*Bulletin of L.N. Gumilyov ENU. Mathematics. Computer science. Mechanics series, 2023, Vol. 145, №4, P.6-11*
*http://bulmathmc.enu.kz, E-mail: vest_math@enu.kz*

**МРНТИ: 27.25.19**

А.Б. Утесов

*Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актобе, 030000, Казахстан*
*(E-mail: adilzhan_71@mail.ru)*

# Полное К(В)П-исследование задачи восстановления функций из обобщенного класса Соболева

**Аннотация:** В данной работе проведено полное К(В)П–исследование задачи восстановления функций из обобщенного класса Соболева $W_2^{\omega_r}$ в случае, когда числовая информация объема $N$ о восстанавливаемой функции $f$ снимается с линейных функционалов. Именно, во-первых, в метрике $L^q(2 \leq q \leq \infty)$ установлен точный порядок погрешности восстановления функций из классов $W_2^{\omega_r}$. Во-вторых, предложен конкретный вычислительный агрегат, реализующий точный порядок и найдена его предельная погрешность $\bar{\varepsilon}_N$, сохраняющая точный порядок и неулучшаемая по порядку. В-третьих, доказано, что любой вычислительный агрегат, построенный по коэффициентам Фурье восстанавливаемой функции не имеет предельной погрешности, лучшей (по порядку) чем $\bar{\varepsilon}_N$.

**Ключевые слова:** К(В)П-исследование, линейный функционал, вычислительный агрегат, точный порядок погрешности восстановления, предельная погрешность, обобщенный класс Соболева.

DOI: https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2023/4.1

**2000 Mathematics Subject Classification: 41A99**

**1.Определение обобщенного класса Соболева.** Для заданного числа $r > 0$ всякая непрерывная неубывающая на $[0,1]$ функция $\omega_r(\delta)$ называется функцией типа модуля гладкости порядка $r$, если $\omega_r(0) = 0$ и существует величина $C_1(r) > 0$ такая, что

$$\frac{\omega_r(\mu)}{\mu^r} \leq C_1(r)\frac{\omega_r(\delta)}{\delta^r}$$

для всех $0 < \delta < \mu \leq 1$.

В качестве функций типа модуля гладкости порядка $r$ можно указать функции

$$\omega_r^{(1)}(\delta) = \begin{cases} \delta^r \ln^{r_1}(2/\delta), & \text{если} \quad \delta \in (0,1]; \\ 0, & \text{если} \quad \delta = 0 \end{cases}$$

и

$$\omega_r^{(2)}(\delta) = \begin{cases} \delta^r \ln^{r_1}(2/\delta)\ln^{r_2}(\ln\ln(2/\delta)), & \text{если} \quad \delta \in (0,1]; \\ 0, & \text{если} \quad \delta = 0 \end{cases}$$

с параметрами $r > 0, -\infty < r_1 < +\infty$ и $r > 0, r_1 > 0, -\infty < r_2 < +\infty$ соответственно.

Обобщенный класс Соболева $W_2^{\omega_r} \equiv W_2^{\omega_r}(0,1)^s$, по определению, состоит из всех суммируемых 1–периодических по каждой переменной функций $f(x) = f(x_1,\ldots,x_s)$, удовлетворяющих условию

$$\sum_{m\in Z^s} |\hat{f}(m)|^2(\omega_r^{-2}(1/\overline{m}_1)+\ldots+\omega_r^{-2}(1/\overline{m}_s))\le 1,$$

где $m=(m_1,\ldots,m_s)\in Z^s$, $\hat{f}(m)=\int\limits_{[0,1]^s} f(x)e^{-2\pi i(m,x)}dx$ – тригонометрические коэффициенты Фурье-Лебега функции $f, (m,x)=m_1x_1+\ldots+m_sx_s, \overline{m}_j=\max\{1;|m_j|\}$ для каждого $j=1,\ldots,s$.

Приведенный выше класс является более тонкой шкалой классификации периодических функций многих переменных в зависимости от скорости убывания их коэффициентов Фурье: при $\omega_r(\delta)=\delta^r$ класс $W_2^{\omega_r}(0,1)^s$ обращается в класс Соболева $W_2^r(0,1)^s$.

Класс $W_2^{\omega_r}$ впервые был рассмотрен в [1] при изучении задачи интегрирования функций на функциональных классах. Затем в [2] в гильбертовой метрике были найдены точные порядки погрешностей, возникающих при восстановлении функций из рассматриваемых классов вычислительными агрегатами, построенными по их значениям в конечном числе точек. Там же, аналогичные результаты были получены при дискретизации решений уравнения теплопроводности с начальными условиями из классов $W_2^{\omega_r}$. Отметим также [3], посвященной к задаче дискретизации классических решений волнового уравнения с начальными условиями $f_1$ и $f_2$ из обобщенных классов Соболева.

В данной работе, следуя [4-6], проведено полное К(В)П - исследование задачи восстановления функций из обобщенного класса $W_2^{\omega_r}$, т.е. последовательно решены задачи К(В)П-1 (восстановление по точной информации, в зависимости от вида функционалов и алгоритмов переработки полученной от них числовой информации, включает в себя всю известную теорию приближений, численный анализ, вычислительную математику, теорию функций - ряды Фурье, базисы), К(В)П-2 (в оптимальном вычислительном агрегате значения информационных функционалов можно заменить на близкие им значения с сохранением оптимальности, поиск наибольших таких расхождений образует самостоятельную задачу нахождения предельных погрешностей – новая оптимизационная задача) и К(В)П-3 (существует или не существует другой вычислительный агрегат со структурой, аналогичной структуре рассматриваемого оптимального вычислительного агрегата, и даже, быть может, более общей, но с большей по порядку предельной погрешностью).

**2. Вспомогательные утверждения.** При доказательстве приведенной ниже теоремы используется функция

$$\overline{\omega}_r(\delta)=\frac{1}{\omega_r(1)+1}\left(\omega_r(\delta)+\delta\right), \delta\in[0,1].$$

Эта функция строго возрастает на $[0,1]$ и удовлетворяет равенству $\overline{\omega}_r(1)=1$. Символом $\overline{\omega}_r^*(\delta)$ будем обозначать функцию, обратную к функции $\overline{\omega}_r$.

Непосредственно из определений функций $\omega_r$ и $\overline{\omega}_r$ вытекают следующие их свойства:

I. Пусть $a>1$. Тогда для всех $\delta\in(0,1/a]$ будет выполнено неравенство

$$\omega_r(a\delta)\le C_1(r)a^r\omega_r(\delta);$$

II. При каждом $a(0<a<1)$ для всех $\delta\in(0,1]$ справедливо неравенство

$$\omega_r(a\delta)\ge\frac{a^r}{C_1(r)}\omega_r(\delta);$$

III. Для всех $0\le\delta\le 1$ имеет место неравенство

$$\omega_r(\delta)\ge\frac{\omega_r(1)}{C_1(r)+1}\delta^r;$$

IV. Для некоторых величин $C_2(r)>0$ и $C_3(r)>0$ справедливы неравенства

$$C_2(r)\omega_r(\delta)\le\overline{\omega}_r(\delta)\le C_3(r)\omega_r(\delta), \delta\in[0,1].$$

**Лемма 1**. *Пусть для некоторого* $C_4(r)>0$ *и для всех* $0\le\delta,\eta\le 1$ *выполняется неравенство* $\omega_r(\delta\eta)\le C_4(r)\omega_r(\delta)\omega_r(\eta)$. *Тогда существует* $C_5(r)>0$ *такая, что*

$$\overline{\omega}_r(\delta\eta)\le C_5(r)\overline{\omega}_r(\delta)\overline{\omega}_r(\eta)$$

*для всех* $0\le\delta,\eta\le 1$ *и*

$$\overline{\omega}_r^*(C_5(r)\delta\eta)\ge\overline{\omega}_r^*(\delta)\overline{\omega}_r^*(\eta)$$

*для всех* $0\le\delta,\eta\le 1$, *удовлетворяющих неравенству* $C_5(r)\delta\eta\le 1$.

**Лемма 2.** *Существует величина* $C_6(r)\le 1$ *такая, что* $\overline{\omega}_r(C_6(r)\delta)\le\delta^{1/r},\delta\in[0,1]$.

**Лемма 3.** *Пусть* $\|m\|=\max\{|m_1|,\dots,|m_s|\}$ *для всех* $m=(m_1,\dots,m_s)$ *и* $I_\tau=\{m\in Z^s:[2^{\tau-1}]\le\|m\|<2^\tau\},\tau\in\{0,1,2,\dots\}$. *Тогда существует величина* $C_7(r)>0$ *такая, что для любой функции* $f\in W_2^{\omega_r}$ *справедливо неравенство*

$$\sup_{\tau=0,1,2,\dots}\omega_r^{-2}(1/2^\tau)\sum_{m\in I_\tau}|\hat f(m)|^2\le C_7(r).$$

**Лемма 4.** *Пусть функция* $\omega_r$ *типа модуля гладкости порядка* $r$ *удовлетворяет условию* $\sum\limits_{\tau=0}^{\infty}\omega_r(1/2^\tau)2^{\tau s/2}<\infty$. *Тогда ряд Фурье* $\sum\limits_{m\in Z^s}\hat f(m)e^{2\pi i(m,x)}$ *каждой функции* $f\in W_2^{\omega_r}(0,1)^s$ *сходится абсолютно.*

**Лемма 5**[7]. *Пусть дано целое число* $s\ge 1$. *Тогда для каждого целого* $N\ge 1$ *выполнено следующее утверждение: для любого множества* $G\equiv\{m^{(1)},\dots,m^{(N')}\}\subset Z^s$ *такого, что* $N'=|G|\ge 2N$ *и* $|G|\underset{s}{\succ\prec}N$, *и для произвольных линейных функционалов* $l_1,\dots,l_N$, *определенных, по крайней мере, на множестве всех тригонометрических полиномов со спектром в* $G$ *найдутся комплексные числа* $\{c_k\}_{k=1}^{N'}$, *удовлетворяющие условиям* $\sum\limits_{k=1}^{N'}|c_k|\ge N,\sum\limits_{k=1}^{N'}|c_k|^2=N$, *причем если* $\chi(x)=\sum\limits_{k=1}^{N'}c_ke^{2\pi i(m^{(k)},x)}$, то $l_1(\chi)=0,\dots,l_N(\chi)=0$ *и* $\|\chi\|_{L^\infty}\ge N,\|\chi\|_{L^2}=\sqrt{N}$.

**Лемма 6.** *Пусть функция* $\omega_r$ *типа модуля гладкости порядка* $r$ *удовлетворяет условию* $\sum\limits_{\tau=0}^{\infty}\omega_r(1/2^\tau)2^{\tau s/2}<\infty$. *Тогда для каждой возрастающей к* $+\infty$ *последовательности* $\{\alpha_N\}_{N\ge1}$ *имеет место равенство*

$$\lim_{N\to\infty}\alpha_N(\overline{\omega}_r^*(1/\alpha_N))^{s/2}=+\infty.$$

**3. Основной результат.** Исходной в К(В)П – исследовании (см. [4 - 6]) является величина

$$\delta_N(\varepsilon_N,D_N,T,F)_Y=\inf_{(l^{(N)},\varphi_N)\in D_N}\delta_N(\varepsilon_N,(l^{(N)},\varphi_N),T,F)_Y\equiv$$

$$\equiv\inf_{(l^{(N)},\varphi_N)\in D_N}\ \sup_{f\in F,|\gamma_N^{(\tau)}|\le1}\left\|(Tf)(\cdot)-\varphi_N(l_N^{(1)}(f)+\gamma_N^{(1)}\varepsilon_N,\dots,l_N^{(N)}(f)+\gamma_N^{(N)}\varepsilon_N;\cdot)\right\|_Y.$$

Здесь $\varepsilon_N-$ неотрицательная последовательность, математическая модель задается посредством оператора $T:F\mapsto Y,X$ и $Y$ – нормированные пространства функций, заданных соответственно на множествах $\Omega_X$ и $\Omega_Y$, $F\subset X$ класс функций. Числовая информация

$$l^{(N)}\equiv l^{(N)}(f)=\left(l_N^{(1)}(f),\dots,l_N^{(N)}(f)\right)$$

объема $N(N=1,2,\dots)$ о функции $f$ из класса $F$ снимается с функционалов $l_N^{(1)}:F\mapsto C,\dots,l_N^{(N)}:F\mapsto C$. Алгоритм переработки информации

$$\varphi_N(z_1,\dots,z_N;\cdot):C^N\times\Omega_Y\mapsto C$$

есть соответствие, которое при всяком фиксированном $(z_1,\dots,z_N)\in C^N$ как функция от $(\cdot)$ есть элемент $Y$. Пара $\left(l^{(N)},\varphi_N\right)$ определяет вычислительный агрегат восстановления по точной информации о функции $f\in F$, действующий по правилу $\varphi_N\left(l_N^{(1)}(f),\dots,l_N^{(N)}(f);\cdot\right)$, а через $D_N$ обозначается подмножество всех пар $\left(l^{(N)},\varphi_N\right)$.

В данной работе при конкретизации

$$F = W_2^{\omega_r}, Tf = f, Y = L^q(0,1)^s, D_N = L^{(N)} \times \{\varphi_N\},$$

где $2 \le q \le \infty, L^{(N)}$ – множество всех векторов $l^{(N)} = \left(l_N^{(1)}, \ldots, l_N^{(N)}\right)$, состоящих из $N$ линейных функционалов $l_N^{(1)} : W_2^{\omega_r} \mapsto C, \ldots, l_N^{(N)} : W_2^{\omega_r} \mapsto C$, сформулирована следующая

**Теорема.** *Пусть даны* $s \in \mathbb{N}, q \in [2,\infty]$ *и функция* $\omega_r$ *типа модуля гладкости порядка* $r$ *такая, что*

$$\sum_{\tau=0}^{\infty} \omega_r(1/2^\tau) 2^{\tau s/2} < \infty, \omega_r(\delta\eta) \le C_4(r)\omega_r(\delta)\omega_r(\eta)$$

*для некоторого* $C_4(r) > 0$ *и для всех* $0 \le \delta, \eta \le 1$. *Тогда для каждого* $N \equiv N(K) = (2K+1)^s, K = 1, 2, \ldots$ *справедливы следующие утверждения:*

**К(В)П - 1.** $\delta_N\left(0; L^{(N)} \times \{\varphi_N\}, Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q} \underset{s,r,q}{\succ\prec} \omega_r\left(\frac{1}{N^{1/s}}\right) N^{1/2-1/q}$;

**К(В)П - 2.** $\delta_N\left(0; L^{(N)} \times \{\varphi_N\}, Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q} \underset{s,r,q}{\succ\prec} \delta_N\left(\overline{\varepsilon}_N; (\overline{l}^{(N)}, \overline{\varphi}_N), Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q}$ *и*

$$\overline{\lim_{N\to+\infty}} \frac{\delta_N\left(\eta_N\overline{\varepsilon}_N; (\overline{l}^{(N)}, \overline{\varphi}_N), Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q}}{\delta_N\left(0; L^{(N)} \times \{\varphi_N\}, Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q}}$$

*для любой сколь угодно медленно возрастающей к* $+\infty$ *положительной последовательности* $\{\eta_{N(K)}\}_{K\ge1}$, *где* $\overline{\varepsilon}_N = \frac{1}{\sqrt{N}}\omega_r(\frac{1}{N^{1/s}})$, *вычислительный агрегат* $(\overline{l}^{(N)}, \overline{\varphi}_N)$ *состоит из функционалов* $\overline{l}_N^{(\tau)}(f) = \hat{f}\left(\overline{m}^{(\tau)}\right), \tau = 1, \ldots, N$ *и функции* $\overline{\varphi}_N(z_1, \ldots, z_N; x) = \sum\limits_{\tau=1}^{N} z_\tau e^{2\pi i(\overline{m}^{(\tau)}, x)}$, *а* $s-$ *мерные целочисленные векторы* $\overline{m}^{(1)}, \ldots, \overline{m}^{(N)}$ *такие, что* $\overline{m}^{(i)} \ne \overline{m}^{(j)}$ при $i \ne j$ и $\bigcup\limits_{\tau=1}^{N}\{\overline{m}^{(\tau)}\} = A_K, A_K = \{m \in Z^s : |m_1| \le K, \ldots, |m_s| < K\}$;

**К(В)П - 3.** *Для всякого вычислительного агрегата*

$$(l^{(N)}, \varphi_N)(x) \equiv \varphi_N\left(\hat{f}(m^{(1)}), \ldots, \hat{f}(m^{(N)}); x\right), N = N(K)$$

*при любой сколь угодно медленно возрастающей к* $+\infty$ *положительной последовательности* $\{\eta_{N(K)}\}_{K\ge1}$ *имеет место равенство*

$$\overline{\lim_{K\to+\infty}} \frac{\delta_N\left(\eta_N\overline{\varepsilon}_N; \varphi_N\left(\hat{f}(m^{(1)}), \ldots, \hat{f}(m^{(N)}); x\right), Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q}}{\delta_N\left(0; L^{(N)} \times \{\varphi_N\}, Tf = f, W_2^{\omega_r}\right)_{L^q}}.$$

**Замечание.** Условию $\omega_r(\delta\eta) \le C_4(r)\omega_r(\delta)\omega_r(\eta)$, кроме степенных функций, удовлетворяют функции

$$\omega_r(\delta) = \begin{cases} \delta^r \ln^{r_1}(M/\delta), & \text{если} \quad \delta \in (0,1]; \\ 0, & \text{если} \quad \delta = 0 \end{cases}$$

с параметрами $r > 0, 0 < r_1 < +\infty$. Заметим, что эти функции при достаточно больших $M > 0$ являются функциями типа модуля гладкости порядка $r$ (см., напр.[8]).

## Список литературы


1 Утесов А.Б. О погрешности квадратурных формул на некоторых классах функций// Вестник КазГНУ им. аль – Фараби, серия Математика. Механика. Информатика. -2000. -Т. 22. №3. С. 19-25.

2 Утесов А.Б. Задача восстановления функций и интегралов на обобщенных классах и решений уравнения теплопроводности: дис.... канд. физ.- мат. наук, Алматы, 2001.

3 Абикенова Ш.К., Утесов А.Б., Темиргалиев Н. О дискретизации решений волнового уравнения с начальными условиями из обобщенных классов Соболева// Матем. заметки. -2012. -Т. 91. №3. С. 459-463.

4 Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж. Теория приближений, вычислительная математика и численный анализ в новой концепции в свете Компьютерного (вычислительного) поперечника // Вестник ЕНУ имени Л.Н.Гумилева. Серия Математика. Информатика. Механика. -2018. -Т.124. №3. -С. 8 – 88.

5 Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж. Компьютерный (вычислительный) поперечник в контексте общей теории восстановления// Известия ВУЗов, Математика. -2019. -№1. С. 89–97.
6 Жубанышева А.Ж., Темиргалиев Н. Информативная мощность тригонометрических коэффициентов Фурье и их предельная погрешность при дискретизации оператора дифференцирования на многомерных классах Соболева// Ж. вычисл. матем. и матем. физ. -2015. -Т. 55. №9. -С. 1474 – 1985.
7 Ажгалиев Ш. О дискретизации решений уравнения теплопроводности// Матем. заметки. 20007. -Т. 82. №2. -С. 177 – 182.
8 Ульянов П.Л. Об абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье// Докл. РАН. -1992. -Т. 322. №2. -С. 253 – 258.

**А.Б. Утесов**

*Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ә. Молдағұлова даңғ., 34, Ақтөбе, 030000, Қазақстан*

**Жалпыланған Соболев кластары функцияларын қалыптастыру есебінің толық К(Е)Д-зерттеуі**

**Аннотация:** Бұл жұмыста жалпыланған Соболев $W_2^{\omega_r}$ кластары функцияларын қалыптастыру есебінің толық К(Е)Д-зерттеуі қалыптастырылуға тиіс $f$ функциясынан алынған $N$ көлемдегі сандық мәлімет сызықтық функционалдардың мәндері болатын жағдайда жүргізілген. Дәл айтқанда, біріншіден, $W_2^{\omega_r}$ кластары функцияларын $L^q, 2 \le q \le \infty$ метрикада жуықтаудағы қателіктің дәл реті анықталған; екіншіден, дәл ретті жүзеге асыратын нақты есептеу агрегаты ұсынылған және оның дәл ретті сақтайтын, реті бойынша жақсармайтын $\bar{\varepsilon}_N$ шектік қателігі табылған; үшіншіден, қалыптастырылуға тиіс функцияның Фурье коэффициенттері бойынша құрылған кез келген есептеу агрегатының шектік қателігі $\bar{\varepsilon}_N$ шектік қателігінен жақсы болмайтынына (реті бойынша) көз жеткізілген.

**Түйін сөздер:** К(Е)Д - зерттеуі, сызықтық функционал, есептеу агрегаты, жуықтау қателігінің дәл реті, жалпыланған Соболев класы.

**A.B. Utesov**

*K.Zhubanov Aktobe Regional University, Moldaguova ave., 34, Aktobe, 030000, Kazakhstan*

**Full C(N)D–research of the problem of recovery functions from the generalized Sobolev class**

**Abstract:** In this paper a complete C(N)D-research of the problem of recovery functions from the generalized Sobolev class $W_2^{\omega_r}$ is carried out in the case, where numerical information of volume $N$ about the function $f$ being restored is removed from linear functionals. Namely, firstly, the exact order of error of restoring functions from classes $W_2^{\omega_r}$; is established in the metric $L^q, 2 \le q \le \infty$; secondly, a specific computing unit is proposed, that implements the exact order and its limiting error $\bar{\varepsilon}_N$ is found, that preserves the exact order and not improved in order; thirdly, it is proved that any computing unit constructed by the Fourier coefficients of the function being restored does not have a limiting error, better (in order) than $\bar{\varepsilon}_N$.

**Keywords:** C(N)D – research, linear functional, computing unit, exact order of error of restoring, generalized Sobolev class.

## References

1 Utesov A.B. O pogreshnosti kvadraturnyh formul na nekotoryh klassah funkcij [On the error of quadrature formulas on some classes of functions], Bulletin of al-Farabi Kazakh State National University. Mathematics. Mechanics. Computer Science Series. 2000. Vol. 22. №3. P. 19-25. [in Russian]
2 Utesov A.B. The problem of recovering functions and integrals on generalized classes and solutions of the heat equation [Zadacha vosstanovleniya funkcij i integralov na obobshchennyh klassah i reshenij uravneniya teploprovodnosti]: Cand. Sci. (Phys.– Math.) Dissertation, Almaty, 2001.
3 Abikenova, S., Utesov, A., Temirgaliev, N. On the discretization of solutions of the wave equation with initial conditions from generalized Sobolev classes, Mathematical Notes. 2012. Vol. 91. Is. 3,. P. 430–434. DOI: https://doi.org/10.1134/S0001434612030121
4 Temirgaliev N., Zhubanisheva A.Zh. Teoriya priblizhenij, vychislitel'naya matematika i chislennyj analiz v novoj koncepcii v svete Komp'yuternogo (vychislitel'nogo) poperechnika [Approximation Theory, Computational Mathematics and Numerical Analysis in newconception of Computational (Numerical) Diameter], Bulletin of L.N. Gumilov Eurasian National University. Mathematics. Computer Science. Mechanics Series. 2018. Vol. 124. №3. P. 8 - 88. [in Russian]
5 Temirgaliev N., Zhubanisheva A.Zh. Computational (Numerical) diameter in the context of general theory of a recovery, Russian Mathematics (Iz. VUZ). 2019. №1. P. 89-97. DOI: https://doi.org/10.26907/0021-3446-2019-1-89-97
6 Temirgaliev N., Zhubanisheva A.Zh. Informative Cardinality of Trigonometric Fourier Coefficients and Their Limiting Error in the Discretization of a Differentiation Operator in Multidimensional Sobolev Classes, Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2015. Vol. 55. №9. P. 1432-1443. DOI: https://doi.org/10.1134/S0965542515090146
7 Azhgalliev Sh. On the discretization of solutions of the heat equation, Matematical Notes. 2007. Vol. 82. №2. P. 153– 158. DOI: https://doi.org/10.4213/mzm3789
8 Ulyanov P.L. Ob absolyutnoj skhodimosti trigonometricheskih ryadov Fur'e [On the absolute convergence of trigonometric Fourier series], Dokl. Math. 1992. Vol. 322. №2. P. 253–258. [in Russian]

*Сведения об авторе:*

***Утесов Адилжан Базарханович*** – кандидат физико–математических наук, доцент кафедры «Математика» Актюбинского регионального университета им. К. Жубанова, ул. А. Молдагуловой, 34, Актобе, 030000, Казахстан.

***Utessov Adilzhan*** – candidate of physico - mathematical sciences, associate professor of the Mathematic department K.Zhubanov Aktobe Regional University, A.Moldagulova ave., 34, Aktobe, 030000, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 11.11.2022*