следует, что подпространство алгебраических многочленов вида (2), гармоники которых лежат в целочисленном треугольнике $0 \leq k + l \leq N - 1$, в качестве аппарата приближения для функций двух переменных играет ту же роль, как подпространство алгебраических многочленов при приближении функции одной переменной. Этот эффект впервые установлен в работе [11], когда функции многих переменных приближались посредством тригонометрических полиномов, спектры которых лежат в гиперболическом кресте.

Список литературы

- 1 Вакарчук С.Б., Швачко А.В. О наилучшей аппроксимации в среднем алгебраическими полиномами с весом и точных значениях поперечников классов функций // Укр. мат. журнал -2003. -Т. 12. №65. -С. 1604-1621.
- 2 Вакарчук С.Б. Приближение функций в среднем на вещественной оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева-Эрмита и поперечники функциональных классов // Матем. заметки 2014. № 95(5). - С. 666-684.
- 3 Абилов В.А., Абилов М.В. Приближение функций в пространстве $L_2(R^N; \exp(-|x|^2))$ // Матем. заметки -1995. № 57(1). -С. 3-19.
- 4 Abilov V.A., Abilov M.V. Certain problems of the approximation of functions in two variables by Fourier-Hermite sums in the space $L_2(R^2, e^{-x^2-y^2})$ // Analysis mathematica -2006. № 32(3). -С. 163-171.
- 5 Есмаганбетов М.Г. Точные неравенства Джексона-Стечкина и поперечники классов функций из $L_2(R^2, e^{-x^2-y^2})$ // Изв. высш. учебных заведений. Математика -2007. № 2. -С. 3-9.

- 6 Сегё Г. Ортогональные многочлены. -1962. -М.: Физматгиз.
- 7 Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. -1969. М.: Наука.
- 8 Pinkus A. n -Widths in Approximation Theory. -1985. - Berlin: Springer.
- 9 Шабозов М.Ш., Тухлиев К. К-функционалы и точные значения n -поперечников некоторых классов из $L_2((1-x)^{-1/2}; [-1, 1])$ // Изв. Тульского госуниверситета. Естественные науки. Вып. -2014. № 1(1). -С. 83-97 .
- 10 Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. -1976. -М. МГУ.
- 11 Бабенко К.И. О приближения периодических функций многих переменных тригонометрическими многочленами// ДАН СССР -1960. № 132(2). -С. 247-250.

О.А. Джурахонов

Тэҷисікістан Ҷумҳурияси университети, Душанбе, Тэҷисікістан

Кейбір екі айнымалылы функциялар класстарын Фурье-Эрмит үшбұрышты қосындылары арқылы жуықтау қателіктерін жоғарыдан бағалауларының дәл мәндері

Аннотация: Жұмыста $L_2^r(D)$ (D - екінші ретті Эрмит операторы) функциялар класында $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ кеңістігінің нормасы бойынша Фурье - Эрмит қатарының үшбұрышты дербес қосындылары арқылы екі айнымалылы функцияларды жуықтаудың жоғарыдан бағалауларының дәл мәндері алынды. $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ кеңістігінде ең жақсы полиномиалдық жуықтаудың шамалары Джексон-Стечкин түріндегі жақсартылмайтындай жоғарыдан жалпыланған m -ретті үзіліссіздік модулі бойынша бағаланған.

Түйін сөздер: Фурье-Эрмит қосындылары, Эрмит операторы, Джексон-Стечкин түріндегі теңсіздігер.

О.А. Jurakhonov

Tajik National University, Dushanbe, Tajikistan

The exact values of the upper bounds for approximation in the mean of some classes of bivariate functions by triangular Fourier–Hermite sums

Abstract: We evaluate the suprema of approximation of bivariate functions by triangular partial sums of the double Fourier–Hermite series on the class of functions $L_2^r(D)$ in the space $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$, where D is the second-order Hermite operator. Sharp Jackson–Stechkin type inequalities on the sets $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ are obtained, in which the best approximation is estimated from above both in terms of moduli of continuity of order m . N -widths of some classes of functions in $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ are evaluated.

Keywords: Fourier–Hermite sums, Hermite operator, Jackson–Stechkin type inequalities.

References

- 1 Vakarchuk S.B., Shvachko A.V. On the Best Approximation in the Mean by Algebraic Polynomials with Weight and the Exact Values of Widths for the Classes of Functions, Ukrainian Mathematical Journal, 65(12), 1774-1792 (2014).
- 2 Vakarchuk S.B. Mean approximation of function on the real axis by algebraic polynomials with Chebyshev-Hermite and widths of function classes, Math. Notes, 95(5), 666-684 (2014).
- 3 Abilov V.A., Abilov M.V. Approximation of functions in the space $L_2(\mathbb{R}^N; \exp(-|x|^2))$, Math. Notes, 57(1), 3-19 (1995).
- 4 Abilov V.A., Abilov M.V. Certain problems of the approximation of functions in two variables by Fourier-Hermite sums in the space $L_2(\mathbb{R}^2, e^{-x^2-y^2})$, Analysis mathematica, 32(3), 163-171 (2006).
- 5 Esmaganbetov M.G. Exact Jackson-Stechkin inequalities and diameters of classes of functions from $L_2(\mathbb{R}^2, e^{-x^2-y^2})$, Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat., 2, 3-9 (2007).
- 6 Szegő G. Orthogonal polynomials, Amer. Math. Soc. (New York, 1959); Fizmatgiz (Moscow, 1962).
- 7 Nikol'skiĭ S.M. Approximation of functions of several variables and imbedding theorems, Grundlehren Math. Wiss., 205 (Springer, Heidelberg, 1975).
- 8 Pinkus A. n -Widths in Approximation Theory (Springer, Berlin, 1985).
- 9 Shabozov M.Sh., Tuxhliev K. K-functionals and the sharp values of n -widths of some classes of functions from $L_2((1-x)^{-1/2}; [-1, 1])$, Izv. TSU. Natural Science, 1(1), 83-97 (2014).
- 10 Tikhomirov V.M. Some questions of approximation theory, Izd. Mosk. Gos. Univ. (Moscow, 1976).
- 11 Babenko K.I. Approximation of periodic functions of many variables by trigonometric polynomials, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 247–250. 132(2), 247-250(1960).

Сведения об авторе:

Джурахонов О.А. - кандидат физико-математических наук, Таджикский национальный университет, Душанбе, Таджикистан.

Jurakhonov O.A. - Candidate of physico-mathematical sciences, Tajik National University, Dushanbe, Tajikistan.

Поступила в редакцию 29.03.2018

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Информатика. Механика сериясы» журналына жіберілетін жұмыстарға қойылатын талаптар

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақала авторының басып шығарушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіне мақаласын басуға келісімін және кез келген шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқасында) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Texpen Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulmathmc.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады.

3. Мақаланың көлемі 6 беттен кем және 18 беттен артық болмауы тиіс. Талап деңгейінен асқан жұмыстар редакциялық алқа отырысында қаралып, баспаға ерекше жағдайда ғана рұқсат етіледі.

4. Жұмыстың мәтіні ХҒТАР (Халықаралық ғылыми-техникалық ақпарат рубрикаторы) кодының көрсеткішімен басталып, кейін автор(лар)дың аты және тегі, жұмыс орнының толық атауы, қаласы, мемлекеті, E-mail-ы, мақаланың толық атауы, аннотациясы көрсетіледі. Аннотация 150-200 сөз көлемінде болуы тиіс, сонымен қатар мәтінде күрделі есептік формулалар болмауы, мақаланың толық аты қайталанбауы, жұмыстың мәтіні мен әдебиеттер тізімінде көрсетілетін сілтемелер болмауы керек. Аннотация мақаланың ерекшеліктерін көрсететін және оның құрылымын (кіріспе, есептің қойылымы, мақсаты, тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер және олардың талқылаулары, қорытынды) сақтайтын мақаланың қысқаша мазмұны болуы тиіс.

5. Жұмыстың мәтінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тиым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың номері (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: «... қараңыз . [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теорамандағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Қолданылаған әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. *Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қаласы, Қ.Сәтпаев көшесі, 2, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Бас ғимарат, 408-кабинет. Телефоны: (7172) 709-500 (ішкі 31-428). E-mail: *vest_math@enu.kz*. Сайт: *bulmathmc.enu.kz*.

**Provision on articles submitted to the journal
"Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.
Mathematics. Computer Science. Mechanics Series"**

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website bulmathmc.enu.kz.

3. The volume of the article should not exceed 18 pages(from 6 pages). The article, exceeding this volume is accepted for publication in exceptional cases by a special decision of the journal Editorial Board.

4. The text of the article begins with the IRSTI (International Rubricator of Scientific and Technical Information), then followed by the Initials and Surname of the author (s); full name of organization, city, country; E-mail of the author (s); the article title; abstract. Abstract should consist of 150-250 words, it should not contain cumbersome formulas, the content should not repeat the article title, abstract should not contain references to the text of the article and the list of literature), abstract should be a brief summary of the article content, reflecting its features and preserving the article structure - introduction, problem statement, goals, history, research methods, results with its discussion, conclusion.

5. Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... see [3, § 7, Lemma 6]"; "... see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. *Address:* 010008, Republic of Kazakhstan, Astana, Satpayev St., 2., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Main Building, room 408). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.

Правила представления работ в журнал
"Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.
Серия Математика. Информатика. Механика"

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Отправление статьи в редакцию означает согласие автора (авторов) на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статьи в журнале и переиздания их на любом иностранном языке.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulmathmc.enu.kz*.

3. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц). Работы, превышающие указанный объем, принимаются к публикации в исключительных случаях по особому решению Редколлегии журнала.

4. Текст работы начинается с рубрикатора МРНТИ (Международный рубрикатор научно-технической информации), затем следуют инициалы и фамилия автора(ов), полное наименование организации, город, страна, E-mail автора(ов), заглавие статьи, аннотация. Аннотация должна состоять из 150-250 слов, не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию не должна повторять название статьи, не должна содержать ссылки на текст работы и список литературы, должна быть кратким изложением содержания статьи, отражая её особенности и сохраняя структуру статьи - введение, постановка задачи, цели, история, методы исследования, результаты с их обсуждением, заключение, выводы.

5. Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, учебно-административный корпус, каб. 408. Тел: (7172) 709-500 (вн. 31-428). E-mail: vest_math@enu.kz. Сайт: bulmathmc.enu.kz.